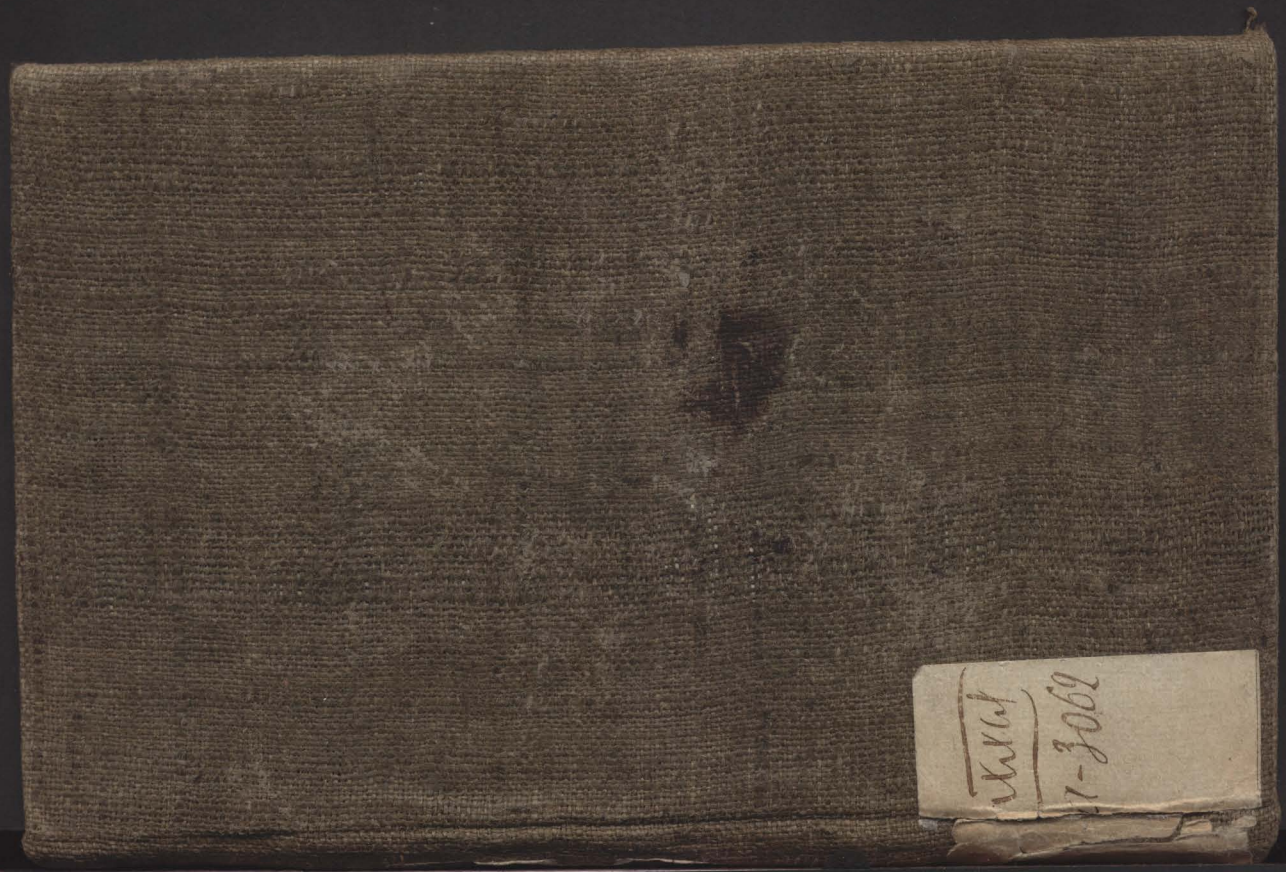

Inches
Centimetres
Colour Chart #13
DANES-PICTA.COM
Blue
Cyan
Green
Yellow
Red
Magenta
White
3/Color
Black

165 F

F. 165 D886.

XVIII, 619

F. 165 Ps 80.

# FIZYKA

DLÁ

SZKÓŁ NARODOWYCH

## CZĘŚĆ I.

## MECHANIKA

*Piérwszy ráz wydaná* Pierwszy raz

1360
De. 3



W KRAKOWIE Roku 1792.

W Drukarni Szkoły Głównéy Koronnéy.

Dzieło ,, *Mechanika* ,, dla Szkół Narodowych przez Jmci Pana *Hube* Dyrektora Nauk w Korpusie Szlacheckim Kadetów w języku Łacińskim napisane, a przez Towarzystwo do Xiąg Elementarnych na Polski wyłożone, odczytane i roztrząśnione, na Sessyi Kommissyi Naszéy dnia 22. Miesiąca Lipca approbowane, do użytku Szkół Narodowych wedle Przepisów i Ustaw Naszych podaiémy — Dan w Warszawie na Sessyi dnia 22. Miesiąca Lutego 1792 Roku —

MICHAŁ Xżę PONIATOWSKI Prymas.
GASPAR CIECISZOWSKI Biskup Kijowski.
MICHAŁ Xżę RADZIWIŁŁ Wda. Wileń.
ŁUDWIK GUTAKOWSKI Podkom. W. W. X. L.
JULIAN NIEMCEWICZ.
ANTONI LANCKORONSKI.

BIBLIOTEKA TNP im. ZIELIŃSKICH

# ZBIÓR RZECZY

*KTÓRE ZAWIERA CZĘŚĆ PIERWSZA NA PIĘĆ XIĄG PODZIELONA*

## XIĘGA PIERWSZA
### o biegu.

Rozdział I. o biegu składanym.
——— II. o biegu postępnym.
——— III. o samowolném ciał spadaniu.
——— IV. o biegu iednostaynie przyśpieszonym
——— V. o doświadczeniach około spadania ciał.
——— VI. o ciałach ciężkich rzuconych.

## XIĘGA DRUGÁ
### o sile ciężkości.

Rozdział I. o biegu ciał ciężkich na płaszczyznach pochyłych.
——— II. o dźwigni (*Vectis*).
——— III. o środku ciężkości.
——— IV. o ruchu wachadeł.

XIĘ-

XIĘGA TRZECIA
o dalszych przyczynach ruchu nie zawisłych od ciężkości.

Rozdział I. o wachaniu ciał sprężystych.
——— II. o uderzaniu się ciał.
——— III. o dźwięku czyli głosie i o rozchodzéniu się iego.
——— IV. o spoyności w ciałach.
——— V. o tarciu.

XIĘGA CZWARTA
o biegu i siłach płynów.

Rozdział I. o ciśnieniu powietrza.
——— II. o ruchu płynów w ogólności.
——— III. o biegu rzek.
——— IV. o bicia i odbiciu czyli oporze płynów

XIĘGA PIĄTÁ
o biegu ciał Niebieskich.

Rozdział I. o obrocie i siłach odśrzodpędnych (*vis centrifuga*).
——— II. o tworzéniu się biegu kołowégo.
——— III. o figurze i wielkości ziémi.
——— IV. o biegu xiężyca.
——— V. o rocznym biegu ziémi.
——— VI. o budowie świata.

F. 165 P. 56.

# POCZĄTKÓW FIZYKI

## CZĘŚĆ PIĘRWSZÁ *albo* MECHANIKA

## XIĘGA I.
### *o biegu*
### ROZDZIÁŁ I.
### *o biegu składanym.*

§ I.

GDY powozém, albo na okręcie iedziémy, powóz idący albo okręt nás z sobą unosi — Łódź i wszelkié ciało na rzéce pływaiącé z biegiém z rzéki upływá; słowém, codziénnie widzimy niezliczoné dowody téy prawdy, że iedno ciało udziéla biegu drugiému. To zaś udziélanié biegu, dzieie się, nie tylko gdy iedno ciało z drugiem iest spoioné, ale

Co iest bieg składany?

też gdy się na niém wspiéra, albo się z niém styka, lub też innym iakim sposobém łączy. Taki maią początek wszystkie biegi składané. Człowiek n. p. po okręcie chodząc dwoisty má bieg gdy okręt płynie, to iest: właściwy względém okrętu, i bieg spólny z okrętém.

## § II.

Bieg składany z wielu poiedynczych iednakowégo kierunku, iest tych biegów summą.

Jeżeli wiele biegów na iednéy linii, podług iednakowégo kierunku łączą się z sobą, każdy łatwo poznaie, że bieg z nich złożony iest summą rzeczonych biegów, i że iego kierunek tenże sam iest, co i tamtych. Położmy n. p. na stole pręcik, a na nim posadźmy iakiego robaczka. Jeżeli ten robaczek, w przeciągu iednéy minuty, na pręciku ułazi cal iedén, a tyléż w jednakowym czasie, i podług iednakowégo kierunku posuwany pręcik, iasná iest rzecz, że dlá dwoistégo biegu, robaczek na końcu minuty, od piérwszégo mieysca na stole naznaczonégo, na dwa cale oddali się. Słowém, złączywszy wielé biegów iednakowégo kierunku, czyli iednostronnych, ieżeli się żadnégo z tych biegów kierunek nie odmiénia, zawsze mieyscé biegiém składanym, w pewnym czasie wymiérzoné, równa się summie mieysc, w jednakowymże czasie, każdym z osobna biegiém poiedynczym przebyłych. Kierunek zaś biegu składanégo iest w tęż



w tęż samę stronę, w którą był w biegach poiedynczych.

## § III.

Bieg składany ze dwóch poiedynczych wprost sobie przeciwnych, równá się ich różnicy.

Jeżeli zaś dwa biegi prostodrożné maią kierunki sobie przeciwné, łatwo zrozumieć, że bieg z nich składany, równy będzie ich różnicy. W przykładzie iuż przytoczonym bierzmy, że się pręcik wstecz odsuwa przez pół cala, w tymże samym czasie w którym robaczek przed się na nim pełzá przez cal, a iasná iest rzecz, iż dwoiakim złączonym biegiém, robaczek oddala się od swégo mieysca na stole tylko na pół cala. A ogólnie mówiąc, takowy bieg składany zawsze zostaie na drodze spólnéy obu biegów złączonych, i dzieie się podług kierunku, któré było w prędszym biegu poiedynczym. Mieyscé zaś owym biegiém składanym przebyté, n. p. w czasie minuty, równá się różnicy mieysc, biegami poiedynczémi w tymże czasie przebytych.

## § IV.

Biegi poiedynczé czasém się ieden przez drugi niszczą.

Jeżeli tedy biegi poiedynczé sobie wprost przeciwné są równé, iedén przez drugi znosi się, a żaden bieg składany nie następuie. Tak w naszym przykładzie robaczek mieysca swégo zgoła nie odmiénia względém stołu, ieżeli pręcik ustawicznię z taką prędkością w przeciwną stronę ciągniémy, z jaką robaczek po nim lezie. Człowiek także równie prędko

w tył statku bieżący, iak sam statek płynie, podobnymże sposobém na iedném mieyscu względém brzegów zostaie.

## § V.

Dodawanié biegów które się dzieią na iednéyże linii prostéy.

Jakążkolwiek tedy liczbę biegów na iednéy linii złączywszy, bieg składany następuiącym sposobém łatwo się określa. Kładźmy, że wszystkié biegi w jednę stronę są dodatné, wszystkié zaś przeciwnie dążącé są *odiémné*, a mieysca każdym z osobna biegiém w jednakowym czasie przebyté podług znaku służącégo biegowi dodaymy. Jeżeli z takowégo dodawania żadna summa nie wyniknie, w takim razie przez bieg składany mieyscé się wcale nie odmiénia, czyli żaden bieg składany nie następuie. Jeżeli zaś iest iaka summa biegów, ta okazuie wielkosć ich, a razém przez swóy znak dodatny + lub odiémny — i kierunek biegu składanégo. Tak ieżeli na iednéy linii prostéy znayduią się cztéry biegi poiedynczé, dwa dążącé w prawą, z których iedén przez dwie stopy, drugi zaś przez 5, w przeciągu minuty odprawuie się; dwa także w przeciwną stronę, z których iedén przez 7 stóp, drugi przez 3 stopy, w czasie iednéy minuty dążą: wtedy trzeba dodać cztéry liczby $2 + 5 - 7 - 3$. z których liczb gdy summa wypada — 3, poznaiémy, że bieg składany iest w lewą przez 3 stopy, w czasie iednéy minuty.

§ VI.



## § VI.

Bieg składany z poiedynczych pod nieiakim kątém z sobą się schodzących, iaki iest?

Fig: 1.

Jeżeli zaś dwóch biegów prostodrożnych kierunki pod pewnym kątém do siebie się nachylaią, łatwo poznac, że punkt fizyczny, na którym oba biegi się łączą, ani kierunkiém iednégo, ani kierunkiém drugiego iśdź nie może, ale śrzednią nieiaką drogą między obiéma kierunkami iśdź powinién. Dla lepszégo téy rzeczy zrozumiénia, wystawmy sobie znowu iakiégo robaczka, na kształt punktu, któryby na prostym i tęgim lazł pręciku. Mniemaymy że ow pręcik AG. postępuie ustawicznie biegiém równo odległym w zdłuż linii AD; a iasną iest rzeczą, iż wszystkié punkta rzeczonégo pręcika biegą cale podobnie i równie. Niech albowiém punkt A, n. p. w czasie dwóch minut, przychodzi na C, rzecz iest iawna, że inny także pręcika punkt M, w tymże samym czasie, przeydzie liniią MF. od linii AC równoodległą i równą. Więc punkta M i A tyléż drogi ubiegły, i gdyby iedén na drugim leżał, obadwaby na iedno mieyscé doszły. Zaczém robaczek leżący, na którymkolwiek punkcie tegoż pręcika znayduie się, zawsze podlega témuż samemu biegowi, którym punkt A ku D uchodzi, póki linia AG w swoich położéniach równoodległość zachowuie. Daymy tedy, że pręcik AG, w czasie iednéy minuty przesuwa

suwá się na B H, we dwóch minutach na C I, i t. d. robáczek zaś razém lezie z punktu A, a przy końcu piérwszéy minuty iest na L, drugiéy na M, i t. d, iasná iest rzecz, iż gdy się obadwa biegi złączą, robáczek za upłyniéniém piérwszéy minuty będzie na E, za upłyniéniém drugiéy na F i t. d, co się pokazuie poprowadziwszy L E, M F od linii A D równoodległé. Jeżeli tedy zawsze iest A B. B E=AC: C F = lub A L:EL= A M: FM, liniia przez wszystkie punkta E, F, i t. d. przechodząca będzie prostá, a robaczek biegiém składanym drogę prostą wymiérzy.

## § VII.

Biegi podobné. Jeżeli mieysca dwoma biegami w równym czasie przebyté, zawsze zostaią w pewnym stósunku danym i nieodmiénnym, takowé biegi nazywaią się *podobnémi*. Jeżeli tedy dwa biegi prostodrożné ku A D. i A G. są sobie podobné, to iest: ieżeli mieysca obiéma biegami a w jednym czasie przebyté, iako to A C i A M, albo B C i ŁM i t. d. zawsze są w stósunku A B: A L, punkt w którym się rzeczoné biegi schodzą, liniia prostą A F przeydzie, między liniami A D, A G leżąca, a bieg składany zupełnie podobny będzie obu biegóm poiedynczym, gdyż mieyscé A E przebieżone bywa w jednéy minucie, A F we dwóch, iest zaś A E: A F = A B: A C = A L: A M.



## § VIII.

Biegów podobnych i prostodrożnych składanié. Gdy tedy dané są dwa biegi prostodrożné i podobné, ieżeli iednym z nich, w pewnym czasie, wymiérzá się A C, drugim w tymże czasie A M; wykréślmy Równoległobok A C F M; przekątniá A F tego Równoległoboku nie tylko kierunek biegu składanégo, który w tym razie zawsze będzie prostodrożny nám okáże, ale i mieyscé w tymże samym czasie, tymże biegiém przebyté, bądź kąt G A D iest wielki bądź mały. Wszystkié zaś trzy biegi, to iest, składany i dwa poiedynczé, będą sobie podobné, i przypadną na iednéy płaszczyźnie, gdyż przekątniá A F zawsze iest na płaszczyźnie linii A D, A G.

## § IX.

Biegi iednostayné są też sobie podobné. Albowiém niech będzie prędkość w jednym takowym biegu = C, w drugim = c, a znaydą się obie stałé i nieodmiénné (Wstęp Rozd. XVI. § 5.) Nad to niech iaki punkt idzie w czasie t, iednym biegiém przez mieyscé S, drugim przez mieyscé s, a zawsze będzie C: c = S: s (Wstęp Rozdz. XVI. § 5.) Zaczém mieysca iednym i drugim biegiém, w równym czasie przebyté, zawsze są w stałym stósunku C: c. więc takowé biegi są podobné; (§ 7.) przeto i wszystkié biegi, któré ciągle bez żadnéy odmiany trwa-

trwaią, są sobie podobne, gdyż są iednostayne. (Wstęp Rozd. XVI. § 10.)

## § X.

Składanie biegów danych których kierunki schodzą się pod kątem.

Jeżeli mamy dane dwa biegi, których kierunki są AD, AG, prędkości zaś ich w stósunku AC: AM, zawsze rozumieć należy, że wzmiankowane kierowania i prędkości w biegach poty trwaią, poki też biegi żadney nie podlegaią odmianie (Wstęp Rozdz. XVI. § 10.) to iest: poki są sobie podobne. Zaczém w tym razie przekątnia AF, równoległoboku AC FM nie tylko iest drogą biegu składanego z poiedynczych, ale też prędkość tegoż biegu składanego, ma się do prędkości obu biegów poiedynczych iak AF: AC, i AF: AM: słowém, liniie AC, AM, AF są miarą prędkości owych biegów, których kierunki pokazuią. Gdyby bowiém obadwa biegi dane bez odmiany trwały n. p. przez minutę, iednym biegiém wymierzyłoby się mieyscé AC, drugim mieyscé AM, bo w każdym biegu iednostaynym mieysca, w jednym czasie przebieżone, są w stósunku prędkości. Zaczém w tymże samym przeciągu iednéy minuty, biegiém składanym wykryślałaby się liniia AF iednostaynie (§ 8.) Zaczém prędkości w tych trzech biegach są iak AF, AC i AM.

§ XI.



## § XI.

Doświadczénié względém składaniá biegu.

Fig: 2.

Jak się łączą dwa biegi prostodrożné sobie podobné, łatwém doświadczéniém w ten sposób okazać można. W górze iakiéy tablicy kwadratowéy, pod pion na stole ustawioney, przypraw pręcik AC poziomie idący, na którymby bloszek ruchomy wisiał na L. Jeden koniec nici na bloszek założoney, ma bydź przywiązany na K, na drugim zaś wisi ciężar M, który gdy bloszek stawa na C, iest na E. Toż gdy pociągniémy bloszek od C na A, tak że ciężar w tymże czasie przyydzie na I, wziąwszy KI=KE obaczymy, że tenże ciężar na linii prostéy EMI przekątni rownoległoboku IDEK wznosić się będzie. Ponieważ bieg ciężaru dwoisty iest, iedén, który ma spólnie z bloszkiém od C ku A, drugi, którym w górę ustawicznie idzie od M ku L, albo od E do K, bo iedna część nici ML coraz bardziéy się skraca, gdy bloszek idzie ku I. Że zaś nić cała zawsze iednakowéy iest długości, część iéy iedna ML tém się krótszą staie, im druga część KL bardziéy się podłuża, to iest: ciężar w każdéy czasu minucie, przez tylé mieysca w górę idzie drogą ML, ilé bloszek posuwaiąc się ubiéga na linii KI. Zaczém mieysca obu biegami poiedynczémi w jednym czasie przebyté, są zawsze sobie równé, bądź bloszek prędko, bądź

bądź z wolna ciągniony bywá. Więc obadwa biegi są sobie podobne, (§ 7.) zaczém ciężar na przekątni EI w górę się wznosi. (§ 8.)

# ROZDZIAŁ II.

## *O biegu postępnym.*

### §. I.

Bieg postępny.

Już poprzednie widzieliśmy (Roz: I. §. 6.) że na każdéy linii prostéy AG, która się w tén sposób posuwá, iż zawsze w położéniach swoich iest równoodległa, że mówię w takiéy linii wszystkié punkta maią biegi całe równé i podobné, albowiém bieg pewnégo punktu A z biegiém innégo iakiégo punktu M zupełnie się zgadzá, gdybyśmy punkta ieden na drugim położyli. Mówimy w tym razie, iż wszystkié punkta linii AG maią *tenże sam kierunek*, ponieważ kierunki równoodległé różnią się tylko mieyscami, z których punkta wyruszoné idą, zaczém calebyście się zeszły, gdyby punkt ieden z tegoż samego mieysca wychodził, co i drugi. Takowy to bieg ciała, którégo wszystkié punkta, z równą prędkością iednakowo kierowané zawsze idą, *biegiém postępnym* (motus progressivus) nazywámy.

§. II.



### §. II.

Biegiém postępnym nie odmiéniaią się odległości między częściami ciała bieżącego.

Fig. 1.

Xiążka n. p. na stole posunioná, má takowy bieg postępny; każdy zaś widzi, że odległości między iéy cząstkami, takowym biegiém bynaymniéy się nie odmiéniaią. Także gdy liniią AG suniémy, a punkta iéy A i L razém przychodzą na B i E, albo téż A i M razém na C i F, zawsze iest BE = AL, i CF = AM. Toż samo się dzieie w każdém ciele postępuiącém; gdyż wszystkié liniie między drobnémi cząstkami ciała powiedzioné tak bynaymniéy się nie odmiéniaią, iak AL lub AM. Takowémi zaś liniiami wymiérzáia się odległości między cząstkami. Zaczém wszystkié cząstki i każdá z osobna w ciele bieżącém nie odmiéniaią między soba odległości, w jakimkolwiek biegu postępnym zostaie ciało.

### §. III.

Bieg zewnętrzny i wnętrzny.

Zaczém bieg postępny bez wątpienia iest to bieg naypospolitszy ciałóm stałym, a zatém kiedykolwiek powiémy bez dodatku o biegu, zawsze to o biegu postępnym má się rozumieć. Te zaś ciała *stałémi* (continens) nazywámy, których części tak mocno są spoioné, iż się nie rozlatuią choć ié w górę podnosimy, iakié są żelazo, krzemień, drzewa i t. d. Nigdy bowiém między ich cząstkami odległości nie odmiéniaią się, iakożkolwiek ié poruszámy. Niektóré ciała stałe są miękk-

miękkié; iak to piłka, którą łatwo ścisnąć można, drugie twardé, iak to kamień. Wszelki bieg, któremu ciało stałé podlegać może, to iest: bieg którym się odległości między cząstkami ciała zgoła nie odmieniaią, nazywa się *biegiem spólnym*, czyli *zewnętrznym*, taki iest bieg kamienia, kuli drewnianéy albo ołowianéy i. t. d. Przeciwny tému biegowi iest ruch *wewnętrzny*, który się w ten czas dzieie, gdy się odległości między cząstkami ciała iakiégo odmieniaią. Taki ruch wnętrzny sprawuiémy n. p. w wodzie stoiącéy, gdy ią łaską mięszamy.

## §. IV.

Ruch kołowy iest spólny.

Łatwo tedy wyrozumiéwamy, że wszelki bieg postępny, zawsze iest spólny, gdyż przezéń odległości między cząstkami ciał bynaymniéy się nie odmieniaią. Lecz nie sam bieg postępny iest spólnym ale i *ruch* n. p. kołowy (motus rotationis) iest takimże. Gdyż iakié ciało i obracać się może, bez żadnéy między swémi częściami w odległościach odmiany, co się prawdzi na kole młyńskim, które kręcąc się, żadnégo nié ma biegu postępnégo. Kula zaś po ziemi potoczona kręci się razém i postępuie. Toż się dzieie z kołami wozowémi, gdy wóz idzie. Ruch zaś wnętrzny w niektórych częściach ciała znayduie się, iako to bicié serca w każdem zwierzęciu dopóki żyie, albo też obrót kółek w iakiéy *samoruchni* (automa.) Bywa i ten ruch wnętrzny, co do całégo ciała często spólny, gdy tylko zważamy tę albo owę część iego. Gdy n. p. w iakiéy samoruchni iedno koło w tę drugié w przeciwną obraca się stronę, odległości między zębami obu kół i między innémi tychże kół częściami ustawicznie się odmieniaią, zaczém ten ruch względém całéy samoruchni iest wnętrzny. Lecz wszystkié koła maią bieg spólny, gdyż się tylko kręcą.



## §. V.

Bieg postępny, gdy inné okoliczności są równé, iést w stosunku gęstości ciała bieżącego.

Jeżeli tedy w iakiém ciele iest bieg postępny, wszystkié iego cząstki, wszystkié punkta fizyczné (Wstęp Rozd: XV. §. 8.) równy bieg maią, to iest z jednakową prędkością i w jednę stronę dążą. Lecz trzeba nam pamiętać na to, że w każdém ciele niezmierna moc znayduie się mieysc próżnych między cząstkami ciała (Wstęp Rozd: XV. §. 9. 10.) Daymy tedy że té mieysca próżné nowémi się cząstkami napełniły, które w ténże sam sposób bieg maią iak piérwszé cząstki ciała, czyli że ciało gęstszém się stało niż było, (nie odmieniwszy rozciągu) wypada stąd rzecz, iż się tym sposobém bieg całkowity ciała przez takową odmianę pomnaża. I gdyby we dwoie większéy gęstości nabyło ciało, we dwoieby też iego bieg się pomnożył. A ogólnie mówiąc, bieg ciała nigdy inaczéy

bydź

bydź nie może, iak w stósunku miąższości, to iest: w stósunku liczby cząstek, ieśli tylko każdá z osobna cząstka równą má prędkość i kierunek. Jeżeli bowiém bieg każdéy cząstki wyrażamy przez 1, bieg całego ciała będzie iak liczba z takich iednostek złożoną. Im zaś ciało z więcéy równych składá się cząstek, iednakową prędkość i kierunek maiących, tém ta liczba staie się większa, a zatém i bieg całkowitégo ciała iest większy.

## §. VI.

Biegi postępné ciał iednakową prędkość maiących są iak ich miąższości.

Toż samo się dzieie, gdy ciało poruszoné, czyli w biegu będące powiększy się i co do rozciągu, i co do miąższości iednakowo gęstém zostaiąc, gdyż to nic nie czyni, że cząstki nowé zewnętrznie albo wewnętrznie ciału przybywaią. Lecz gdy wystawuiémy sobie w myśli, że iakie ciało iuż gęstszém się staie, iuż rzadszém, iuż większém, iuż mnieyszém, w saméy rzeczy zważamy wiele ciał różnéy miąższości i gęstości. Zaczém dwóch iakichkolwiek ciał bieżących z jednakową prędkością i kierunkiem, biegi postępné są w stósunku ich miąższości; taż prawda ma mieyscé, choć kierunki ciał różné będą. Ponieważ wielkość biegu bynaymniéy nie zawisła od iego kierunku, lecz tylko od wielu odmian mieysca, (Wstęp. Rozd: XVI. §. 2.) bądź té odmiany dzieią się w tę lub owę stronę. Zaczém ogólnie twierdzić



dzić można, że gdy dwa iakié ciała w biegu idą z równą prędkością, bieg ich postępny iest w stósunku miąższości ciał.

## §. VII.

Biegi postępné ciał równych miąższości są w stósunku prędkości.

Lecz ieśli dwa ciała, których miąższości są równé, z nierówną idą prędkością, biegi ich postępné są w stósunku prędkości. Daymy bowiém, że prędkość iednégo ciała iest do prędkości drugiégo, iak 2: 3, liniie téż proste, w jakimkolwiek czasie danym, wykréślone od dwóch punktów fizycznych, z których iedén znayduie się w jedném, a drugi w drugiém ciele, są w stosunku 2: 3, ieżeli dané biegi bez żadnéy odmiany trwaią. Zaczém i summa mieysc przebieżonych od obu punktów fizycznych w równym czasie, iest w stósunku 2: 3. Przeto i odmiana mieysc obu punktów czyli bieg, (Wstęp. Rozd: XVI. §. 2.) iest w tymże samym stósunku 2: 3. I tak gdy iedno ciało ma n. p. 1000 punktów fizycznych równych, drugié także składać się będzie z tysiąca takowychże punktów (gdyż obu ciał miąższości są równé;) bierzmy tedy, że bieg iakiégo punktu w ciele iedném iest = A, w drugiém = B, bieg całkowity piérwszégo ciała stanie się = 1000 A, drugiégo = 1000 B, (§. 5.) A że pokazaliśmy, iż iest A: B = 2: 3, więc i 1000 A: 1000 B = 2: 3, to iest: biegi postępné całych ciał będą w stósunku prędkości.

§. VIII.

## §. VIII.

Biegi postępné ciał są w stosunku składanym z miąższości i prędkości.

Stąd łacno wnieść możémy, że biegi postępné iakichkolwiek ciał, są w stósunku składanym z miąższości i prędkości tychże ciał. Niech będzie n. p. bieg postępny jeden M, miąższość ciała 3. prędkość 5, bieg zaś drugi także postępny N, miąższość ciała 3. prędkość 4; a znaydziémy M: N = 5: 4 ( §. 7. ) Nad to ciało maiące miąższości 6. niech idzie biegiém postępnym m, prędkością 4, takowąż, iaką iest w biegu N; a będzie N: m = 3: 6 ( §. 6. ) Zaczém składaiąc będzie M: m = 3. 5: 4. 6 = 15: 24 = 5: 8. Podobnymże sposobém i w innych iakichkolwiek biegach postępnych stósunek łatwo znaléźć można.

# ROZDZIAŁ III.

## *o samowolném ciał spádaniu.*

## §. I.

Ciało spoczywaiące nié może bydź poruszoné, chyba przez iaką siłę zewnętrzną.

Kto nie znayduie xiążki tam, gdzie ią przed nieiakim czasém położył, sądzi, że stamtąd xiążkę wzięto. Gdyż wydałby się na pośmiéch, gdyby trzymał, że xiążka sama przez się z jednégo mieysca na drugié przeszła. I tak gdy iakié ciało zaczyna mieć ruch, każdy sądzi, iż owo poruszénié nie od samégo ciała, ale od iakiéy siły zewnętrznéy pochodzi. Bo żadna odmiana w ciele, albo w jego stanie, bez przyczyny zacząć się nié może, i gdy ta przyczyna wzru-



wzrusza ciało w czasie poczynaiącéy się odmiany, musi bydź różną od tego ciała. Zaczém żadné ciało spoczywaiącé nié może się z mieysca poruszyć, chyba przez nieiaką siłę zewnętrzną, to iest różną od samégo ciała.

## §. II.

Bezwładność ciał.

Podobnymże sposobém i ciało, które raz iest poruszoné, ani się zatrzymać, ani biegu swégo odmiénić żadnym sposobém nié może, chyba że iaka przyczyna zewnętrzna na nie siłę wywiéra; bo ta odmiana stanu ciała zawsze pochodzi od przyczyny, która się różni od samégo ciała. Zaczém ogólnie mówiąc, żadné ciało samo przez się ani spoczynku na bieg, ani biegu własnégo na spoczynek zamiénić nié może, chyba to sprawi działaniém swoiém przyczyna iaka zewnętrzna, to iest taka która się nie znayduie w samém ciele. Tę własność ogólną wszystkich zgoła ciał Filozofowie *bezwładnością* (inertia) tychże ciał nazywaią.

## §. III.

Przez odpór powietrza ruch ciał około nás będących słabieie.

Doświadczénié zdaie się bydź wprawdzie przeciwné bezwładności ciał, gdyż wszelkié biegi, na które codziénnie patrzymy, bez żadnéy przyczyny zewnętrznéy widzianéy, albo ustawicznie się odmiéniaią albo zupełnie giną. Lecz trzeba pamiętać na to, że cała ziémia zewszad iest powietrzém otoczona, które chociaż nám



BIBLIOTEKA ZIELONA

pod oko nie podpádá, iednakże wszelkiému ciał poruszéniu znacznie się opiéra (Wstęp. Rozd. X. §. 22.) dla téy albowiém przyczyny prędkość iakiégożkolwiek ciała ziémskiégo w biegu coráz słabieie, a na reszcie i cale ustaie.

## §. IV.

Bieg ciał które nás otáczaią, często się odmiéniá przez ich ciężkość.

Nad to, wszystkié ciała nás otaczaiącésą ciężkié, przez co się dzieie że poruszoné, ieśli cale na inném ciele nie są wsparté, pospolicie kierunek i prędkość odmiéniaią, bez żadnéy widzialnéy przyczyny, gdyż to, co ich ciężkość sprawuie, pod nalzé oczy nie podpadá. I tak kamiéń ukośnie rzucony nigdy prosto nie leci, ale coraz bardziéy ku ziémi się zbliżá, a w reszcie na ziémię upadá. Zaczém bieg swóy ustawicznie odmiéniá, boby zawsze prosto biégł podług piérwszégo kierunku, gdyby go nie odmiéniał. (Wstęp. Rozd. XVI. §. 9.) A ta odmiana stąd pochodzi, że ciężar kamiénia ustawicznie pędzi go na dół. Dla téyże saméy przyczyny kule z dział wystrzeloné podobnyż bieg maią.

## §. V.

Tarcié iest także przyczyną odmiany ruchu.

Może wprawdzie iakie ciało tak biédz, żeby iego ruch nie podpádał odmianie dla ciężkości, n. p. na powiérzchni poziomey iakiey rzeczy nie ruszaiącéy się. Ale i w tén czas z inney znowu przyczyny bieg iego, to iest przez ustawiczné tarcié odmiéniá się i słabieie, które to tarcié zawsze zna-



znaczné iest, gdy iakié ciało na powiérzchni drugiégo bieży i tę powierzchnią ciśnie, bądź że ta powiérzchniá iest pozioma, bądź że nie iest. (Wstęp. Rozd. XIII. §. 4.) Zaczém różné są przyczyny, przez które wszelkié zgoła około nás będące ruchy ustawicznie się odmiéniaią i słabieią, tak dalece, że w żadnym równá zawsze prędkość, i ténże sam kierunek trwać nié może i ta ustawiczná odmiana nie sprzeciwiá się ciáł bezwładności, ponieważ bezwładność ciał czyni ie nie maiéy oboiętné do biegu iak do spoczynku.

## §. VI.

Ciała w próżni (in vacuo) spádaią bez żadnéy odmiany biegu sprawionégo ciężkością.

Niektóré ciała maią w sobie osobną przyczynę ruchu oprócz ciężkości, którą iednak przyczynę *zewnętrzną* nazywámy względém ciała, dla tego, że nie iest tém samém co ciało. I takié są zwiérzęta, które póki żyią, od wnętrznéy niciakiey przyczyny ruch maią, która działać poprzestaie, gdy obumieraią. Ale kule n. p. ołowiané drewniané i t. d. i bardzo wielé tegoż rodzaiu ciał, takiégo początku ruchu, oprócz ciężkości nié maią, a zatém stanu swego odmiénić nié mogą, tylko przez własny ciężar, albo przez iaką zewnętrzną siłę. Gdyby tedy takié ciało spádało w mieyscu cale wolném od przeszkód i gdzieby nic się nie znaydowało, coby na nie siłę wywrzéć mogło; iawna iest rzecz, iż ruch ciała od ciężkości sprawiony, ani bydź osłabio-

nym ani odmienić się żadnym sposobém nie mógłby.

## §. VII.

*Przypuszczénié* (hypotesis) Jest rzeczą bardzo dowodliwą, że ciężkość ciał równé biegi sprawuie w równych czasach.

Każdé ciało ciężkié, któré z pewnéy wysokości spada, w czasie spadania, równie ciężkiém ustawicznie zostaie, o czém nikt nie wątpi. Gdy tedy samą ciężkością spada, dowodliwo iest, iż bez przestanku iednakowo mu biegu przybywa w równych czasach; bo działania poprzedzaiące ciężkości, trwaią w swoiéy mocy, a nowé iednakowé w następnych czasach przybywaią. To przypuściwszy, obaczymy, iaki powinién bydź bieg ciała, gdy na mieyscé od przeszkód zupełnie wolném samowolnie spada. Jeżeli bowiém doświadczénié pokaże, że w saméy rzeczy takowy bieg ciał samowolnie w próżni spadaiących znayduie się, można będzie pewnie stąd wnieść, że naszé przypuszczénié o równości przybywania biegu w równych czasach sprawionégo, iest prawdziwé i pewné.

## §. VIII.

Prędkość ciał wolnie spadaiących, ustawicznie się pomnaża wstósunku czasu.

Przeto gdy kula ołowiana, albo inné iakié ciało w przestrzeni próżnéy spada w jednéy sekundzie, albo przez inny czasu przeciąg, dla swoiéy ciężkości nabywa pewnégo biegu, który oznaczam przez iednostkę, w drugim czasie równym znowu biegu przez takąż iednostkę, w trzecim czasie równym znowu biegu podobnie i t. d.



i t. d. A że te wszystkié biegi odprawuią się na tychże samych liniiach pionowych, i ciało zawsze utrzymuie każdy bieg poczęty nie odmieniaiąc go, (§. 7.) koniecznie stąd idzie, że cały bieg iego będzie złożony, i po wypłyniéniu drugiégo czasu summą biegów 1. i 1. a przeto = 2, po skończéniu trzeciégo czasu = 3. i t. d. (Xię. 1. Roz: 1. §. 2.) słowém, przy końcu iakiégokolwiek czasu, który się od samégo początku spadania zaczyna, bieg ciała będzie w stósunku czasu. Ze zaś doświadczénié naucza, iż wszystkié biegi ciał samowolnie spadaiących z ciężkości pochodzące, są biegami postępnémi, takié zaś biegi przy iednakowych ciał miąższościach zawsze są iak ich chyżości (Xię. 1. Rozd. 2. §. 7.) idzie zatém koniecznie, że i prędkość iakiegokolwiek ciała w próżni samowolnie spadaiącégo przy końcu każdégo czasu, który się zaczyna od samégo początku spadania, iest iak czas, to iest: w takim razie czas iest wymiarém prędkości.

# ROZDZIAŁ IV.

## *o biegu iednostaynie przyśpieszonym.*

## §. I.

Bieg iednostaynie przyśpieszony.

Taki bieg ciał samowolnie spadaiących, iaki podług naszégo przypuszczénia bydź powinién, nazywa się *biegiem iednostaynie przy-*

Fig: 3. *przyśpieszonym* (æquabiliter acceleratus) gdyż o wszelkim biegu, którego prędkość nieustannie coraz bardziéy a bardziéy się pomnaża mówimy, że iest *przyśpieszony*. Jeżeli prostá liniia AE. oznacza czas iakiégo biegu i iest podzielona na ilekolwiek części równych AB, BC, CD, DE, i t. d. każdá zaś liniia do AE. prostopadła BF, CG, DQ, EK. i t. d, oznacza prędkość przy końcu czasu AB, albo BC, CD, albo DE, tedy poprowadziwszy liniią przez punkta A, F, G, Q, K. cała Figura nazywa się *podziałką prędkości* (scala celeritatum) w tym biegu.

## §. II.

Bieg nie iednostayny.

Fig: 4.

Piérwszy moment spadania ciała, nie wchodzi w rachunek prędkości biegu iego. Zaczém punkt A, oznaczaiący początek biegu iest spólny podstawie i linii AK, na podziałce prędkości owégo biegu. A że prędkość BF, iest do prędkości CG. iak AB: A.C. (§. 9.) więc liniia AK, iest prostá, a sama podziałka będzie troykątém prostokątnym i przez taki troykąt można wyrazić każdy bieg iednostaynie przyśpieszony. Liniia AFGK. czyli AK. może też bydź krzywá, a w tén czas iawná iest rzecz, iż tén bieg nie będzie iednostaynie przyśpieszony, którému służy taká krzywa podziałka. Ogólnie mówiąc, wszystkié takowé biegi, w których prędkość ustawicznie się odmiénia, nazywané bywaią *nie-*



*nieiednostaynémi* (inæquabiles). Jako bowiém linii krzywéy żadna cząstka nie iest prostá, tak też i biegu nieiednostaynégo wszystkié cząstki muszą bydź nieiednostayne, ale w nich prędkość ustawicznie się odmiénia.

## §. III.

Plac w podziałce prędkości wyráżá mieyscé przebieżoné biegiém iednostaynym.

Fig. 3.

Jeżeli iaki punkt iednostaynie bieży w przeciągu czasu c, prędkością p. przez mieyscé m, a w przeciągu czasu C. prędkością P. przez mieyscé M; będzie P:p. = Mc: mC (Wstęp. Rozd. XVI. §. 6.) a przeto Cm P. = c M p. i M: m = PC: pc. Zaczém ieżeli AH = p. = BF, BI = P = ER; AB = c, i BE. = C. będą mieysca M i m, w stósunku prostokątów BIRE, i HFBA, tak dalece, że w podziałce prędkości przez podstawę czas, przez pionowé AH, BI. i t. d. prędkości przez place między témi prostopadłémi leżące, mieysca przebieżoné oznaczaią się.

## §. IV.

Mieyscá biegiém iednostaynym przyśpieszonym przebyté, można oznáczyć za pomocą innych dwóch biegów P Q.

Żebyśmy zaś i mieyscé oznaczyli biegiém iednostaynie przyśpieszonym iakiégo punktu w czasie AE przebyté, którégo podziałka prędkości iest AEK, a prędkość EK. po wypłynionym czasie AE. rozdzielmy tén czas AE. na wielé chcémy części równych AB, BC, CD, DE, i wystáwmy sobie w myśli dwa biegi P i Q. przez każdą z tych równych części czasu iednostayné. Piérwszy bieg P, niech ma zawsze

Fig. 4. wsze tę prędkość, w całym przeciągu czasu iakimkolwiek, która istnie na końcu w nim była, drugi zaś Q. prędkość początkową a będzie biegu P prętkość przez czas AB = BF = AH; przez czas BC. = CG = BI. przez czas CD = DQ = CR przez czas DE = EK = DS. Biegu zaś Q. w czasie AB, prędkość nie będzie żadna w czasie BC = BF = Cc, w czasie CD = CG = Dd, w czasie DE = DQ = Ee. Zaczém biegiem P. w czasie AB. przebywa się mieyscé AB FH. a w czasie AE. mieyscé placu kącistego AHFIGRQSKE; biegiém zaś Q. w tymże samym czasie mieyscé BFc Gd Qe EB (§. 3.).

## §. V.

Wielkość mieysca w biegach P. i Q.

Jest zaś ten plac kącisty AHFIGRQKE, równy troykątowi AEK. dodawszy tróykąty AHF, FIG, GRQ, QSK, a drugi plac wnętrzny BFc Gd Qe témuż tróykątowi AEK. równa się odiąwszy tróykąty AFB, FGc, GQd, KQe. Łatwo poznać że wszystkié te tróykąty małé, są sobie równé. Zaczém każdy z nich iest = ½ BF. AB; że zaś liczba tróykątów tak zewnętrznych iako i wewnętrznych iest równa liczbie cząstek czasu AE. będą więc obiedwie summy tak wewnętrznych iako i zewnętrznych placów = ½ BF AE. Zaczém mieyscé w czasie AE biegiém P. przebyté iest = ½ EK. AE + ½ BF. AE, a mieyscé, które się drugim biegiém Q, w tymże samym czasie



sie AE. przebywá = + ½ EK. AE — ½ BF. AE.

## §. VI.

Mieyscé biegu P, zawsze iest większé, a mieyscé biegu Q mnieysze od mieysca biegu iednostaynie przyśpieszonégo, które się w tymże samym czasie przebywá.

Prędkość biegu P. w jakiéykolwiek cząstce czasu, iest zawsze większá od prędkości w biegu iednostaynie przyśpieszonym, a prędkość w biegu Q mnieyszá. Że bowiém prędkość w biegu przyśpieszonym ustawicznie przybywá, niech będzie ta prędkość = CG. n. p. na początku cząstki czasu CD, na końcu zaś = DQ, iasná iest rzecz, że taż prędkość przez całą owę czasu cząstkę, między początkiém i końcem większá była od CG, a mnieyszá od DQ. A że CG. iest prędkością stałą w biegu Q. na czas CD; zaś DQ iest prędkością stałą w biegu P na ténże sam czas CD; zaczém mieyscé w cząstce czasu CD przebyté biegiém Q zawsze będzie mnieyszé; mieyscé zaś biegu P większé od mieysca biegiém iednostaynie przyśpieszonym przebyłégo w téyże saméy chwili czasu CD przebyłégo. Gdyż prędkości w jakimkolwiek biegu nie poznaiémy z pewnégo czasu, ale z mieysca w owym czasie ubieżonégo, a przeto tém była większá, im było większé mieyscé przebieżoné, a zatém kónieczne mieyscé przebieżoné w pewnym czasie iest większé, im większá była prędkość w tymże czasie. Że zaś to, cośmy powiedzieli o cząstce czasu CD, o każdéy innéy cząstce mówić należy, wnosi się stąd ogólnie, iż na wielé chcąc cząstek podzie-

dzieliwszy, mieyscé biegiém P przebyté, w czasie AE, zawsze iest większé, a mieyscé w tymże czasie, biegiém Q przebyte, zawsze mnieyszé od mieysca, przez któré bieg iednostaynie przyśpieszony odbywa się w czasie AE.

## §. VII.

Mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź większé od tróykąta AEK.

Pamiętaiąc znaczénié biegów P i Q, oraz przekonawszy się, że mieyscé biegiém piérwszym przebyte iest większé, a drugie mnieyszé od mieysca biegiém iednostaynie przyśpieszonym w tymże samym czasie przebytégo; przekonać się też można, iż mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź większe od tróykąta AEK (Fig. 4.) czyli $\frac{1}{2}$ EK. AE. Na okazanié téy prawdy, daymy że rzeczoné mieyscé większé iest od tróykąta AEK. ilością $b^2$ wyrażaiącą iakową płaszczyznę n. p. tróykąt, a zatém że toż mieyscé iest $= \frac{1}{2}$ EK. AE. $+ b^2$. Przypuśćmy ieszcze, że tróykąt AEK. i płaszczyzna $b^2$ maią (a) iedén wymiar (dimensio) spólny, a tym niech będzie $\frac{1}{2}$ EK., tak dalecé, iż drugi wymiar płaszczyzny $b^2$, nazwawszy p, będzie $\frac{1}{2}$EK. $p. = b^2$ skąd $p = \frac{2b^2.}{EK}$, toż $EK. = \frac{2b^2}{p}$. Oprócz tego niech będzie linia AB. częścią wymierną

(a) Każda płaszczyzna ma dwa wymiary, a temi są długość i szérokość.



mierna linii AE. mnieyszą od p, a cała AE, na takié części iaka iest AB. Poprowadźmy prostopadłą BF. a z podobiéństwa tróykątów ABF, AEK, wypadnie $BF = \frac{EK. AB.}{AE.} = \frac{2b^2 AB.}{AE. p}$ gdzie za EK. wartość iest położoná. A że podług przypuszczénia iest $p > AB$, więc w ostatniém zrównaniu mnożnik $\frac{AB}{p}$, iest ułomkiém prawdziwym, czyli ilością mnieyszą od iedności, zatém mnożnik drugi $\frac{2b^2.}{AE.}$ mnożony przezeń zmnieyszá się; a tak $BF < \frac{2b^2.}{AE.}$ czyli mnożąc oba té wyrazy przez $\frac{1}{2}$ AE. będzie $\frac{1}{2}$ BF. AE $< b^2$ A że mieyscé biegiém P. w czasie AE przebyté mieliśmy $= \frac{1}{2}$ EK. AE $+ \frac{1}{2}$ B F. AE. (§. 3.) a zatém różnica między témże mieyscém i tróykątém AEK. mnieyszá iest od $b^2$. Mieyscé zaś biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, zawsze iest mnieyszé od mieysca $\frac{1}{2}$ EK. AE. $+ \frac{1}{2}$ BF. AE. (§. 4.) Przeto ieżeli iest większé od tróykąta AEK nigdy od niego bydź nié może większé ilością $b^2$ co iest przeciwko przypuszczéniu. A zatém owo mieyscé biegu iednostaynie przyśpieszonégo, nié może bydź większé od tróykąta AEK.

## §. VIII.

Mieyscé biegiém ie-

Utrzymawszy téż samé przypuszczénia i warunki, iakié były w §. poprzedzaiącym,

Jednostaynie przyśpieszonym w czasie AE, przebyté, równá się tróykątowi AEK.

łatwo widzieć można, że mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może też bydź mnieyszé od tróykąta AEK. Niech by bowiém było mnieyszé płaszczyzną $b^2$ zrównanie $BF = \frac{2b^2AB.}{AE.p}$ iako też warunek z niego wypadaiący $\frac{1}{2}$ BF. AE $< b^2$ okazuie, iż mieyscé biegiém Q wymiérzoné w czasie AE, to iest $\frac{1}{2}$ EK. AE $- \frac{1}{2}$ BF. AE. (§. 5.) mnieyszé iest od tróykąta AEK. ilością $\frac{1}{2}$ BF. AE, a która to ilość iest mnieyszą od $b^2$. Że zaś toż mieyscé biegiém Q wymiérzoné, iest mnieyszé od mieysca biegu iednostaynie przyśpieszonégo (§. 6.) wypada więc stąd, iż mieyscé w biegu iednostaynie przyśpieszonym, ieżeli iest mnieyszé od tróykąta AEK. mniéy się od niego różni niż ilością $b^2$ co iest przeciwko przypuszczéniu. Zaczém mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź ani większé ani mnieyszé od tróykąta AEK, więc iest mu równé. A tak gdy iest nie tylko bieg iednostayny, ale też i iednostaynie przyśpieszony, plac w podziałce prędkości zawsze wyráża mieyscé przebyté.

## § IX.

Mieysca biegiém iednostaynie

Niech będzie AB = 1, AC = 2, AD = 3, AE = 4, i t. d. BF = 2, CG = 4, DQ = 6, EK = 8, i t. d. będą mieysca w czasach 1, 2, 3, 4. i t. d. przebyté (każde względém swego czasu uiętè) iak troykąty ABF, ACG i t. d. to iest: 1, 4, 9, 16, i t. d. iak kwadraty czasów, albo kwadraty prędkości, to iest: 4. 16. 36, 64, i t. d. W piérwszym zaś czasie 1. przebieżoné bywá mieyscé 1, w drugim czasie równym piérwszému mieyscu 3, w trzecim 5, w czwartym 7. i t. d. Słowém mieysca ABF, FBCG, GCDQ i t. d. w równych przeciągach czasu następnie przebyté, rosną iak liczby nie parzyste, co sama figura okazuie. Powszechnie zaś mówiąc, gdy iest AB = c; BF = p. mieyscé przebieżoné = m, nad to ow iakikolwiek przeciąg czasu od początku biegu AD = C. prędkości przy końcu tegoż czasu DQ = P. mieyscé ADQ, w tym czasie przebieżoné = M; będzie m: M = 1 c p: $\frac{1}{2}$ CP = cc: CC = pp: PP.

przyśpieszonym przebyté, są iak kwadraty czasów albo kwadraty prędkości.

## § X.

Jak mámy sobie wyobráżać prędkość w biegu iednostaynie przyśpieszonym.

Niech będzie KX. do linii AE równoległa i AX do linii EK także równoległa, a iasná iest rzecz, że gdyby iaki punkt z takową prędkością EK, iaką ténże punkt miał w iednostaynie przyśpieszonym swym biegu przy końcu czasu AE, przez cały czas AE, bez żadnéy w biegu odmiany iednostaynie postępował, mieyscé tym biegiém wymiérzoné, byłoby równé prostokątowi AXKE (§ 7.) a zatém do mieysca w tymże czasie biegiem

giém iednostaynie przyśpieszonym przebytego, byłoby w stósunku 2: 1. zaczem punkt w jednostaynie przyśpieszonym biegu będący, na końcu każdego czasu rachowanego od początku biegu, taką ma prędkość, iż tąż samą w równym czasu przeciągu mieyscé we dwoie większe mógłby przebydź iednostaynie bieżąc. I tym to sposobém wyraznie poznaiémy iego prędkość mianą w każdéy czasu chwili.

## § XI.

Maiąc znané mieyscé biegiém iednostaynie przyspiészonym przebyté, oznaczyć iego prędkość.

Ponieważ w biegu iednostaynie przyspieszonym mieysca są w stósunku kwadratow z czasów na ich przebycié strawionych, przeto ieżeli punkt iaki bieżąc biegiém iednostaynie przyspieszonym w przeciągu iednéy sekundy przebywá $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich w przeciągu - -

| | | |
|---|---|---|
| 2 sekund przebędzie | 60 stóp | + 4 cale |
| 3. | 135. | + 9. |
| 4. | 241. | + 4. |
| 5. | 377. | + 1. |
| i t. d. | i t. d. | |

Że zaś biegiém takowym spádaiąc ciało, nabywá przy końcu czasu danégo takiéy prędkości, iż nią może przebydź biegiém iednostaynym mieyscé dwa razy większé w tymże samym czasie; zatém nabywá prędkości do bieżénia iednostaynie po upłynionéy 1ey sekundzie biegu przyspieszonégo przez - - 30 stóp + 2 cale

2ch



| | | |
|---|---|---|
| 2ch | 60 | + 4. |
| 3ch | 90 | + 6. |
| 4ch | 120 | + 8. |
| 5ciu | 150 | + 10. |
| i t. d. | i t. d. | |

Jeżeli więc punkt iaki w przeciągu pewnégo czasu n. p. 21." z takiém iak wyżéy przyśpieszéniém biégł, mieyscé przebieżoné X znaydzie się przez takową proporcyą 1: 21. 21. $= 15\frac{1}{12}$ stóp: X, skąd $X = \frac{181. 441.}{12}$ stop pary. $= 6651.$ stop + 9 cal: A że w tym samym czasie nabytą tą prędkością biegiém iednostaynym przebydź się może mieyscé dwa razy większe: zatém liczbę 6651 stóp + 9 cal: mnożąc przez 2, i dzieląc przez 21. liczbę sekund, znaydziémy 633. stóp + 6 cal: mieyscé, które punkt dany prędkością nabytą, bieżąc iednostaynie przebydź może w przeciągu iednéy sekundy. Mieyscé zaś to okazuie prędkość nabytą biegiém przyśpieszonym w czasie 21."

## § XII.

Co iest mieyscé do prędkości danéy należące i iak ié wynaléźć?

Przeciwnie zaś gdy daná iest pewna prędkość n. p. taka, którąby w przeciągu iednéy sekundy, 724 stóp Paryzkich biegiém iednostaynym przeyść można było, a szukamy mieysca, któréby punkt biegiém iednostaynie przyspieszonym przebywszy, a w piérwszéy spádania sekundzie przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich lecący, takiéy prędkości nabył, iaką iest daná, któ-

ré

ré to mieyscé nazywámy *mieyscém do prędkości danéy należącém* w następuiący sposób tego doydziémy. Prędkość nabytá po wypłynieniu iednéy sekundy, to iest: 30 stóp, 2 cale, iest do prędkości danéy 724 stóp, w stósunku 1: 24. Że tedy prędkości w biegu iednostaynie przyśpieszonym są iak czasy, idzie zatém, iż punkt biédz powinién przez 24," żeby nabył takiéy prędkości, iaka iest daná. Zaczém wypádá 1: 24. 24 = 15 stóp 1 cal do wysokości szukanéy która się pokazuie bydź 181. 48, albo 8688 stóp Paryzkich; to iest: punkt przebiegłszy wysokości czyli mieyscé 8688 stóp wysokié, będzie miał taką prędkość, którąby przebył 724 stóp Paryzkich biegąc iednostaynie przez 1. sekundę.

## § XIII.

Wyrażénié ogólné stósunku miedzy prędkością i mieyscém w biegu iednostaynie przyśpieszonym.

Ogólnie nazwiymy liczbę stóp Paryzkich, które iaki punkt przechodzi biegiém iednostaynie przyśpieszonym s, a będzie prędkość punktu na końcu téy sekundy 2s. to iest punkt prędkością nabytą iednostaynie bieżąc uyść może w jednéy sekundzie 2s. stóp Paryzkich. Jeżeli tedy powszechnie mówiąc przebiéga iakiekolwiek mieyscé m, i przy końcu swéy drogi má prędkość p, którąby iednostaynie idąc mógł przeyść przez p stóp Paryzkich w jednéy sekundzie, będzie m: s = pp: 4ss, a zatém $p = 2\sqrt{ms}$, a zaś

m



m czyli mieyscé do prędkości p należące będzie $\frac{pp}{4s}$; i tak w przykładzie wyżéy przywiedzionym p = 724, s = 15 $\frac{1}{12}$, a zatém $m = \frac{724.724.}{724.}.12 = 724.12 = 8688$. Gdyby zaś było p = 905, byłoby $m = \frac{905.905}{60\frac{1}{3}} = 13575$.

# ROZDZIAŁ V.

## *o doświádczeniach około spádaniá ciát.*

## § I.

Bieg ciał w mieyscu bezpowietrznem, gdy swoią mocą spádaią, iest iednostaynie przyśpieszonym.

Ponieważ powietrzę z bani szklanéy albo z innégo naczynia prawie ze wszystkiém wyciągnąć można używszy pompy powietrznéy, (Wstęp. Rozd. X. § 20.) postrzeżono, że w mieyscu od powietrza wolném, wszystkie ciała spádaiące z równą prędkością lecą przez liniie pionowé, biegiém postępnym, tak dalecé, że pióro i kawałek złota z jednakowéy wysokości razém spuszczoné, razém téż na dno naczynia upádaią. Zaczém nic nié ma w mieyscu od powietrza wolném, coby choć spádaniu pióra przeszkádzało, albo ié osłabić mogło, i ową różną prędkość, która się daie nám widzieć niemal we wszystkich ciałach, acz z jednakowéy wysokości spádaią-

C cych,

cych, od samégo tylko powietrza i iego oporu pochodzi. Zaczém w mieyscu od powietrza próżném bieg ołowianéy kuli albo iakiégokolwiek ciała innégo swą mocą spadaiącego od ciężkości pochodzący, odmienić się nié może, (Rozd: III. § 7.) i powinién bydź iednostaynie przyspieszony. (Rozd: III. § 8.)

## § II.

Podług doświadczéń czynionych we Francyi ciała w mieyscu bezpowietrznem spadaią przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich w przeciągu iednéy sekundy.

Lecz że wysokość mieysc, z których powietrzé wyciągnąć można, za pomocą Machiny zawsze iest mała i czasy równé, w których przez części téy wysokości ciała spadaią, tak są krótkie, że ich dokładnie porównywać z wysokościami nié można. Zaczém doświadczénia około spadania ciał nié mogą bydź czynioné, iedno w powietrzu, a doświadczénié nauczyło, że w spadaniu ciał gatunkowo znacznie ciężkich, z miernéy wysokości, opór powietrza iest bardzo mały, a chyba w spadaniu ciał gatunkowo lekkich znaczny. Prawda, że ani naymnieyszéy różnicy nie można postrzédz w spadaniu, gdy kula ołowiana bądź w mieyscu wolném od powietrza, bądź w powietrzu na dół leci z owéy miernéy wysokości mieysca, z którego powietrze może bydź wyciągnioné za pomocą pompy powietrznéy czyli Powietrzeciąga. Przeto gdy Hugeniusz przez doświadczénia czynioné we Francyi bardzo



dzo dokładné, postrzégł, że przywiększa kula ołowiana, w przeciągu iednéy sekundy, w powietrzu z mieysca spoczynku spadła przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich (Hugenii horologium oscillatorium Część IV. Poda. 26) Stąd idzie koniecznie, że każde ciało w tymże samym czasie, tyléż spada na mieyscu wolném od powietrza, a przynaymniéy różnica w spadaniu iako nie znaczna może bydź zaniechana.

## § III.

Doświadczéniá Riccioli około spadaniá ciał.

Między Fizykami piérwszy był Galileusz który na początku wieku przeszłégo bardzo szczęśliwé uczynił doświadczénié około spadaniá ciał, ale że kładł ciała na tablicach pochyłych, po których spadały, a wolnie im spadać nie dopuścił, ieszcze na tém mieyscu o iego doświadczeniach mówić nié możemy. Po nim Riccioli, około pół wieku przeszłégo, z pomocą Mavalda, bawił się w Bononii doświadczéniami około ciał spadaiących, i z wyższych wież spuszczaiąc kule kreciané 8 uncyy ważące, rachował kołysniénia (oscillatio) na wisiadle czyli kołyśnieniá kuli na cienkiéy nici zawieszonéy (Riccioli Almagestum novum Xię: II. Rozd: 27. Poda. 4.) Dostrzégł zaś, że w czasie 5 kołyśnień iego wisiadła, kula kreciana spadała przez dziesięć; w czasie 10 kołysnień, przez 40; w czasie 15 kołysnień przez 90; w czasie 20 kołyśnień

śnień, przez 160, a w czasie 25 kołyśnień przez 250 stóp Rzymskich.

## § IV.

Jnné Riccioła doświádczénia.

Dáymy tedy, że każdé z osobna kołyśnienié równie długo trwało, iawná iest rzecz, iż czasy spadania były ich 1, 2, 3, 4, 5, wysokości zaś od początku spadku rachowané do owych czasów należącé, iak kwadraty z czasów: 1, 4, 9, 16, 25 i t. d. Tenże Riccioli wymiérzył pewną wysokość pionową, i na niéy ponaznaczał podziały w odległościach, 15, 60, 135, 240 stóp Rzymskich, od wiérzchołka rachuiąc. Znalazł zaś że kule kreciané, z owéy wysokości wolnie spuszczoné, spadały przez każde z osobna rzeczone podziały w czasie 6, 12, 18 i 24 kołyśnień tegoż wisiadła, tak dalece, że i tu znowu wysokości są w stósunku kwadratów z czasu.

## § V.

Bardzo małé wahaniá wahadeł równie trwaią.

Riccioli przy swoich doświádczéniach czas mierzył wahaniami wahadeł. Galileusz zaś ciężarem wody z obszérnégo naczynia przez dziurkę bardzo małą wyciekaiącéy. Obydwie miary dobré. Gdy bowiém z naczynia obszernégo, pełnégo wody, przez dziurkę szczupłą woda ciecze, wysokość wody w przeciągu kilku minut, w żaden sposób znacznie się nie zmnieysza, ale wierzch iéy prawie zgoła nieporuszénie stoi, ani się zniża, gdyż

owa



owá cząstka, która w tak małym czasie wypływa, iest bardzo mała i nieznaczna względém całéy wody. Że zaś bieg wody z naczynia ciekącéy od ciśnienia iéy tylko pochodzi, łatwo każdy poznaie, to zaś ciśnienié zawisło od saméy wysokości wody w naczyniu (Wstęp. Rozd. VII. § 16.) która to wysokość, gdy w kilku minutach prawie się nie odmiénia, iawná iest rzecz, że każdá z osobna kropla wody, gdy wchodzi w dziurkę równą siłą przez cały tén czas do płyniénia pędzona bywá, a żadnéy zgoła nié ma przyczyny, dla któréyby iedna kropla prędzéy wypływać powinna, niż druga. Zaczém wody tak wypływaiącéy iest bieg iednostayny, a przeto do mierzenia czasu zdatny. Gdyż zważywszy wodę we dwóch małych iakichkolwiek przeciągach czasu wyciekłą, pewna iest rzecz, że te czasy są w stósunku ciężaru wody. Używszy nawet przy tych doświádczéniach wahadła, postrzeżémy, iż liczba małych wahań wahadła iest zawsze w stósunku z ciężarém wody, przez tén cały czas w którym wahadło kołysało się wyciekłéy. Więc i czas tak się zawsze má iak liczba wahań małych, iest wedwóynásób większy od czasu, w którym toż wahadło daie trzy wahaniá. Zaczém każdé z osobna wahanié bardzo małé tegoż samégo wahadła równie trwá, a zatém

tém czas należycie przez nié dzielić można na równe części.

## § VI.

Zarzut przeciwko doświadczéniom Ricciola.

Gdyby doświadczénia Ricciola czynione były na mieyscu wolném od powietrza, tedyby wprawdzie dowodziły gruntownie, że biegi od ciężkości pochodzące są iednostaynie przyśpieszone. (§ 3.) i że naszé przypuszczénié iest prawdziwé. (Rozd: III. § 7.) Lecz że w powietrzu czynione były, stósunek postrzeżony między wysokościami spádania, zdaie się iż znacznie powinién bydź inny, niż iest tén, który znayduiémy na mieyscu wolném od powietrza; chociáż bowiém opór powietrza, gdy ciała znacznie ciężkie spadaią iest pospolicie mały, przecięż całe znaczny postrzegámy przy spádaniu ciał lekkich z wielkiéy wysokości, iakie są kule kreciané (§ 2.) Sam Riccioli spuszczaiąc kulę ołowianą o 2 ½ uncyach, razém z kulą ołowianą o 2 uncyach z wysokości 280 stóp Rzymskich, postrzégł, że ołowiana iuż ziémię upadła gdy kreciana ieszcze o 25 stóp od ziémi była. Bo ieżeli na przykład opór powietrza zmnieyszał tęż samę wysokość kuli ołowianéy w tymże samym czasie na 2 stóp Rzymskich a ténże sam opór powietrza zmnieyszał samę wysokość kuli ołowianéy w tymże samym czasie na stóp 27, a zatém różnica oporu tego była 25 stóp Rzymskich; więc gdyby kula ołowiana spádała w wolném od powietrza mieyscu z téyże saméy wysokości i w tymże samym czasie, a kula kreciana gdyby spádała z téyże wysokości i w tymże samym czasie w mieyscu powietrzném, różnica wysokości ich spadku w tymże samym czasie z oporu powietrza pochodząca, byłaby 27 Stóp Rzymskich, którégo w tym czasie kula ołowiana nié miała. Ponieważ zaś kula ołowiana w mieyscu wolném od powietrza spádaiąc z takiéy wysokości i w tymże samym czasie, niecoby głębiéy spadła, przeto oporém powietrza zmnieyszona była wysokość spádania więcéy niż na 25 stóp Rzymskich.



## § VII.

Doświadczénia Ricciola nie są zupełnie dokładné.

Żeby tedy co pewnégo z doświadczénia Ricciola wnieść można było, trzeba zważać naprzod że bieg ciał wolnie spadaiących iest bardzo prędki, a zatém trzeba używać nader wielkiéy pilności w dostrzéganiu czasów, ieżeli chcemy należycie porównywać mieysca i czasy w spadaniu ciał. Téy zaś pilności, że nie ze wszystkiém dokładnéy użył Riccioli, pokazuie się to, porównywaiąc iego doświadczénia iedné z drugiémi. Jeżeli bowiém kula kreciana o 8 uncyach w powietrzu spádá zupełnie przez 10 stóp Rzymskich, w czasie 5 kołyśnień wisiadła, takaż kula spadac powinna przez 15

stóp

stóp Rzymskich, w czasie $6\frac{3}{25}$ tegoż wahadła, ieżeli mieysca są w stósunku dwumnożnym czasów; gdyż iest 10: 15 = 25: 37,5; a 37,5 iest kwadratém blizkim liczby 6,12. spadła zaś kula podług Ricciola przez 15 stóp Rzymskich w przeciągu 6 kołyśnień. Podobnymże sposobém tak kula przez 240 stóp Rzymskich spadać powinna nie w przeciągu 24 iak Riccioli postrzegł, ale blizko $24\frac{1}{2}$ wahaniach na iego wahadle. Jasna tedy iest rzecz, że stósunek między mieyscami i czasami czyniąc doświadczenia w powietrzu iest tylko blizko prawdziwy, gdyż Riccioli samémi liczbami całkowitémi go wyraził, a ułomki liczb całe opuścił.

## § VIII.

Bardzo dowodliwá iest rzecz, że stósunki wysokości spádaniá ciał od Ricciola postrzeżone nawet na mieyscu wolném od powietrza prawdzą się.

Powtóré łatwo wyrozumiéwamy że stósunek między wysokościami w spadaniu oporem powietrza bardzo mało się odmiénia lubo samé odległości znaczney odmianie podlégaią. Daymy bowiém że iedna kula kreciana przez 10, drugá równa przez 20 stóp wolnie w próżni spada. Dopuśćmy daléy, że owa piérwszá kula, gdy w powietrzu spada, przez ténże sam czas, tylko przez 9 stóp swoią mocą leci, tak dalece, że wysokość w jéy spádaniu oporém powietrza zmnieyszá się na iednę stopę. Jawna iest rzecz że prędkość kuli przez 20 stóp spadaiącéy, przy końcu spadania, większá iest od prędkości kuli drugiéy, którá przez 10 stóp spadła. Że zaś opór powietrza gdy inné okoliczności są równé z prędkością ciał spadaiących pomnáżá się. (Rozd: X. § 25.) następuie koniecznie, że i drugá kula, gdy w powietrzu spadá, więcéy niż iednę stopę wysokości traci, dla oporu powietrza, pozwólmy tedy, że traci dwie stopy, a będzie stósunek między wysokościami w powietrzu = 9: 18 ténże sam co i w próżni 10: 20. Zaczém tém sposobém stósunek między wysokościami cale się nie odmiénił przez opór powietrza. Ale choć dopuścimy, że drugá kula mniéy lub więcéy z wysokości straciła, iednakowoż będzie stósunek między wysokościami spádaniá w powietrzu = 9: 18 ± x, a różnica x między tą ostatnią wysokością, i między 18, tak mała, iż ciała do iéy przebieżénia całego kołyśnienia nie potrzebuią. Zaczém gdy Riccioli części wahań osobnych opuścił, łatwo się pokazuie, iż stósunki przez postrzeganiá wynalezioné, albo zupełnie téż samé bydź powinny z stósunkami, któré w próżni mieyscé maią, iako téż od nich bardzo mało odstępuią.



## § IX.

Toż samo i inné doświádczéniá potwiérdzaią.

Taż prawda potwiérdzá się przez inné doświádczénia w Londynie na wysokim Kościele S. Pawła czynioné, gdzie czasu dostrzeżono z większą dokładnością

ścią niż to uczynił Riccioli: w roku bowiém 1710 wiele kul szklannych zywém srébrém napełnionych ciężaru prawie dwóch uncyy z wysokości 220 stóp Londyńskich spuszczono; Roku także 1719 spuszczono kule ołowiané o 2 prawie funtach z wysokości 272 stóp żywém srébrém napełnioné, które spadły, w przeciągu czasu trochę mnieyszym, niż 3,"73 ołowiané zaś prawie w 4" $\frac{1}{2}$ (Newtona Filozof. Natu. Począt. Mat: Xię: II. Pod. XL.) kwadrat zaś liczby 3,7 iest 13,69; a 220: 272 = 13, 69: 16,92. blizko. Że zaś piérwiástek kwadratowy liczby 16,92 iest 4,1 blizko, a kule ołowiané spadły z wysokości 272 stóp w 4," 25 prawie, iasna iest rzecz, że w samey istocie prawie zupełnie są w stósunku kwadratów z czasu, i owa różnica mała między 4," 1, i 4," 25, tylko od oporu powietrza pochodzi, przez który kuli ołowianey, iako z daleko większéy wysokości spadaiącey, bieg bardziéy się zpoźnił, niż kuli żywém srébrém napełnioney.

## § X.

Bieg ciał wolnie spadaiących w próżni

Można ieszcze oczywiściey pokazać, że owé małé uchybiénié stósunku między wysokościami w powietrzu, od stósunku między kwadratami czasów, z oporu powietrza pochodzi. Daymy bowiém, że kula w mieyscu od powietrza i w Anglii



glii spada na iednę sekundę przez 15 $\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich blizko, (§ 2) albo przez 16,07 stóp Londyńskich (*) idzie stąd koniecznie, że taż kula w próżni spadać powinna tamże we 3," 7 przez 220 stóp Londyńskich a przez 272 stóp Londyńskich w przeciągu 4," 1, ieżeli mieysca w próżni przebieżone są dokładnie w stósunku kwadratów z czasu; gdyż iest 16,07: 220 = 1: 13,69, liczba zaś 13,69 iest kwadratém liczby 3,7. A że iest 16,07: 272 = 1: 16, 92, to iest: iak 1 do kwadratu liczby 4, 1; zaczém gdy kulę w powietrzu spuszczamy, żeby swą mocą spadała, przeciąg czasu, w którym 220 stóp Londyńskich przebiéga, zawsze iest większy od 3," 7, a czas w którym 272 stóp Londyńskich ulatuie, większy od 4," 1, bo iéy bieg zawsze się zmnieysza przez opor powietrza, wprawdzie owo przybywanié powietrza tém większé bydź powinno, im gatunkowo lżeysza kula i im większa iest wysokość, gdy inné okoliczności są równe. Co też doświadczénia Londyńskié okazuią. Gdyż kula żywém srébrém napełniona bardzo mało więcéy zabrała czasu w spadaniu, niż 3," 7, kula zaś ołowiana w przeciągu 4," 25 spadła, a zatém powiększénié czasu w iéy spadaniu znacznieysze było, bo ołów gatunkowo lżeyszy iest od żywego

cale iednostaynie przyśpiesza się.

(*) Stopa Paryzká od Londyńskiéy iest iak 1,06575: 1.

go srébra, i wysokości spadania kuli z żywem srébrem. Zaczém bardzo dowodliwie następuie, że wysokości spadania w próżni są dokładnie w stósunku kwadratów z czasu, która to prawda i doświadczéniami Galileusza potwierdza się, o których potém mówić będziemy.

## § XI.

Co iest prędkość do iakiéy wysokości należącá i iak ią wynaléźć?

Wszystkié tedy prawdy, któréśmy wyżéy okázali mówiąc ogólnie o biegu iednostaynie przyśpieszonym, maią mieysce i w spádaniu wolném ciał w próżni, że zaś bez wątpienia każdé ciało podług doświádczéń we Francyi czynionych na mieyscu bezpowietrznem wolnie spada, w przeciągu iednéy sekundy przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich, (§ 2.) przykłady wyżéy dané, (Rozd. IV. § 11. 12. 13.) do spádania ciał w próżni bardzo łatwo iest przystósować. *Wysokość* zaś do *iakiéy prędkości wyznaczonéy należącá*, iest ta, przez którą ciało w próżni spadać powinno, żeby do danéy prędkości przyszło. Jest zaś takowa prędkość $p = 2\sqrt{ms}$ (Rozd. IV. § 13.) gdy $m$ znaczy wysokość mieysca do prędkości $p$ należącą, $s$ zaś liczbę stóp Paryzkich, przez które ciało spada z mieysca spoczynku w próżni w pierwszéy sekundzie. Oznacza się zaś tym wyrazém prędkość $p$ przez liczbę stóp Paryzkich, przez które ciało daną prędkością przebiédz może iednostaynie



nię w przeciągu iednéy sekundy. Także przeciwnie, gdy daná iest wysokość $m$ nazywá się $p$ *prędkością* do *wysokości* $m$ należącą.

## § XII.

Samowolné spádanié ciał dokładnie określoné bydź nié może, dla oporu powietrza, ie dno przez rachunek bardzo trudny.

Gdy iakié ciało w powietrzu wolnie spáda, czas spádania z danéy wysokości albo wysokość z danégo czasu dokładnie określoná bydź nié może, chyba przez rachunek bardzo trudny, czego na tém mieyscu przyczyny wyłożyć nié możemy. Lecz niekiedy dosyć iest choć nie dokładnie poznać wysokość z danégo czasu spádania. Spuszczámy na przykład kamień w głęboką studnią albo w loch, i dostrzégamy czasu, w którym kamień zaczyną się spuszczać, i w którym nadno upáda. Z tego przeciągu czasu iak naydokładniéy dostrzeżonégo, można dojść blizko prawdziwie, iaką iest głębokość studni albo lochu w tén sposób. Doświadczénia Londyńskié nauczaią, że przywiększa kula ołowiana spáda w powietrzu, w przeciągu $4\frac{1}{4}''$ przez 272 stóp Londyńskich, albo przez 255 Paryzkich. (§ 9.) Doświadczénia zaś Ricciola pokazuią, że wysokości spádania, które nie są większé od 200 stóp Paryzkich blizko, prawie zupełnie są w stósunku kwadratu z czasu. Zaczém przywiększá kula ołowiana w powietrzu spádá, w czasie $4,''$ przez 226 stóp Paryzkich. Lecz podług Ricciola prawie w jednakowém spadaniu,

wy-

wysokość kuli kręcianéy óporem powietrza niemal 25 stopami Rzymskiémi bardziey zmnieyszona została, niż wysokość spadania kuli ołowianéy (§ 6.) Jest bowiem stopa Rzymska do Paryzkiey prawie, iak 11: 16, a zatém wysokość 280 stóp Rzymskich równa się 192 blizko stopóm Paryzkim. Zaczem kamień pospolity przywiększy okrągły, z kretą prawie indnakową ciężkość maiący, spada w przeciągu 4," z wysokości niemal 20 stopami mnieyszéy, iak iest, którą, w tymże samym czasie większa kula ołowiana przebiéga w powietrzu. Więc takowa kula spada w powietrzu z mieysca spoczynku, w przeciągu 4," przez 206 stóp Paryzkich blizko, w przeciągu 3," przez 116 stóp Paryzkich prawie i t. d. Stąd tedy łatwo mierzymy bez nie wielkiego uchybienia głębokości, które nie wiele przechodzą, albo mało co nie dochodzą, 200 stóp Paryzkich. Niech albowiém kamień spada n. p. przez $3\frac{1}{2}$," będzie kwadrat liczby 4, do kwadratu liczby $3\frac{1}{2}$ czyli 16: 12,25 = 206 do głębokości szukaney. Ta więc głębokość iest = $\frac{12{,}25 \cdot 206}{16}$ = 158. stopóm Paryzkim, ale gdy iest ona większa, opór powietrza tak się pomnaża, że téy głębokości podług danego sposobu, bez znacznego uchybienia znaléźć nie można. W mnieyszych nawet głębokościach, należy mieć wzgląd na to, iż trze-



trzeba iakiegoś czasu, nim odgłos od uderzénia ciała na dnie n. p. studni pochodzący przyydzie do uszu naszych i da nam się uczuć, a zatém w krótszym zawsze czasie kamień na dół upadnie, niż odgłos iego spadnienia dóydzie do ucha.

## ROZDZIAŁ VI.

### *o ciałach ciężkich rzuconych.*

### §. I.

Bieg ciał na dół rzuconych.

Gdy kamień, albo iakié inné ciało na mieyscu od powietrza wolném na dół prostopadle rzucamy z pewną prędkością n. p. CG, kamień tén podług tegoż samego kierowania spadać nie przestaie. Jeżeli tedy AC. wyraża czas w którym wysokość do prędkości CG. należąca (Roz. V. §. II.) wolném spadaniém z mieysca spoczynku wymierza się, kamień cale iednostaynym sposobém spadać będzie iak gdyby z owéy wysokości z mieysca spoczynku spuszczony przez czas AC spadał, albo był rzucony prosto na dół z prędkością CG. gdyż tu nie idzie o to, iakim sposobém téy prędkości nabył, czyli to przez samowolné spadanié, czyli przez rzucénié. Poprowadziwszy tedy AK, przez punkt G prędkość kamienia w którymkolwiek punkcie czasu D, będzie = DQ, a wysokość od czasu rzucénia aż do D, a zatém w czasie CD. przebieżone będzie. CGDQ, słowém kamień pionowo do ziémi rzucony

Fig. 4.

ny cale z tém przyśpieszéniém leci, z któréby leciał sam wolnie spadaiąc, ale po nabytéy prędkości rownéy téy, którą teraz rzuconym go na dół bydź mniemany.

## §. II.

Ciało ciężkie w górę rzucone dwóm biegóm wprost sobie przeciwnym podlégá.

Że kamiéń w górę wyrzucony doszedłszy do pewnéy wysokości, znowu na dół spadá, o tém wszyscy wiedzą. Gdyż stale má w sobie ciężkość choć w górę idzie, która go ustawicznie na dół pędzi, a nie ma się na czém utrzymać. Znaydzie się tedy w nim rzeczywiście dwoisty bieg, ieden w górę dążący, który zawisł od rzucénia, drugi na dół rzucony, który od ciężkości pochodzi, które to biegi że są na iednéy linii pionowéy i sobie w prost przeciwne, trzeba ieden od drugiégo odiąć, żebyśmy znalezli bieg składany kamiénia (Roz: I. §. III.)

## §. III.

Iak oznaczyć mieyscá które kamiéń w górę wyrzucony przebiegá.

Fig. 4.

Żebyśmy tedy własność biegu składanégo należycie poięli, dáymy że kamiéń w próżni do góry pionowo był wyrzucony. Niech będzie EK. prędkość rzucénia, a EA prostopadła do EK, znaczącá czas, w którym ciało z mieysca spoczynku samowolnie w próżni spadaiąc, w punkcie E, prędkości EK nabywá. Niech będzie ED = AB. toż CM = BN = DS = EK = AX, a liniia KX. równoległa do AE. Poprowadźmy liniią AK. przecinaiącą BN, DS. w punktach F i Q, a iawná iest rzecz że kamiéń dla oporności swoiéy zachowá całą prędkość EK. w czasie DE. (Roz: III. §. II.) a zatém przebieży w górę w tymże samym czasie mieyscé EKSD (Roz: IV. §. I.) Że zaś ciało które samowolnie spadać zaczyna w czasie AB. przebiegá w próżni mieyscé ABF, i ED iest = AB, a KQS = ABF, idzie zatém, iż kamiéń wyrzucony wymierzá razém drugim biegiém na dół pochodzącym od ciężkości mieyscé KQS. w czasie ED. Odiąwszy tedy iedno mieyscé od drugiégo, kamiéń w samey rzeczy biegiém złożonym idzie w górę, w czasie ED przez wysokość oznaczoną przez EKQD. a znowu w czasie EC. przez wysokość oznaczoną przez EKGC. a w czasie AE. przez mieyscé EKA (Roz: I. §. III.) Co się tycze prędkości kamiénia po skończonym czasie ED, iednégo biegu taká iest prędkość, iż iednostayne z nią bieżąc, możnaby przebyć mieyscé EKSD, w czasie ED; drugiégo zaś biegu prędkością QS można iednostaynie przebiédz mieyscé QeKS. w tymże czasie (Roz. IV. §. VIII.) Więc biegu składanégo prędkość po wypłyniéniu czasu ED taká iest, iż z tąż prędkością EDQe = EKSD — QeSK w czasie ED. Że zaś w biegach iednostaynych prędkości są iak mieysca w różnych czasach przebieżone, będzie zatém prędkość biegu złożonégo po wypłyniéniu czasu ED, do prędkości rzucénia, iak prostokąt EQ do prostokąta ES. albo iak DQ do EK.

## §. IV.

Bieg iednostaynie opoźniony.

Są tedy prędkości kamiénia w próżni idącego w górę między sobą, na punktach czasu E, D, C, B. iak EK, DQ, CG, BF, to iest w różnych przeciągach czasu, równie ich ubywa, gdyż iest EK — DQ = eK = dQ = DQ — CG = CG — BF i t. d. Taki zaś bieg nazywa się *iednostaynie opoźnionym* a czas w którym cała wysokość oznaczona przez AEK, w górę postępuiąc przebieżoną bywa, iest AE, a zatém zupełnie równy czasom samowolnego spadania z mieysca spoczynku przez AEK. Ciało tedy wyrzucone przebiegłszy wysokość do prędkości swégo wyrzucénia należącą, natychmiast przez tęż wysokość nazad spada, i to w równym czasie iak w górę szło i do mieysca znowu powraca z którégo w górę rzuconé było. Miara więc prędkości w biegu iednostaynie opóźnionym, taż sama iest co i w biegu iednostaynie przyśpieszonym, lecz tylko w sposobie przeciwnym a tą iest podziałka prędkości.

## §. V.

Powietrzé ciału w górę idącemu bardziéy się opiérá, niż spadaiącemu.

Powietrzé daleko bardziéy osłabia bieg ciała w górę idącego, niż spadaiącego na dół. Póki bowiém iakiégo ciała nie wielka iest prędkość, póty prawie żadnéy odmianie dla powietrza nie podlega, lecz gdy prędkości są wielkie, powietrze swym oporém znacznie ich osłabia (Wstęp Roz. I. §. 25.) Ciała zaś spadaiącego prędkość przy



przy samym końcu iest wielka, a zatém przy końcu tylko znacznie się odmiénia, a nie z początku. Ciśnionégo zaś w górę ciała daleko iest inny stan, gdyż bieg swóy zaczyna z wielką prędkością, a zatém znacznie téż wiele traci z swego biegu zaraz na początku przez opór większy powietrza, i tę stratę utrzymuie w dalszym biegu przez oporność swoię. Przeto ciało wolnie samo przez się z pewnéy wysokości w powietrzu spadaiącé, tąż samą prędkością, któréy spadaiąc nabyło, do téyże saméy wysokości, z któréy spadło, znowu podnieść się nié może.

## §. VI.

Maiąc dany czas podniesiénia i spadania ciała, nié można dokładnie stąd wynaléźć wysokości do któréy to ciało doszło.

Gdy iakié ciało prosto w górę wyrzucamy, na mieyscu bezpowietrznem, a to w przeciągu na przykład 8″ znowu spada na toż mieyscé, z którégo wyrzucone było, pewna iest rzecz, że przez 4″. szło w górę a przez 4″ na dół spadało (§. 4.) a zatém doszło do wysokości 241$\frac{1}{3}$ stóp Paryzkich (Rozd: IV. §. 11.) Ale gdy się to dzieie w powietrzu, nié możemy tak doskonale określić wysokości do któréy wyrzucané bywaią kamiénie n, p. z gór ognistych, z dostrzeżonégo czasu, przez który idą w górę i na dół spadaią. Bo takowé biegi w powietrzu znacznie odstępuią od tego prawa, któremu w próżni podlégaią, naybardziéy zaś gdy prędkość iest wielka, z którą ciała idą w górę. Sam też

kształt ciał w téy mierze wielé odmiany sprawuie.

## §. VII.

Rzutniá (Trajectoria), iakiégo ciała ukośnie wyrzuconego

Jeżeli ciało podług innégo iakiégo kierunku wyrzucamy w próżni, a nie liniią pionową, doświádczénié naucza, że to z wolna coráz bardziéy ku ziémi się pochyla a wreszcie na ziémię upadá. W takim razie przebiégá większą liniią, którą *rzutnią* ciała nazywamy. Rzuciwszy albowiém ciało A, w próżni ku E, możémy myślą sobie wystawić, iż liniia pionowa AB, ma bieg postępny tak, że każdy z osobna iéy punkt bieży nie przestannie ku EH bynaymniéy nie odmiéniaiąc prędkości rzucénia; i że punkt iaki fizyczny z mieysca spoczynku spadá przez liniią AB, i razém z tąż liniią postępuie ku E. Że bowiém każdy z osobna punkt linii AB bieg postępny maiącéy cale równie bieży (Rozd. II. §. I.) punkt fizyczny spádaiący na którémkolwiek mieyscu linii AB stałą prędkością rzucénia poryw.ny bywá ku EH, zaczém w tén sposób biédz będzie iak gdyby téy prędkości przez rzucénié nabył.

Fig. 5.

## §. VIII.

Ciało ciężkié w próżni rzucone Równorzutnią kréśli.

Dáymy, że prędkość rzucénia iest taká, iż w pewnym czasie c może ciało iednostaynie tąż prędkością przebiédz drogę AC, dáymy ieszcze że liniia CD = DE = AC, a iawná iest rzecz, iż liniia AB, po wypłyniónym czasie c, będzie na CF, po wypłynio-

Fig. 5.



płynionym 2c, na DG, po wypłynionym 3c na EH, i t. d, i że liniie AB, CF, DG, EH, są od siebie równoodległé (Roz: II. §. I.) Gdy tedy punkt fizyczny prędkością swoią w czasie c z mieysca spoczynku w próżni spádá z A na P; w czasie 2c z A na Q; w czasie 3c z A na R; poprowadziwszy PI, QK, RL od linii AE równoodległé do linii CF, DG, EH, będzie AP = CI, AQ = DK, AR = EL, a punkt biegiém swoim złożonym przychodzi po wypłynionym czasie c na I; po 2c na K, a po 3c, na L. Są zaś wysokości AP, AQ, AR, zawsze iak kwadraty czasów w których przebieżoné bywaią biegiém przyśpieszonym (Roz. V. §. X.) a czasy w stósunku liniy AC, AD, AE, wyrażaiących mieysca biegiém iednostaynym przebyté (Wstęp Roz XVI. §, V.) Zaczém AP: AC. AC, albo do PI. PI iest w jednym stósunku czasu, który się równá stósunkowi AQ do QKQK, i t d. Przeto punkt fizyczny przebiéga *równorzutnią* AIKL. Tak się albowiém nazywá liniia krzywá w któréy każdá z osobna część linii AB, zaczynaiąc od A, iako to AP, AQ, AR, ktoré się odcinkami (abscissa) nazywaią, są w stósunku kwadratów liniy równoodległych PI, QK, RL, odpowiadaiących odcinkóm, któré to liniie odpowiadaiącé zowiémy *przystawami* (applicata albo ordinata) Odcinki zaś i przystawy iedném nazwiskiem zowią się *współuszykowanemi* (coordinatæ).

## §. IX.

Czasém rzutniá ciała ukośnie wyrzuconégo zdaie się bydź liniią prostą

Im z większą prędkością punkt ciężki rzucamy od A ku E, tém równorzutniá, którą tenże punkt przebiega mniéy odstępuie od linii prostéy AE. Daymy bowiém, że n. p. prędkość rzucenia iest we dwoie większa od téy którąśmy pierwéy wzięli, iasna iest rzecz, iż liniia AB, w czasie c, w którym punkt spadł na P, teraz przechodzi przez AD. Zaczém punkt ciężki powypłynionym czasie c, będzie na M. Przypuściwszy, że DM = AP i rzutniá przez ow punkt M przechodząca daleko mniéy odstąpi od linii prostéy AE, niż AKL. Stąd wyrozumiéwamy dla czego kula z pistoletu wystrzeloná, zdaie się iśdź liniią prostą, gdy mierna iest odległość. Wszelako liniia, którá iest drogą kuli, nie iest zupełnie prostá, ale ku ziémi nieco skrzywioná.

## §. X.

Rzutniá ciał w powietrzu wyrzuconych często nie iest równorzutnią.

Droga ciał gęstych i bardzo ciężkich, gdy ié mierną siłą rzucamy w powietrzu nawet nie wiele od równorzutni odstępuie. To się prawdzi oczywiście na wodzie biiących w górę w funtannach, którá należycie dokładną równorzutnią oznacza, bądź że wytryská z rury poziomey, bądź z położoney ukośnie, w górę biie. Ale gdy prędkość rzucenia iest bardzo wielka, bieg AE, oporém powietrza, bardzo się osłabia i mieysca AC, CD, DE, w równych czasach przebieżone, nie są równe, ale coraz bar-



bardziéy się zmnieyszaią. Stąd każdy wyrozumiéwa, że w tym razie rzutniá, nie może bydź równorzutnią, ale inné krzywości má w sobie. W czém też nás przekonywaią doświadczénia przez strzélanié z dział. Postrzeżono albowiém, że rzutniá kul przywiększych dość znacznie się różni od równorzutni.

## §. XI.

Kierowność punktu, który równorzutnią przebiéga na którymkolwiek iéy mieyscu K albo L, iest taż sama którąby miała styczna w owém mieyscu. Możnaby tego dowieśdź z własności równorzutni, lecz łatwiéy i ogólniéy się to pokazuie w następuiący sposób Niech będzie blacha DBE nieruchomá, i iakożkolwiek krzywá, obwinięta nicią, któréy koniec E tak ustawicznie ciągniémy, aby się nić powoli odwiiała. Wystáwmy sobie w myśli że ta nić n. p. od punktu B ciągniona iest ku C, a będzie iedna część téy nici obwinięta około DB części blachy DBE, a reszta iéy BC, będzie styczną blachy DBE w punkcie B.

Kierowność punktu biegiém swoim liniią krzywą kréślącego iest styczna do téy linii krzywéy w owém mieyscu w którém punkt na tén czas znayduie się.

Fig. 6.

# XIĘGA II.

## *o Sile ciężkości.*

## ROZDZIAŁ I.

## *o biegu ciał ciężkich na płaszczyznach pochyłych.*

### §. I.

Ciało ciężkie na płaszczyznie poziomey tęgiey i nie ruchomey położone ciśnie wprawdzie ciężkością własną płaszczyznę, ale dla téyże ciężkości tam biegu mieć nie może. Że bowiem kierunek ciężkości iest podług linii pionowey do płaszczyzny, z taż płaszczyzną na wszystkie strony równe czyni kąty, tak dalece, że żadney nie ma przyczyny, dla któreyby ciało szło ku téy raczey stronie płaszczyzny, niż ku innéy. Sama płaszczyzna wprawdzie razem z ciałem powinnaby prosto na dół spadać, lecz gdy iest nieruchoma, odporem swoim gubi całe działanie ciężkości. Nauczaią nas tey prawdy niezliczone doświadczenia bardzo potoczne. Widzimy bowiem, że wszystkie ciała ciężkie nayruchliwsze nawet, spoczywaią na mieyscu, gdy są położone na powierzchniach poziomych, a to iak powiedzieliśmy, nie dla innéy przyczyny, tylko że kierowność ciężkości iest prostopadła do tychże powierzchni.

Ciało ciśnące powierzchnią prostopadle, nie może mieć żadnego ruchu po téyże powierzchni od ciśnienia pochodzącego.

§. II.



### §. II.

Lecz na tablicach pochyłych czyli do płaszczyzny poziomey pod pewnym kątem nachylonych ciała na dół spadaią ciężkością własną, które to spadanie abyśmy należycie zrozumieli, niech AK będzie iaki pręcik prosty, tęgi i nieruchomy, do linii poziomey AB pod kątem KAB nachylony, D zaś punktem iakiego ciała ciężkiego, który położono na linii AK; łatwo zrozumieć, że ciężkość tego punktu D, pędzi go na dół ku linii DE, tak dalece, iż gdyby nie było zawady, spadałby w samey rzeczy przez pionową DE, w czasie pewnym c. Ten zaś bieg DE, iako prostokreślny albo prostodrożny (rectilineus) może bydź rozdzielony na dwa inne biegi, DF, DG, to iest na iedén prostopadły do linii AK, a na drugi od téyże równoodległy. (Xię. I. Rozd. I. §. VIII.) Bo ciężkość tym sposobem wywiera się na punkt D, iak gdyby ciało pędziła w czasie c, razem przez liniią DF i przez liniią DG. Lecz że punkt D iest na linii AK nieruchomey i tęgiey, drugi bieg DF, dla odporu téy linii ze wszystkiem ginie. Że bowiem tego biegu kierunek iest pionowy do linii AK, idzie stąd koniecznie, iż gdyby sam iedén tén bieg był w punkcie D, tenże punkt nie przebiegałby linii AK, aleby został na mieyscu. Zaczém w punkcie D, sam bieg drugi DG. pozostaie się, ktorym bez

Czému ciała na tablicy pochyłey na dół ciężkością swoią spadaią?

Fig. 7. Tab. II.

żadnéy przeszkody spada ku A, gdyż tu uważamy, iakoby żadnego tarcia, ani oporu od powietrza zgoła nie było.

## §. III.

Bieg punktu ciężkością własną po płaszczyźnie po chyłéy spadaiącego, iest w stosunku wsta wy kąta pochyłości

Fig. 7.

Ponieważ liniie DG, czyli EF i AK tak iak i liniie DE, KB są względem siebie rownoodległé, a przy G i B są kąty proste, zaczém troykąty DGE, ABK będą podobné. Jest tedy bieg spadania po płaszczyźnie, do biegu samowolnego spadania czyli DG: DE = KB: KA = wst A: 1. A że DG iest tém większe od DE, im wstawa kąta A iest większá od 1. czyli promiénia, więc bieg na płaszczyźnie pochyłéy, tém większy będzie, im kąt téy pochyłości iest większy. Ta prawda bardzo wielą doświadczéniami dostatecznie się potwiérdzá, niektóré z nich w Wstępie do Fizyki (w Roz. V. §. 5.) dokładnie wyłożyliśmy.

## §. IV.

Czas w którym ciało ciężkié przebiégá płaszczyznę pochyłą, iest do czasu w którymby wolnie spá

Ponieważ obadwa biegi poiedyncze DG, DF, podobné są biegowi składanému DE, (Xięg. I. Rozd. I. §. 8.) więc wnieść stąd należy że punkt spadaiący po równi pochyłéy AK. spada biegiém iednostaynie przyśpieszonym. Dáymy tedy, że on w tymże samym czasie C spadá przez DG, w którymby wolnie spadał przez DE, i przypuśćmy, że tenże sam punkt w czasie D spadá przez KA, a że w biegach iednostaynie przyśpieszonych, mieysca prze-



dało przez wysokość téyże płaszczyzny iak długość płaszczyzny do iéy wysokości.

przebieżoné są w stósunku kwadratów z czasów na té biegi łożonych, będzie zatém DE: KB:: $c^2$: $C^2$, i znowu AK: GD = $D^2$: $c^2$ czyli DE. AK: KB. DG = $c^2$. $D^2$: $C^2$. $c^2$ = $D^2$: $C^2$. A że było w §. poprzedzaiącym $\frac{KA}{DE} = \frac{KB}{DG}$ DE: DG = KA: KB; to iest mnożąc więc przez te ostatnié ilości następnika i poprzednika powyższéy proporcyi DE. AK: KB. DG = $D^2$: $C^2$. będzie $AK^2$. $KB^2$: = $D^2$: $C^2$. czyli KA: KB = D: C, to iest czasy które punkt łoży na przebieżénié równi pochyłéy i wysokości téyże równi są w stósunku iéy długości do wysokości.

## §. V.

Prędkość w spádaniu przez płaszczyzny iakożkolwiek po chyłé od wysokości spádaniá zawisła.

Prędkość p, punktu na płaszczyźnie pochyłéy ciężkością swoią z punktu K na A spadaiącego w czasie T po wypłyniéniu rzeczonégo czasu, iest taka, iż w tymże czasie T, biegiém iednostaynym punkt przeyśćby mógł 2 KA. (Xięg. I. Rozd. IV. §. 10.) a prędkość P punktu danégo wolnie z K na B spadaiącego w czasie C, po wyszłym tym czasie, iest taka, że w tymże czasie C, biegiém iednostaynym mógłby punkt przebiédz mieysce 2KB. Lecz w biegach iednostaynych prędkości są w stósunku prostym mieysc, a w odwrótnym czasów (Wstęp. Rozd. XVI. §. 6. Zaczém iest p: $P = \frac{2KA}{T} \cdot \frac{2KB}{C}$ Że zaś iest

T: C = KA: KB = 2KA: 2KB. (§ IV.) idzie stąd, iż iest p = P. Zaczém punkt ciężkością swoią przez iakąkolwiek płaszczyznę pochyłą KA spadaiący, przy samym końcu spadania A, tęż samę ma prędkość, któréyby nabył, gdyby samowolnie spadł z wysokości KB, która to wysokość iest wysokością płaszczyzny pochyłéy AK.

## §. VI.

Punkt ciężki spádá przez iakąkolwiek cięciwę koła w tym samym czasie, w którym by spadł przez srzednicę pionową tegoż koła.

W kole, którégo srzodek iest C, poprowadziwszy srzednicę AB, styczną BD, i cięciwę AG, którąby przeciągniona zbiegła się z styczną na D, tróykąty ADB, i AGB, dla kątów AGB, i ABD prostych będą podobné. Przeto AD: AB = AB: AG, skąd $AB^2 = AD. AG$, i $AB^2 : AD^2 = AD. AG : AD. AD = AG : AD$. Zaczém tak ustawiwszy koło, żeby AB była pionową, styczna BD poziomą, przypuściwszy, że iaki punkt ciężki przez cięciwę nieruchomą AG. z mieysca spoczynku spada ciężkością własną, łatwo się okazuie, że to spadanie w tymże samym czasie odprawuie się, w którym punkt ciężki samowolnie spadłby z A na B. Jeżeli bowiém punkt z A przez G spada na dół aż na D, ponieważ bieg iego iest iednostaynie przyśpieszony, co się niżéy ściśle okaże, będą kwadraty z czasów, w których AD i AG przebywaią się, iak AD: AG, (Xię. I. Rozd. IV. §. VII.) albo iak $AD^2 : AB^2$. Zaczém samé czasy są iak AD: AB. A że w tymże samym czasie

Fig. 8.



czasie i stósunku iest téż czas spádania przez AD, do czasu samowolnégo spadku przez AB. (§. IV.) Zaczém czas w którym cięciwa AG przebieżoną bywá, iest równy czasowi samowolnégo spadku przez srzednicę AB.

## §. VII.

Wszystkie cięciwy iakiegokolwiek koła pionowo ustawionégo, schodzące się w spodku iego, przebiégane bywaią ciężkością w jednym że czasie.

Z tego co się dopiéro okazało, wypádá, że punkt ciężki, który przez iakąkolwiek koła pionowo stoiącégo cięciwę n. p. GB kończącą się w samym dole koła na punkcie B, ciężkością swoią spadá, potrzebuie do tego spádania takowégoż zupełnie czasu, w jakim przez srzednicę pionową AB wolnie spadá. Poprowádzmy bowiém z A cięciwę AE, od cięciwy GB równoodległą, a té cięciwy będą równe. A że AE przebieżoną bywa w tymże czasie, który iest potrzebny do samowolnégo spadku przez AB. (§. VI.) Więc i GB. Zaczém do przebieżénia naykrótszéy cięciwy na B kończącey się, tyléż czasu potrzeba, ilé do przebieżénia naydłuższéy; bo cięciwy tém się spadzistsze staią, im są dłuższe, punkt zaś ciężki z większéy spadzistości prędzéy leci niż z mnieyszéy.

## §. VIII.

Jakim sposobém prędkości punktu ciężkością własną po

Jeżeli iaki punkt ciężki przez płaszczyznę pochyłą CA spada z mieysca spoczynku ciężkością własną, a liniie proste HD, CO, BA są poziome, liniie zaś DI, AO pionowé, tedy prędkość którą na iakiém

miey-

płaszczyznie pochyłéy spádaiącego na każdém mieyscu téy płaszczyzny wyznaczyć.

mieyscu n. p. D, punkt mieć będzie, zawiśnie od wysokości w spádaniu przez CD to iest od CH, (§. 5.) albo ID. Jeżeli zaś punkt na C, iuż miał iaką początkową prędkość p, ku A, trzeba wynaleźć wysokość CL do któréy prędkość p należy, (Xię. I. Rozd. V. §. 11.) i poprowadziwszy przez L liniią pozioma LM, będzie pionową MD wysokością, do któréy należy prędkość punktu spádaiącego na D. Przeciągnąwszy bowiém liniią ML, żeby płaszczyznę AC przecinała na N, bieg punktu przez CA, prędkością początkową p, cale ténże sam iest, któryby był, gdyby ténże punkt, z mieysca spoczynku na N, spadł po płaszczyznie NA. W tén czas zaś, iak dopiéro widzieliśmy, prędkość iego na D do wysokości DM należałaby. Zaczém taż prędkość i teraz należy do téy wysokości, gdy punkt z C, prędkością p spádać zaczyna.

Fig. 9.

## §. IX.

Punkt cięż-kości na płaszczyznie pochyłéy idzie w górę aż do téy wysokości, do któréy należy iego

Punkt który na C spoczywá, i stąd ciężkością swoią spáda aż do A, w czasie c aż na mieyscu A má prędkość p, należącą do wysokości OA, którąby przebiédź mógł iednostaynie w tymże czasie mieyscé 2AC. (Xię. I. Rozd. VI. §. 10.) Jeżeli tedy iaki punkt ciężki z mieysca A idzie ku O prędkością p, tén punkt idzie wprawdzie w górę po płaszczyznie AC, ale że iest ciężkim, pędzony iest razém na dół ku A od



od ciężkości własnéy póki po téy płaszczyznę bieży. Zaczém takowy punkt má dwoisty bieg, iedén iednostaynie prędkością p ku C z mieysca A, (Xię. I. Rozd. III. §. 2.) drugi iednostaynie przyśpieszony ku A pochodzący od ciężkości. Tamtym samym przechodziłby mieyscé 2AC, w czasie c, tym zaś przeszedłby mieyscé AC, w tymże czasie. Zaczém odiąwszy mieysce iedno od drugiego, wypáda, że punkt w saméy rzeczy przebiega mieyscé AC, w czasie c i przeto wznosi się aż do C. (Xię. I. Rozd. I. §. 3.) A że w tym przeciągu czasu c, punkt w biegu iednostaynie przyśpieszonym nabywá prędkości p, zaczém punkt na końcu czasu c, má iedén bieg z prędkością p na dół, drugi zaś piérwszému równy w przeciwną stronę, to iest w górę. Zaczém w owéy chwili, o któréy czas c kończy się, bieg składany zupełnie ustaie, to iest, punkt w górę iśdź przestaie, że zaś ciężkość ustawicznie na ow punkt działanié swoié wywiérá, więc punkt wráca się, i w tymże czasie c znowu spáda aż na A, w którym do wysokości do któréy prędkość iego początkowa należała, był wyniesiony.

prędkość początkowá, to iest taka, któreyby tén punkt nabył na końcu, gdyby spádał z tey że saméy wysokości.

Fig. 9.

## §. X.

Wstępowanié punktu ciężkiego na płaszczyznie

Jeżeli punkt ciężki, prędkością początkową do wysokości AO należącą od A ustępuie na C, tedy na któremkolwiek mieyscu n. p. na D má prędkość k, któraby należy do wysoko-

pochyłéy zawsze iednostaynie się opóźnia.

sokości ID, i ténże punkt ustępuie przez DC, w takowym czasie d, w jakim potém z C spadaiąc powraca na D. Gdyby bowiém prędkość iego większá była na D. n. p. należąca do wysokości DM, punkt wstąpiłby aż na N, w tym czasie w którym z N spadłby na D. A że wstępuie tylko do C, a nie wyżéy, zaczém prędkość iego nie iest większa od prędkości K. Tymże samym sposobém okazuie się, że nié może też bydź mnieysza. A ogólnie mówiąc łatwo wyrozumieć można, że bieg punktu wstępuiącégo, iest iednostaynie przyśpieszonym; ponieważ bowiém składa się ze dwóch biegów przeciwnych, więc ilé wstępuiąc, z biegu początkowégo pomału ubywa, tyléż w drugim biegu od ciężkości pochodzącym przybywa. Tén zaś drugi iest iednostaynie przyśpieszonym, to iest: w równych przeciągach czasu ustawicznie się pomnaża równémi częściami; zaczém punkt wstępuiący w równych czasu przeciągach, równé biegu swégo części ustawicznie traci, a zatém iednostaynie się spóźnia (Xię. I. Rozd. VI. §. IV.)

## §. XI.

Siła iednostayna.

Ze wszystkiégo, co o spádaniu ciał ciężkich powiedzieliśmy, iasno poznać, że tu iuż większą iuż mnieyszą siłą na dół pędzone bywaią, podług rożnicy płaszczyzn pochyłości. Gdyż ciało, cała siłą ciężkości spada, gdy nié ma przeszkody, lecz ta ciężkość część tylko siły swoiéy wy-



wywiérá na té ciała, które po płaszczyznach pochyłych spádaią, bo druga część siły ginie dla odporu płaszczyzny niewzruszénie stoiącéy. Każdy zaś widzi, że ieżeli dwie przyczyny tak działaią, iż bez przestanku w równym czasie równé biegi sprawuią, że mówię wtedy równémi siłami działaią. Zaczém, gdy bieg ciał prosto z góry na dół iako i przez płaszczyzny pochyłé spádaiących iest iednostaynie przyśpieszony, tak dalece, że ciężkość w tych ciałach ustawicznie sprawuie równé biegi, w równych czasu przeciągach, idzie zatém że taż ciężkość na rzeczoné ciała iednakową siłę wywiérá. Że zaś biegi sprawioné, a stąd i siła od któréy pochodzą, iednakiż zawsze maią kierunek, następuie stąd, iż ciężkość pędzi *siłą iednostayną*, tak ciała samowolnie spadaiącé, iako też i té, które spádaią po płaszczyznach pochyłych. Gdyż wszelka siła, któréy się ani wielkość, ani kierunek nie odmiénia, nazywá się *iednostayną*. A stąd się okazuie, że każda siła, która przez nieiaki czas, bez żadnéy odmiany stale iest równá i sobie podobna, przez tenże czas iednostayną była.

## §. XII.

Jeżeli dwa biegi iednostaynie przyśpieszoné i równé *B* i *b* pochodzą w tymże czasie c od sił iednostaynych S, i s; tedy té

Siły iednostayne są w stósu-

Na prostym biegów sprawionych, a w odwrótnym czasów, w których te biegi są sprawione.

siły S, i s, są równe. Dáymy bowiém że bieg trzeci m, wyrównywaiący summie B + b, w tymże czasie c, od siły iednostayney Ż pochodzi, będzie więc Ż = S+s=2s, iako też m = B + b = 2b, to iest, bieg siły dwa razy większéy, dwa razy iest większy. Podobnymże sposobém bieg troisty w tymże czasie C pochodzi od siły iednostayney w tróynasób większéy; we czworo większy od czworakiéy i t. d; słowém siły iednostayné ogólné są w stósunku biegów, które od tych sił w tymże czasie pochodzą. Zaczém ieżeli biegi B i D iakokolwiek nierówné, w jednakowym czasie C od sił iednostaynych S i s pochodzą, będzie S: s = D: B. Lecz przypuściwszy, że taż sama siła s, sprawuie bieg d, w czasie c, ponieważ ten iest iednostaynie przyśpieszony będzie d: B=c: C (Xię. I. Rozd. III. §. 9, 10.) Zatém $B = \frac{dC}{c}$ więc $S:s = D:\frac{dC}{c} = D:\frac{d}{C}\,\frac{}{c}$, to iest: siły iednostayne ogólné są w stósunku prostym biegów przez nie wzruszonych, a w stósunku odwrótnym czasów, w których wzmiankowané biegi od owych sił pochodzą.

## § XIII.

Różnica między siłą (vis)

Siła zatém w tymże samym stósunku powiększa się lub zmnieysza co i prędkość. Jako bowiém w biegu iednostaynym,



nym, w którym iednakowá iest zawsze prędkość, taż prędkość bierze się w stósunku prostym mieysca a w odwrotnym czasu, tak i siła iednostayná i nieodmienna, iest w prostym stósunku wznieconégó biegu a w odwrotnym czasu. Jako zaś nieprędkość przebiégá przeciąg mieysca, ale ciała bieg maiące, przebiégaią ténże przeciąg prędkością swoią, tak téż nie dobrzebyśmy mówili, że sama siła, która iest nieiaką własnością tylko przyczyny działania, sprawuie bieg, ale sama przyczyna działaiącá i przytomná siłą swoią bieg czyni; wszelka zaś rzecz, która swoię siłę wywiera na inné, od Mechaników nazywa się władzą, (potentia.)

a władzą (potentia.)

## § XIV.

Jeżeli tedy całą siłę ciężkości, która iakikolwiek punkt w ciałach na dół pędzi, nazwiémy g i oznaczémy ią przez liniią DE, będzie GD = g. Wst. A siłą, z którą ciężkość pędzi iakikolwiek na dół punkt ciała na płaszczyznie pochyłéy AK położonego. DE iest bieg samowolnego spádania w czasie c, a DG iest bieg iednostaynie przyśpieszony w tymże czasie na płaszczyznie pochyłéy (§ 2) Toż gdy siły iednostayné są iak biegi w tymże czasie wszczęté, iawna iest rzecz, że i cała siła ciężkości, do téy części która spra-

Składanie i rozkład sił.

Fig. 7.

wuie spádanié przez AK iest w tymże stósunku DE: DG. Stąd łatwo też poiąć, co iest sił skład i rozkład (virium compositio & resolutio.) Bo siły DG, i DF czynią siłę złożoną DE: ta zaś rozdziéla się na dwie poiedyncze siły DG i DF; słowém skład sił iednostaynych nie co innégo iest, iak łączenie się biegów prostodrożnych i iednostaynie przyśpieszonych, które od tychże sił w tymże czasie pochodzą. Gdyby zaś dwóch ludzi ciągnęło iaki ciężar równémi siłami, ale w strony wcale przeciwné, tén ciężar nié mógłby mieć biegu, i w tym przypádku, i we wszelkim innym, w którym dwie siły równé a zupełnie sobie w kierowności przeciwné pędziły go, byłby *w równowáżności*, iako mówiémy.

## § XV.

Jak za pomocą płaszczyzn pochyłych dochodzimy własności biegu ciał samowolnie spádaiących.

Zostaie ieszcze nám coś powiedzieć o sposobie, którym przez doświadczénia dochodzimy biegu ciał spádaiących po płaszczyznach pochyłych. Gdyż takowé doświadczénia nawet ku poznaniu samowolnégo spádania ciał bardzo wielé pomagaią; ponieważ bieg DG zawsze iest podobny biegowi DE, tak dalece, że wątpić nié można, iż i w samowolném spádaniu iest iednostayné przyśpieszénié, gdy iuż wiadomo z doświadczénia, że bieg spádania po płaszczyznach pochyłych iest iednostaynie przyśpieszony.

Fig. 7.

Chcąc



Chcąc poznać przez doświadczénia bieg ciał na płaszczyznach pochyłych, trzeba obrać ciało gładkié, i bardzo ruchomé, także i pochyłą táblicę gładką, żeby się tarcié zmnieyszyło ile bydź może. Bo nie tylko znaczné tarcié nie powinno bydź, ilé nawet i opór od powietrza, ieżeli bieg spádania ciał po táblicach nachylonych dokładnie poznać żądamy. Opór zaś powietrza znacznie się zmnieysza, gdyż bierzémy kulę kruszcową znacznie ciężką względém powietrza, którąby pomału spádała. (Wstę. Roz. X. § 22. 23. 24. 25.) Że tedy zmnieyszaiąc wysokość płaszczyzny pochyłéy, spádanié może się stać bardzo powolné, iasno zrozumiéwámy, iż takowe płaszczyzny są bardzo zdatné do poznania iaka iest własność biegu ciał spádaiących.

## § XVI.

Bieg spádania náylepiéy bydź może poznany za pomocą płaszczyzn pochyłych.

Daleko łatwiéy za pomocą płaszczyzn, n. p. táblic nachylonych i z daleko większą dokładnością, niż przez wolné spádanié ciał własność tego biegu postrzeżoną bydź może. Ponieważ bardzo dokładnie podzielić można drogę na táblicy, po którey kula spáda, i naznaczyć chwilę czasu, w których kula do podziałów dochodzi; gdy zaś przeciwnie ciało samowolnie spádaiąc podziały na swéy drodze, którá iest liniią pionową, poczynioné, przemiia w nieiakiéy odległości,

ści, a postrzegacz nie będąc ich blizkim, ale albo z góry, albo z dołu na nié patrząc, nigdy ani wysokości, ani czasów, w których też wysokości przebiégané bywaią, ze wszelką dokładnością dopilnować nié może. Ta trudność w dostrzeganiu, gdy ciała samowolnie pionowo spadaią, tém się większą staie, iż ciało samowolnie spadaiąc z wielką prędkością leci, i z daleko większą, niżby spadało przez płaszczyznę miernie pochyłą. Nad to táblica, na któréy raz są położoné podziały, może bydź nachylona iuż więcéy, iuż mniéy, a zatém doświadczénié niezliczonémi, a oraz różnémi sposobami bardzo łatwo powtarzać można.

## § XVII.

Doświadczénié Galileusza.

Galileusz, iak iuż wyżéy powiedzieliśmy piérwszy ze wszystkich Filozofow, bieg spadania za pomocą płaszczyzn pochyłych zważał i niektóre prawidła, podług których takowy bieg dzieie się, odkrył. W doświadczéniach swych użył nieiakiey Machiny, czyli silni z drzewa, długiéy prawie na 12 łokci, a tylko prawie na iedén cal szerokiéy, wydrążonéy, tak, że kula w niéy iak w rynnie spadała. Ta rynna gładkim pargaminém była wyłożona, a kula gładka mosiężna w niéy spadała. Podnosił zaś Galileusz rzeczoną rynnę pod różnémi kątami nad płaszczyzną



zną położoną, ale zawsze miernie tylko, i tym sposobém znalazł mało sto razy, że w spadaniu mieysca przebieżoné od początku, są w stósunku dokładnym kwadratów z czasu. Zaczém pewna iest rzecz i nie zawodna, że wszystkie ciała dla ciężkości maią bieg iednostaynie przyśpieszony i że w nich ustawicznie przybywá biegu iednakowo w różnych czasu przeciągach.

# ROZDZIÁŁ II.

## o dźwigni (vectis.)

## § I.

Co iest ciężar?

Jeżeli dwa ciała razém samowolnie spadaią w próżni (vacuum) tedy każdá cząstka w obydwóch tych ciałach, w teyże samey czasu chwili zawsze má iednakową prędkość, (Xię. I. Rozd. V. § 1.) Zaczém w obydwóch są biegi postępné, a tém samém w stósunku złożonym z miąższości i prędkości (Xię. I. Rozd. II. § 8.) Lecz że po upłynieniu iakiegokolwiek czasu taż sama w nich trwa prędkość, wypádá stąd, że w tymże czasie, tak się maią te prędkości biegu ciał, iak ich miąższości; że tedy ciężkość ustawicznie działa siłą iednostayną; będą też siły, które wywiérá ciężkość na oba te ciała, iak biegi w tymże cza-

czasie w obu ciałach sprawione, (Roz. I. § XII.) a zatém w stósunku miąższości. Cała siła, którą ciężkość wywiérá bez przestanku na iakié ciało, nazywá się *ciężarem* (pondus,) z czego się pokazuie, iż ciężary ciał iakichkolwiek są w stósunku ich miąższości. Przeto i samo ciało, ieżeli w niém więcéy nié zważamy, iak samę siłę, którą dlá ciężkości uſtawicznie na dół pędzoné bywá, ciężarém nazywamy, tak dalece, że w *Mechanice*, czyli w nauce o biegu, słowa ciężar i miąższość często toż samo znaczą.

## § II.

O gęstości ciała z ciężaru sądzić możémy.

Ponieważ ciężary ciał iakichkolwiek zawsze są w stósunku miąższości, idzie stąd, że gdy z dwoch ciał iednakową obiętość maiących iedno ieſt cięższé od drugiégo, to téż większą má miąższość, a tém samém i gęſtsze ieſt w sobie, ieżeli oba ciała są iednorodné. (Wſtę. Roz. XV. § 17.) Gdyż takich ciał gęſtości tak się mieć będą, iak ich ciężkości, czyli iak ciężary gatunkowé; z czego się pokazuie, że złoto, które ze wszyſtkich ciał nam znaiomych, má gatunkową ciężkość náywiększą (Wstę. Roz. VII. § 28.) iest téż oraz náygęſtszé. W tén sposób z ciężaru ciał o ich gęſtości należycie sądzić można. Ale trzeba pamiętać na to, że ważąc nié możémy znaléźć



leżć prawdziwégo ciężaru w żadném ciele, gdyż ważémy zawsze w powietrzu, a każdé ciało nieiaką część swégo ciężaru traci dlá oporu powietrza (Wſtę. Roz. IX. § XVIII.) Tak n. p. kupa piérza w dużym worze nie cisniącégo mniéy váży niż w mnieyszy worek wysypanégo i zbitégo: bo w piérwszym razie więcéy má oporu od powietrza niż w drugim (*).

## § III.

Równoważność dźwigni prostéy która má ramiona równé.

Fig. 10.

Dáymy że iakié ciało tęgié żadnéy nié má ciężkości, tak iest przybité n. p. goździém do innégo ciała mocnégo i nie poruszénie stoiącégo, iżby koło goździa C mogło się obracać; poprowadziwszy przez C liniią AB, którą także za tęgą i nié maiącą ciężkości brać należy, i którąby około pewnégo punktu nieruchomégo C obracała się. Taką liniią Matematycy nazywaią Dźwignią, a ieszcze proſtą, ieśli ieſt proſtá. Toż ieżeli z punktów A i B dźwigni prostéy poziomey AB, któréy części AC i BC są równé, i przez punkt C oddzieloné, które się ramionami zowią, zawiesimy ciężary równé P i P, każdy łatwo widzi, że ta dźwignia cale nie poruszoną stać, i w równoważności bydź musi. Że bowiém nié może się obracać tylko około punktu C,

gdy-

(*) Nim Nauczyciel przystąpi do ścisłégo dowodzéniá równoważności dźwigni w różnych przypádkach, niechay piérwéy przytoczy Uczniom doświádczénié pod § VII. wyrażoné.

gdyby się poruszyła, iedno ramie iéy ciężarém swoim opadałoby, a drugié tyléżby się zaraz wznosiło. Lecz żadnéy nié ma przyczyny, dla któréyby iedno ramie szło raczéy w górę niż drugié i zupełnie iednakowym sposobém; zaczém téż każdé z nich własnym ciężarém tylé dąży na dół, ile ię na wzaiém pędzą w górę; z czém oba ramiona są w równowaźności. (Roz. I. § 14.)

## § IV.

Równoważność dźwigni któréy iedno ramie iest do drugiégo iak a do 1.

Góźdź wbity w punkcie C sam utrzymuie ciężary równé P i P czyli summę tych ciężarów 2P, na dźwigni w równoważności będącéy. Niechby więc tén punkt C ciągniony był w górę siłą iaką zewnętrzną równą ciężarowi całkowitému 2P; oczywista iest rzecz że w tym razie choćby góźdź był wyięty z punktu C, wszelako dźwignia zostałaby w równoważności, bo ią na dół ciągnie ciężar 2P, a w górę ciągnie ią siła = 2P. Odiąwszy teraz ciężar P wiszący z punktu B, a w punkt B wbiwszy góźdź, zostanie w tym razie dźwignia w równoważności, bo punkt B, równie teraz w żadną stronę ruszyć się nié może, iak się ruszyć nié mógł, gdy ciężar P zawieszony na B, utrzymywał w równoważności z ciężarém równym P zawieszonym na A. Pociągniymy daléy liniią AB, (którą nam dźwignią prostą wystawuie,) aż do F, tak aby BF była = CB, a BF wystawiać nam także będzie dźwignią prostą z równémi ramionami CB, i BF; bo punkt B bierze się tu za niewzruszony; a zatém zawiesiwszy z punktu C ciężar 2P, i z punktu F drugi takowy ciężar 2P, będzie dźwignia CF w równoważności, gdy ciężar P zdeymiemy z punktu A. Powróćmy znowu tén ciężar P na swoie mieyscé, a odeymiymy z C ciężar 2P. Ponieważ w dźwigni AB gdy punkt B był brany za niewzruszony, siła 2P (równa ciężarowi 2P:) w przeciwną stronę ciągnąca ciężar P, z punktu A zawieszony utrzymywała tén ciężar P w równoważności, więc i w dźwigni AF gdzie punkt B iest także niewzruszony ciężar P z punktu A zawieszony będzie w równoważności z ciężarém 2P zawieszonym z punktu F, a równym sile owéy 2P, którą w punkcie C utrzymywała w równoważności ténże ciężar P zawieszony na A; a zatém góźdź B (§ 5.) utrzymuie ciężar P + 2P = 3P; odiąwszy więc góźdź z punktu B, trzebaby ażeby tén punkt B ciągnęła w górę siła = 3P, aby dźwignia AF zachowana wszelako była w równoważności. Przeciągniymy AF aż do G, tak aby była FG = BF, i przenieśmy punkt niewzruszony z B na F. Ponieważ w tym razie siła 3P tak ciągnie w górę punkt B, że dźwignią AF z któ-

z którey punktu A zawieszony iest ciężar P, utrzymuie w równoważności, tak iak siła 2P ciągnąca w górę punkt C, utrzymywała w równoważności tenże ciężar P zawieszony z punktu A, a siła 3P = iest ciężarowi 3P; więc odiawszy tę siłę 3P z punktu B, a zawiesiwszy ciężar 3P z punktu G, będzie dzwignia AG, maiąca punkt niewzruszony F także w równoważności; a gdyby z punktu F wyięty był gózdź, a na to mieysce dana siła = 4P, którąby ten punkt F ciągnęła w górę, i ta także siła utrzymywałaby dzwignią AG w równoważności, ciężar P zawieszony na A, i ciężar 3P zawieszony na G, a ze wszystkiém utrzymywałaby ciężar P, + 3P = 4P, a ramiona AF i FG tey dzwigni będą iak 3: 1. tym sposobém i daley postąpić możemy przedłużaiąc co ráz bardziey dzwignią i przekładaiąc iey punkt niewzruszony. Co gdy czynimy, iasna iest rzecz, że nie tylko iedno ramié ku A w jakimkolwiek stósunku danym liczby całey do iedności można dłuższé dadź od drugiego, ale też i ciężary z obu końców dzwigni zawieszoné są w tymże stósunku na odwrót, gdy dzwignia pozioma iest w równoważności. Ogólnie tedy każdá dzwignia prostá PR, którey punkt nie ruchomy iest Q, w równoważności zostaie, ieżeli ciężar P na punkcie P zawieszony, iest do ciężaru p zawieszonego na punkcie R, iak QR: QP, iakiżkolwiek będzie tén stósunek.



## §. V.

Dzwignia iednoramiénná i dwuramiénná.

Dotąd uważaliśmy, że nieruchomy punkt dzwigni przypadał między mieyscami, na których ciężary wisiały, i takowá to dzwignia nazywá się *dwuramienna* (vectis heterodromus). Gdy zaś na samym końcu dzwigni iest punkt nie ruchomy, a oba ciężary po iednéy stronie wiszą, taką dzwignią *iednoramienną* (Vectis homodromus) nazywamy. Co się tycze równowáżności w takiéy dzwigni niech będzie punkt nie ruchomy Q dzwigni dwuramiennéy PR, i na P zawieszony ciężar P, na R zaś ciężar p; a gdy dzwignia stoi w równowáżności, znaydziémy P: p = QR: PQ, (§. V.) i punkt Q na dół będzie ciągniony ciężarém P + p, czyli Summą ciężarów. Zaczém przyprawiwszy drót na Q, któryby prosto szedł w górę na T, i tam go około gozdzia wbitégo okręciwszy, ieżeli z drugiego końca tegoż drótu zawiesimy ciężar, któryby był = P + p, punkt Q tymże ciężarém P + p, w górę iest ciągniony a prosto zostanie w równowáżności nawet gozdź wyiąwszy z punktu Q. (Rozd. I. §. 14.) W takowym zaś razie można przybić gozdziém punkt P, i ciężar z P zdiąć. Tym się sposobém robi dzwignia iednoramiénna na którey ciężary

Fig. 11. i Fig. 12.

żary P i P + p, zawsze w przeciwné strony działać powinny, żeby dzwignia zostawała w równoważności. A że ciężar P+p, iest do ciężaru p, na R, iak PR: PQ. gdyż było P: p = QR: PQ. zaczém i P + p: p. = QR + PQ: PQ = PR: PQ. zaczém w obu gatunkach dzwigni prostéy, gdy iest równoważność, ciężary są w stósunku odwrótnym odległości od punktu nieruchomégo.

## §. VI.

Doświadczéniá przez któré potwiérdzá się nauka o dzwigni prostéy.

Fig. 13.

Tén stósunek między ciężarami i przez doświadczénié się potwiérdzá. Pręcik n. p. AG. należycie tęgi wszędzie iednakowo gruby i széroki, podzielony na 6. n. p. równych części, w punktach B, C, D, E, F, a z punktu szrzedniégo D, zawieszony, gdy iest w równoważności, równé mieć będzie ciężary na końcach swoich n. p. 1. łut na A i iedén łut na G. Ale ieżeli ten pręcik z punktu C zawieszony, a między A i G ciężar nań się włoży, tedy chcąc, iżby około punktu C, był w równoważności, położymy na A ciężar 2 łutów, a na G, ciężar iednégo łuta. Podobnymże sposobém, ieżeli tén pręcik z B zawiesimy, tedy pięć łutów położoné na A równa wagę trzymać będą z jednym łótém zawieszonym z G. i t. d. Dla ciężkości bowiém własnéy część pręcika dłuższá zniżá się, choć ciężar na niéy nie wisi, ani iéy nie ciśnie, a przeto, żeby nie szła na dół, trzeba



ba zawiesić ciężar na krótszém ramiéniu. Z téy przyczyny na początku nauki o dzwigni (§. 3.) przypuściliśmy że w nim żadnéy nié ma ciężkości.

## §. VII.

Ogólné podanié o równości dzwigni prostéy.

W reszcie to, czegośmy względém ciężarów dowiedli, do innych sił łatwo się stósuie; gdyż można ciągnąć, albo ciskać ciała nie tylko ciężarami, ale i innémi siłami n. p. siłą ludzką, końską, rzeki, wiatru i t. d. Nad to każdé ciało nie tylko podług kierunku pionowégo iakim ciężarém ciągnioné bydź może, ale i podług innégo iakiégokolwiek, ieżeli sznurek, na którym wisi ciężar, utrzymuie się na blochu albo na dzwigni. Łatwo też zrozumieć, że co się tycze równoważności, ta się zachowuie, czyli to człowiek czyli woda, bądź ciężar, bądź inna iakakolwiek władza pociąga albo ciśnie iakié ciało, byleby tylko to w każdym razie działo się siłą równą, nie odmiéniaiąc kierunku. Ogólnie tedy mówić można, że dzwignia prostá iest w równoważności, gdy dwa iéy biegi podług kierunków do dzwigni prostopadłych ciągnioné bywaią, takiémi siłami, któréby były w stósunku odwrótnym odległości rzeczonych punktów od punktu nie ruchomégo.

## §. VIII.

Równowáżność koła

Jeżeli na obwodzie kręgu albo koła, które się obráca około swégo srzodka, ciągnié-

albo kręgu

Fig. 14.

gniémy iakie dwa punkta n. p. A i D podług kierunku stycznych AB, DE, w strony przeciwné równémi siłami, krąg w równowáżności zostaie. W obrocie albowiém kręgu każdy z osobna punkt, równą prędkością się unosi, i ma kierunek podług styczney. (Xię. I Rozd. VI. §. 2.) Jeżeli tedy iaki bieg zaczyna się na punkcie D ku E, na ów czas równy téż bieg wznieca się na A ku F, to iest: ieżeli punkt D pewną siła ciągnie ku E, tedy i punkt A razém równą siła pędzi ku F. Lecz punkt A nié może się poruszyć, gdy go siły równé ciągną razém ku F i ku B, zaczém téż nié może się obracać, ieżeli A pewna siła ciągnie ku B, a razém i punkt D równie ciągniony iest ku E; zaczém w takowym razie cały krąg iest w równowáżności.

## §. IX.

Równowáżność dzwigni kątowéy i krzywéy.

Fig. 15. i Fig. 16.

Dzwignia nie zawsze iest prostá ale czasém *krzywá* (vectis curvus) czasém *kątowa* (angularis) to iest z wielu prostych w kąty ułożoná. Ale bądź tén ma kształt, bądź inny, bądź iest dwuramiénna, bądź iednoramiénna, ieżeli punkt nieruchomy iest na C, a inné dwa iéy punkta A i D ciągnioné są podług kierunków AB, DE, któréby były na płaszczyznie DAC, i do linii CA, CD prostopadłé, od sił zaś S, s któreby miały stósunek odwrótny z temiż liniiami, dzwignia będzie w równowáżności.

Za-



Zatoczmy albowiém ze srzodka C promiéniami CD, CA, na płaszczyznie DAC dwa koła, i poprowádźmy na téyże płaszczyznie przez punkt C w jakikolwiek sposób liniią prostą FC, któráby przecinała większé koło na F, mnieysze na G, do któréy GI, i FH niech będą prostopadłémi. Tym sposobém będziemy mieli dwa kręgi, na iednéyże płaszczyznie, i co do większégo kręgu toż samo nastąpi, czy będzie ciągniony na F podług kierunku F H, czyli téż iednakową siłą s na D, podług kierunku DE, a co się tycze mnieyszego kręgu, bądź go siła S pociągnie na G, kierownością GI, bądź na A kierownością AB ténże sam skutek będzie (§. 9.) A że gdy punkta G i F ciągnioné są od sił S i s, wtedy iest równowáżność byleby było S: s = CF: CG. (§. 8.) Więc położywszy punkt D zamiast F, i A zamiast G, kręgi w równowáżności będą, czyli siły S i s na punktach A i D są w stosunku CF: CG albo CD: CA.

## §. X.

Náymnieyszá siła iest dostateczná gdy prostopadle na dzwignią działa.

Jeżeli punkt dzwigni D nie iest ciągniony kierunkiem DE, do linii CD prostopadłym, ale kierunkiém innym iakim n. p. DM, tedy poprowadziwszy z któregokolwiek punktu linii DM, ME do DE, liniią MN do CD, i liniią CL do DM prostopadłą, będzie tróykąt MDE podobny tróykątowi DCL. Nad to ieżeli DM wyráża siłę F,

F która

która ciągnie punkt D kierowaniem DM, tę siłę można rozdzielić na dwie inne DN i DE. (Rozd. I. §. 14.) Piérwszá z tych sił ciśnie punkt D na przeciwko punktowi C, który będąc nieruchomym odpiérá, tak dalece, że ta część siły całkowitéy punktu D zgoła poruszyć nie może, choć innéy niéma w dzwigni, którąby punktowi D do biegu przeszkádzała. Zaczém drugá część siły, sama dzwignią poruszać mogącá, musi bydź równa sile s, ieżeli dzwigni równoważnéy punkt A ciągniony iest do B, siłą S. Zaczém iest F: s = DM: DE = CD: CL. A że się ma s: S = CA: CD. (§. 10.) więc F: S = CA: CL. Stąd iawnie pokazuie się, że wtedy naymnieyszą siłą na punkcie D, utrzymać można równoważność siły S na punkcie A, gdy się wywiérá siła na punkcie D podług kierunku DE prostopadłégo do CD. Zawsze albowiém iest DM > DE, a zatém ieżeli iest iakikolwiek kierunek inny oprócz DE, trzeba większéy siły do sprawienia równoważności.

## §. XI.

W dzwigni wszelkiégo gatunku będącéy

Czegośmy dowiedli względém punktu D, toż samo ma mieyscé i względém punktu A, ieżeli go ciągniémy innym kierunkiém AO, a nie kierunkiém AB. W takowym razie przedłużywszy ieżeli tego potrzeba, linią AO, i poprowadziwszy do niéy



niéy prostopadłą CP, ieżeli siła f, na AO, tęż samę równoważność sprawuie, którą przedtém siła S, na AB, będzie f: S = CA: CP, a zatém f: F = CL: CP, gdyż iest S: F = CL: CA. (§. 2.) Ogólnie tedy w każdym razie i we wszelkim gatunku dzwigni, takié siły równoważność sprawuią, które są w stósunku odwrótnym liniy z punktu nieruchomégo prostopadłe wiedzionych do kierowań tychże sił, tak dalece, że rozmnożywszy obiedwie siły przez liniie do nich należącé, to iest F, przez CL a f, przez CP mnogości, które się *wagami sił* (momentum virium) nazywaią, z obu stron wypadną równé, to iest F. CL = f. CP; gdy dzwignia iest w równoważności.

w równoważności wági sił (momenta virium) powinny bydź równé.

## §. XII.

Dzwignia prosta ciężarami obładowana, ieżeli się równo váży będąc poziomą, zostanie téż w równoważności będąc pochyloną, gdy ią siła zewnętrzná obráca około punktu nieruchomégo bez żadnéy odmiany w ciężarach. (*) Niech albowiém będzie dzwi-

Dzwignia prosta ciężarami obładowana, ieżeli się równováży poziomá, tedy i pochyloná także się równováży.

F 2 gnia

(*) Ta prawda zdaie się na pozór sprzeciwiać doświádczéniu, gdyż szalki pochyloné, nigdy nie stoią w równoważności, ale albo do piérwszégo położénia powrácaią, albo iednym końcem

gnia prosto poziomá AB. w równoważności, obrócona zaś około nieruchomégo punktu C niech przyydzie na DE. Ze srzodka C zatoczmy łuki AD, BE, a spuściwszy pionowé DF, GE, liniie CF, CG będą prostopadłé do kierunków tych sił, które c sna albo ciągną punkta D i E. Że tróykaty CFD, CEG, są podobne, przeto CF: CG = CD: CE = CA: CB. Jeżeli więc ciężar na B, nazwiémy p, ciężar zas na A, nazwiémy P, a te ciężary na dzwigni AB, są w równowádze, to iest, p. CB = P. CA, czyli p: P = CA: CB, będzie p: P = CF: CG, skąd wypádá p. CG = P. CF, to iest, wagi ciężarów są równé w każdém położéniu dzwigni, z czego się pokaznie, że ta dzwignia we wszelkiém położéniu zostaie równoważná (§. 13.). Punkt C, utrzymuie tylko ciężar P + p i tymże ciężarém na dół iest ciśniony.

§. 14.

cém w górę, drugim na dół stawaią. Dzieie się to z takowéy przyczyny, iż w szalkach srzodek ciężkości nie przypádá, pospolicie w punkcie ich zawieszénia, ale albo wyżey albo niżéy tegoż punktu, gdyby zaś szalki tak sporządzone były, iż by punkt zawieszénia przez srzodek ciężkości przechodził (czego dokazać można) w tén czas ciężarami równémi z obu stron, tak poziomé iako téż iakokolwiek pochyloné (bez odmiany iednak ciężarów) zawsze zostawałyby w równoważności. Tak właśnie, iak ciała twardé równą ciężkość z wodą maiące w téy głębokości zostaią, do któréy ie zanurzámy.



## §. XIII.

Używanié dzwigni iest powszechné, ieżeli n. p. w dzwigni AB. iest iedno ramié AC do drugiégo CB w stósunku 1: 15 a na punkcie A ciężar od 150 funtów, na punkcie B, dosyć iest położyć tylko 10 funtów żeby dzwignia stanéła w zupełnéy równoważności. Cisnąc tedy nie co mocniéy na punkcie B. n. p. 11 funtami, to iest równą siłą téy, którą możémy podnieść 11 funtów, w ręku, cały ciężar od 150 funtów na A podniesiémy. Piętnaście razy wprawdzie prędzéy biédz musi punkt B, niż ciężar idzie w górę gdyż tak BE, i AD razém przebiégané bywaią, a są do siebie iak CB: CA, iak 15: 1; iednakowoż iest bardzo wygodnie że małą siłą od 11. funtów można podnieść za pomocą dzwigni ciężar, któryby ręką nie mógł bydź podniesiony bez dzwigni, chyba używszy siły daleko większéy od 150 funtów.

Przydatność dzwigni.

Fig. 17.

## §. XIV.

Widzieć się daią skutki dzwigni nie tylko u Rzemieślników ale i w pospolitém użyciu nawet natury dziełach. Gdy trzeba podnieść kamień przyciężki, grubą drzewa kłodę, albo inné tym podobné ciało, podsuwamy pod nié drąg mocny, który na kamiéniu albo na inném iakiém ciele tęgiém, nie daleko od ciężaru położoném opiérámy, żebyśmy mieli pewny punkt

Podkładka.

nie

nieruchomy, a potém drugi iego koniec ciśniémy na dół dla dzwigniénia ciężaru. To ciało na którém się dzwignia wspiéra nazywamy *podkładką* (hypomochlion) a ciało, które dzwignią podnosimy albo poruszamy, ciężarém (onus).

## §. XV.

Różne dzwigni używanie.

Mularze, Cieśle, Młynarze i inni rzemieślnicy używaią drążka żelaznego wałkowatego, który z jednego końca iest nie co zakrzywiony. To narzędzie ABC, pod ciężar D podłożywszy, i punktém zakrzywienia B na podkładce oparłszy, ciężar D, mierną siłą na C będącą podnosić mogą, gdyż ramię BC daleko dłuższe iest od ramienia AB. Rzemieślnicy czasém używaią rzeczonego narzędzia w ten sposob, że koniec iego A wpiéraią w ziémię, a zakrzywiéniém podnoszą ciężar. W tym razie wystawuią nam przed oczy dzwignią iednoramienną, którey punkt C trzeba podnosić, ieśli chcémy ciężar podzwignąć. W obu przypadkach ten iednakową siłą ciężar łatwiey podnosić, który kierunkiém prostopadłym CF, dzwignią w górę lub na dół, niżeli ten, który podnosi ciężar kierunkiém ukośnym (§. 11.). Taczki nawet pospolité własność dzwigni maią; gdyż srzedni punkt C w ich kółku iest niby punktém nieruchomym, bo się zniżyć nié może, na A ciężar P ciśnie, a przy B siła w górę podnosi.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

Im



Im tedy dłuższa iest rękoieść CB od części swéy CA, tém łatwiéy iest ciężar podnosić. Podobnież i mosty zwodzone przy bramach miast, kleszcze, nożyce, młótki i noże, ponieważ maią pewny punkt nieruchomy, około którego się obracaią, są niby dzwigniami. Samé kości w zwierzętach, przez muszkuły ruszané, są wyobrażéniém dzwigni, czego nas Anatomia dokładniéy naucza.

## §. XVI.

Jak mocna powinna bydź podkładka.

Podkładka dzwigni dwuramiénnéy wytrzymuie razém ciśnienié siły i ciężaru, to iest summy z siły i ciężaru, zaś dzwigni iednoramiénnéy wytrzymuie tylko ciśnienié różnicy między siłą i ciężarem. Stąd można dochodzić iak mocna podkładka w każdym z tych razie bydź powinna, ile ciężaru na drągach utrzymywanégo przypadnie na każdégo n. p. z dwóch ludzi lub zwierząt dzwigaiących ciężar. Jeżeli bowiém dwóch ludzi maią nieść ciężar D, na drągu poziomym CB utrzymuiąc iego końce na C i B, łatwo zrozumieć, że ow drąg iest niby dzwignia iednoramiénną, któremu niby za podkładkę iedén z dzwigaiących, drugi zaś siłę podnoszący wyraża. Jeżeli ciężar iest umieszczony pośrzód drąga, siła, która go podnosi, ma bydź połowie ciężaru równa, (§. 8.) a drugą połowę ciężaru utrzymuie podkładka, tak dalece, że w tym razie cały ciężar na obu-

Fig. 21.

dwóch

dwóch dzwigaiących równie się rozdziéla. Lecz pomykaiąc ciężar bliżéy ku punktowi B, niż iest ta, która się równa połowie ciężaru, na punkcie C ubywa ciśnienia; przeciwnie rzecz się ma, gdy ciężar zbliżamy do C. Jeżeli tedy iedén z dzwigaiących iest słabszy od drugiégo, na tén czas zawsze trzeba zbliżyć ciężar ku stronie mocnieyszégo. Tak n. p. gdy iedén na C 100. funtów, drugi na B 50 tylko wygodnie nieść może, a cały ciężar waży 150 funtów, trzeba żeby była odległość CA: AB = 1: 2 w tén czas bowiém będzie CA: CB = 1: 3, a siła na B wynosi $\frac{1}{3}$ D, czyli 50 funtów, siła zaś na C, $\frac{2}{3}$ D, czyli 100 funtów.

## §. XVII.

W jaki sposób niesiony ciężar náymniéy ciśnie.

Człowiek dzwigaiący sztabę żelaza, równie wszędzie grubą i gęstą, lub inny iaki ciężar, gdy go nie ciągnie po ziémi trzeba żeby go tak ułożył na ramié, iżby srzedni punkt na nim się wspiérał; gdy bowiém sztaba równie wszędzie iest gruba i gęsta, łatwo stąd wnieść, że ta sztaba srzodkiém swoim oparta, równoważność zachowa. Więc tén punkt podparłszy człowiek dzwigaiący sztabę wytrzymuie ciśnienié od niéy samey. Lecz gdy się tén punkt srzedni nie wspiéra na nim, ale część sztaby z tyłu n. p. iest dłuższa niż z przodu, dzwigaiący musi krótszą iéy część ręką przy-



przyciskać, ażeby z dłuższą była w równéy wadze. Zaczém w takowym razie ramié wytrzymuie powiększoné ciśnienié od owéy siły która ręką przyciska sztabę, i która się łączy z ciężarém samey sztaby.

# ROZDZIAŁ III.

## *o śrzodku ciężkości.*

## § I.

Śrzodek ciężkości.

Fig: 22.

W ciele twardém iakiegokolwiek kształtu wystáwmy sobie w myśli, że tylko dwa punkta fizyczné A i B są ciężkié (Wstęp. Rozd. XV. §8.) reszta zaś ciała bynaymniéy nie cięży; w takim razie będzie odległość tych dwóch punktów nieodmiénna dla twardości tegoż ciała w jakimkolwiek iego biegu. Zaczém liniia AB może wyrażać dzwignią prostą, tęgą nié maiącą ciężkości, i na A ciężarém P punktu A, na B zaś ciężarém p punktu B ciśnioną. Jeżeli tedy iest AC: CB = p: P tedy podparłszy punkt C, punkta A i B będą się między sobą równoważyły, a to nie tylko gdy liniia iest AB pozioma, ale i w jnném iakiémkolwiek iéy położeniu, iakożkolwiek poruszy się ciężar, byleby tylko punkt C był podparty, (Rozd: II. §13.) który zawsze wytrzymuie ciśnienié równé

wné summie ciężarów P + p. Jeżeli więc daléy przypuścimy, że w ciele znayduią się 3 punkta ciężkości A, B i D, i że ciężar punktu D iest b, liniia CD będzie dzwignią obładowaną na C ciężarém P + p, a na D ciężarém b. Zróbmy więc CE: ED = b: P + p, a będą wszystkie trzy punkta, iakiekolwiek położenie maiąc około punktu E w równoważności, gdy tén punkt E iest podparty. Jeżeli w tén sposób co raz więcéy punktów ciężkich będzie przybywało bez końca można postępować i zawsze znaleźć iaki punkt, który podparłszy, wszystkie punkta ciężkié, w każdém położéniu ciała zostaną w równoważności i który przyciską podkładkę ciężarém wszystkich punktów. Zaczém taż sama prawda mieyscé też mieć będzie, chociaż wszystkié punkta, z których się ciało składa, są ciężkié. Każdé więc ciało twardé ma pewny punkt, który podparszy, całé ciało w jakiémkolwiek położéniu utrzymywać będzie równoważność i który tylé ciśnienia wywiérá na podkładkę, ilé iest ciężaru w całém ciele, i ten to punkt nazywamy *śrzodkiém ciężkości w ciele.* (centrum gravitatis corporis.) A taki śrzodek ciężkości iako widzimy iedén tylko w każdém ciele bydź może, iak na przykład w kuli pół ołowianéy, a pół drewnianéy, śrzodek



dek ciężkości iest w części ołowianéy téy kuli, a zatém nie w jéy śrzodku. Przystępuiąc Nauczyciel do wyłożénia Uczniom nauki o śrzodku ciężkości, niech im pokaże różné ciała figury regularnéy i z jednéy materyi, gdzie na oko obaczą, że tam śrzodek figury tych ciał iest oraz śrzodkiém ciężkości, w innych zaś nie regularnéy figury lub nie z jednéy materyi ciałach pokaże im śrzodek ciężkości odmiénny od śrzodka figury.

## § II.

Wszystkié ciała nawet ciekłé maią śrzodek ciężkości.

Jakiékolwiek ciało twardé nie tylko pełné i wydrążoné, czyli wewnątrz próżné ma śrzodek ciężkości, który to wprawdzie śrzodek, ieżeli ciało iest pełné, w samém ciele, ieżeli zaś wydrążoné, wewnątrz iego wydrążenia pospolicie przypada. Nad to i w każdém ciele ciekłém musi bydź śrzodek ciężkości, około którégo utrzymowałoby się ciało w równoważności, gdybyśmy ie zamknéli w naczyniu nié maiącém ciężkości. Gdyż ciecza zewsząd zamknięta, tak się w cale má, iak ciało tęgie; bo odległości między iéy cząstkami zgoła się nie odmiéniaią. Nawet zbiór iakiéy liczby ciał od siebie odległych miałby spólny śrzodek ciężkości, około którégo utrzymywałyby się té ciała w równoważności, coby i na oko pokazać mo-

można gdyby ie liniiami tęgiémi, i ciężkości nié maiącemi połączono. Ta prawda łatwo się okazuie w ten sposób, którym dowiedliśmy wyżéy, (§ 1.) że w jakimkolwiek układzie punktów ciężkich, dzwigniami złączonych, zawsze się znayduie środek ciężkości; gdyż każdy takowy punkt można mieć za środek ciężkości iakiégo ciała, a tak spólny środek między punktami będzie środkiém powszechnym ciężkości wielu ciał.

## § III.

Środki ciężkości w kulach i w innych ciałach iednorodnych.

Środek iakieykolwiek kuli iednorodnéy iest oraz środkiém iéy ciężkości; gdyż każda liniia prosta, poprowadzona przez środek kuli w tymże środku dzieli się na dwie części równé, i każdy punkt ciężki z jednéy strony téy linii ma w jednakowéy odległości od środka punkt sobie odpowiadaiący, równego ciężaru na drugiéy stronie, tak dalece, że summa ciężaru wszystkich punktów z obu stron iest równa. Zaczém każda z osobna z tych liniy trzyma równoważność około środka liniy (Roz. II. § 12.) Zaczém i cała kula, iako mogąca się podzielić na takié liniie fizyczné (Wstęp XV. § 8.) ma środek swéy ciężkości w środku kuli. Ogólnie zaś mówiąc wiele iest ciał takich, które maią taki środek swoiéy wielkości (centrum magnitudinis) czyli punkt przez któ-



który każdá liniia od iednégo końca do drugiégo przeciągniona dzieli się na dwie części równé. Tu należy nie tylko kula ale i sześcian, wałek, graniastosłup i t. d. Przeto łatwo wyrozumiéwamy, że w każdém takiém ciele zbiór ciężkości przypada tam gdzie wielkość ciała ma swóy środek, ieżeli ciało iest iednorodné (Wstęp. XV. § 17.) i równie wszędzie pełné.

## § IV.

Idzie zatém że w kuli złotéy równie iak i w żelaznéy, drewnianéy, szklanéy i t. d. środek ciężkości ma mieyscé w środku kuli, a ogólnie mówiąc w jakimkolwiek układzie punktów ciężkich, środek zupełnie ténże sam zostaie, chociaż każdégo z osobna punktu ciężkość wszędzie iednakowo się powiększa, albo zmnieysza. Daymy bowiém, że ciężar punktu A iest = P, punktu B = p, punktu D = b, i t. d. Potém zaś na mieyscu A, położmy ciężar 2P, na mieyscu B, ciężar 2p, na mieyscu D, ciężar 2b, to iest powiększmy ciężar każdégo z osobna punktu w jednakowym stósunku 1: 2, a iest rzecz oczywistá, że punkt C, który wynayduiémy kładąc AC: CB = p: P, będzie środkiém ciężkości, nawet pomnożywszy ciężary, gdyż p: P = 2p: 2P, a zatem i 2p: 2P = AC: CB.

Środek ciężkości nié odmiéniá się, gdy ciężar każdégo punktu z osobna w jednakowym stósunku pomnażamy albo zmnieyszamy.

CB. Podobnymże sposobém, ponieważ iest CE: ED = b: P + p, a zatém iest E śrzodkiém ciężkości ciężarów b, P, p, zatém będzie także E śrzodkiém ciężarów 2b, 2P, 2p, gdyż 2b: 2(P + p) = b: P + p = CE: ED. Że zaś tym sposobém można iśdź daléy bez końca pomnażaiąc coraz bardziéy a bardziéy liczbę punktów ciążkich, ogólnie się pokazuie, że wielekolwiek iest punktów ciężkich, byleby się odległości między niémi nie odmiéniały, śrzodek spólny ciężkości zawsze iest ténże sam, i żadnym się sposobém nie odmiéniá, byleby w tymże samym stósunku powiększáł się albo zmnieyszáł ciężar każdégo w szczególności punktu. Przeto wszelkié ciała iednorodné, równéy wielkości, i cale do siebie podobné, maią w sobie śrzodki ciężkości podobnie leżącé, bądź iakokolwiek iedno ciało iest cięższé lub lżeyszé od drugiégo.

## § V.

Śrzodki ciężkości ciáł różnie wielkich, ale podobnych co do kształtu

Lecz i układy punktów ciężkich różnéy wielkości byleby były tylko sobie podobné co do kształtu i ciężaru, maią w sobie śrzodki ciężkości podobnie leżącé. Dáymy bowiém, że dwa układy punktów ciężkich A, B, D i P, Q, R wielkoscią różnią się wpráwdzie, ale nie ciężarém części, tak że punktu A i P cię-



ciężar iest równy P, ciężar punktu B i Q = p, punktu D i R = b i t. d. Toż ieżeli rzeczoné układy punktów i co do kształtu są sobie podobné, będą odległości między którémikolwiek dwóma punktami sobie odpowiadaiącémi w obu układach wszędzie w tymże samym stósunku stałym, to iest AB: PQ = BD: QR = AD: PR i t. d. i kąty między témi liniiami, iakoto przy Q i B, tudziéż przy P i A, przy R i D i t. d. równé. Jeżeli tedy naprzód w obu układach po dwa tylko biérzémy punkta A i B, P i Q, a mieysca C i S są zbiorami ich ciężkości, będzie QS: PS = P: p = CB: CA, a zatém obadwa zbiory podobnie leżą, co do punktów, których są śrzodkami ciężkości. Jeżeli trzeci dodaiemy punkt, w obu układach R i D, a T i E są zbiorami ciężkości wszystkich trzech punktów w obu układach znowu będzie ST: TR = CE: ED. Zaczém zbiór T takowé má położénié względém zbioru S, iakié zbiór E, względém zbioru C. Lecz dlá téyże przyczyny śrzodek T względém punktów danych P i Q, których zbiorém iest S, toż samo położénié mieć będzie, któré má śrzodek E, względém odpowiadaiących punktów danych A i B, których zbiorém iest C. Że bowiém tróykąty PQR i ADB są podobné, położywszy punkt D, na pun-

i ciężaru swych części, cale podobné maią położénié.

Fig: 24.

kcie

kcię R, i bok DA na boku RP, bok DB pada na bok RQ i AB iest równoodległa od PQ. Zaczém liniią AB tak przecina liniia RS, że iey części są w stósunku PS: SQ. A że w saméy rzeczy iest AC: CB = PS: SQ liniia DC pada na RS. Tymże samym sposobém pokazuie się, iż położywszy punkt B, na punkcie Q, i bok BD na boku QR, liniia BE pada na QT, albo punkt A położywszy na punkcie P, i bok AD na boku PR, liniia AE pada na PT. Zaczém wszyftkié trójkąty podobnie ułożoné, to iest: CBE, i SQT, EBD i TQR; EAD i TPR; EAC i TPS są sobie podobné. Zaczém zbiór T, względem punktów P i Q, toż samo ma położénié, co i zbiór E, względem punktów A i B. Przydawszy do tego w obu układach czwarty punkt ciężki, zbiór ciężkości wszystkich cztérech punktów, w témże samém położéniu będzie względem zbioru T, iak w drugim układzie względem zbioru E. Zaczém toż samo położénié będzie co do punktów S, R i C, D, których zbiory są na T i na E. Więc toż samo będzie względem punktów P, Q i A, B, których zbiory ciężkości przypadaią na S i C. Tym sposobém można postępować bez końca, iakakolwiek liczba będzie danych punktów i dowieść, że zbiór ciężkości zawsze iednakowé ma położénié w jednym



dnym układzie, iak w drugim względém wszystkich punktów danych. Z czego wyrozumiéwamy, że i we wszelkich ciałach podobnych co do kształtu i co do ciężaru cząstek, iakożkolwiek wielkością różnych, zbiory ciężkości podobnie leżą. Ani potrzeba tego, żeby ciężary punktów z osobna sobie odpowiadaiących, w obu układach równé były, ale dosyć iest, gdy tylko maią stósunek wszędzie stały; gdyż powiększywszy, albo zmnieyszywszy ciężar wszystkich punktów w jakiém ciele podług stósunku stałégo, zbiór ciężkości w niém się nie odmiénią.

## §. VI.

Jeżeli ciało twardé pewnym punktém E, albo B na dole się wspiéra, albo też w górze z punktu D, lub A iest zawieszoné, a liniia pionowa DE przez punkt oparty idąca nie przechodzi razém przez srzodek ciężkości ciała, wtedy ciało z położénia swego się wyrusza i upada. Lecz ieżeli liniia pionowa AB przechodzi przez srzodek ciężkości C, ciało nieporuszénie w swoiém położéniu zostaie i nie wywraca się. Że bowiém punkt E, który iest podparty odstępuie od linii pionowéy AB przechodzącey przez srzodek ciężkości C, i zostaie na spodniey powiérzchni ciała; więc przeciągnąwszy przez tén punkt E liniią FC, ta będzie nam wystawiała dźwignią prostą FCE, pochyło do AB, gdzie

Każde ciało, którégo srzodek ciężkości pod pień nie iest podparty, własnym ciężarém obalá się.

Fig. 25.

punkt podparcia iest E, na iednym końcu téy dzwigni cały ciężar ciała w srzodku ciężkości C zebrany, a na drugim końcu F, nic nié masz takiégo, coby tén ciężar utrzymywało w równowadze, więc ciało na tę stronę gdzie iest srzodek ciężkości C, upadnie. Toż samo, i tymże sposobém okazać można, gdy nie punkt dolny E iest podparty, ale punkt ciała wiérzchni D odpowiadaiący punktowi dolnému E, iest przybity lub zawieszony. Gdy zaś podeprzémy punkt dolny B albo przybiiémy lub zawiesimy punkt wiérzchni A z których tak ieden iak i drugi znayduie się na linii pionowey AB przechodzącéy przez srzodek ciężkości C, wtedy liniia AB wystawiać nam będzie dzwignią pionową ACB, gdzie cały ciężar ciała zebrany w srzodku ciężkości C, całym sobą ciśnie w kierowaniu téy dzwigni pionowéy ACB; a zatém ciało w żadną stronę tey dzwigni upaśdź nié może.

## §. VII.

Jakim sposobém srzodek ciężkości wynayduie się przez doświádczénié

Można tedy przez doświádczénié srzodek ciężkości wynaléźć w jakiém ciele, wkładaiąc ié na graniastosłup albo na inné ciało graniasté, i z wolna iuż w tę, iuż w ową stronę pomykaiąc dopóty, póki na saméy krawędzi graniastosłupa w równowáżności nie stanie. Natychmiást bowiém będzie się równowáżyło, skoro iego srzodek ciężkości weydzie na liniią pio-



pionową do krawędzi graniastosłupa (§. 7.). Zaczém płaszczyzna pionowá przez tę krawędź równoważności przechodząca, oznacza przecięcié ciała, na którém to przecięciu srzodek ciężkości iego znayduie się. Pod takié doświádczanié má podpádać długość, potém szérokość, a na koniec i grubość ciała; co uczyniwszy będziémy mieli trzy płaszczyzny, których spólné przecięcie się iest tylko punktém, który to punkt inny bydź nié może, iedno sam srzodek ciężkości. Jeżeli zaś iakié ciało iest tak wielkié, iż srzodek ciężkości iego tym sposobém wynaydować nié można, trzeba udziałać inné ciało małé podobné wielkiému i na tém doświádczénia czynić: gdyż srzodek ciężkości całe podobné ma położénié względém części w małém takiém ciele iak i w wielkiém (§. 6.).

## § VIII.

Kiedy ciała mocno stoią na płaszczyznach poziomych?

Żadné ciało na płaszczyznie pozioméy postawioné własnym ciężárem nié może się obalić, póki srzodek iego ciężkości iest na linii pionowéy nad podstawą choćby rzeczona podstawa była iednym punktém tylko (§. 7.). Tak kula iednorodna na takowéy płaszczyznie nie poruszénie stoi, gdyż punkt, w którym się płaszczyzny dotyka, iest pod srzodkiém ciężkości na linii pionowéy (§. 4.). Ani kula kierunkiém poziomym na płaszczyznie popchnię-

tá mogłaby dla ciężaru swego obracać się ale to czyni tarcie, że ią widzimy i posuwaiącą się i obracaiącą razém, bo cząstki na powiérzchni kuli styrczące, ustawicznie zaczépiaią się o podobnéż cząstki na płaszczyznie i témiż odparté bywaią; tak n. p. koła suwaią się poniekąd po lodzie, a na bruku obracaią (Wstęp XII. §4.) Gdy zaś liniia pionowá przez srzodek ciężkości przechodząca za podstawą przypáda, ciało przez własny ciężar obálá się. Z téy to przyczyny wszystkié mury, ściany, płoty &c. stawiaią się pionowo, bo ukośnie ustawioné z czasém obaliłyby się, pomimo utwiérdzénié w ziémi ich fundaméntów, albo przynaymniéy nie byłyby tak mocné iak w położéniu pionowém. Daią się wprawdzie widzieć tam i owdzie wieże osobliwą niby sztuką starożytności tak zbudowané, że znacznie są pochyłé, ale i w tych liniia pionowá przez srzodek ciężkości części pochyłéy przechodząca między fundaméntami wieży przypáda.

## § IX.

Kiedy zwierzęta i ludzie mocno stoią na płaszczyznach poziomych.

Niektóré ciała nie na gruntowéy podstawie, ale na nieiakich podporach utrzymuią się, iako to zwiérzęta na nogach. Mieyscé między témi podporami będącé zastępuie podstawę, i łatwo wyrozumiéwamy, że ciało nié może się obálać, gdy liniia pionowá od srzodka ciężkości spuszczona na to mieyscé pádá. Przeciwnie zaś



zaś tak ludzie iako i zwierzęta obálaią się, gdy z jakiey przyczyny do takiégo położénia przychodzą, że taż pionowá przez srzodek ciężkości idąca bardziéy od stóp oddálá się. Człowiek nie równie większému niebezpieczeństwu upádaniá podléga niż bydlę, i dziecię z wielką trudnością chodzić się uczy; gdyż mieyscé cztéréma nogami zwierzęcia obięté iest znacznieyszé, a srzodek ciężkości prawie nad srzodkiém tego mieysca przypáda. Lecz w chodzéniu człowieka, cały iego ciężar, nie wielkié mieyscé má za podstawę, i dla téy przyczyny za każdym krokiém nie co się na bok pochylámy. Ogólnie téż powiedzieć można że ciała przy iednakiéy wysokości i ciężarze tém trudniéy obálaią się, im większą maią podstawę, iako to widzieć można na Figurze 26.

## § X.

Ciało, gdy inné okoliczności są iednakowé tém łatwiéy się obálá, im wyżéy má swóy srzodek ciężkości

Podobnymże sposobém okazuie się, że ciała równéy ciężkości P i podstaw AD = FH, których srzodek ciężkości C i I, przypadaią nad srzodkami podstaw B i G, tém łatwiéy się wywrácaią, im rzeczoné srzodki wyżéy wyniesioné są nad podstawami. Niech albowiém będzie wysokość IG większá od wysokości CB, będzie téż i samo ciało FN, wyższé od ciała AM. Uderzywszy więc oba ciała poziomé w górnych punktach E i L siłą v, wági ciężaru P× GH, i P× BD, będą równé, gdy bie-

Fig. 27.

bierzémy GH = BD. Lecz waga siły v HN, w wyższém ciele większá iest od wagi siły v. MD. w niższém (§. 11.); zaczém téż łatwiéy się wywraca ciało wysokié. Ale choćby ciało wysokié FN nie było wyższé od ciała AM, przecięż liniia CD przez większy kąt przechodzić będzie niż liniia HI przechodzi przez kąt IHN, nim ciało się obali. Że bowiém zawsze iest IG > CB przeciągnąwszy liniią BC, zróbmy OB = IG, a oczywiście się pokazuie, iż kąt ODM mnieyszy iest od kąta CDM. Jeżeli tedy ciało FN iest też i wyższé od ciała AM, dwoiaka znayduie się tego przyczyna, dla którey trzeba, albo dłużéy albo mocniéy to potrącić niż tamto, żeby upádało. Stąd poznaiémy, za co trzęsieniém ziémi wieże, kominy, i gmachy wyższé daleko prędzey i łatwiéy się obálaią iak niższé.

## §. XI.

Odmiana srzodka ciężkości w jakiém ciele pochodząca z przełożénia iego części, albo dodaniá nowych.

Zeby więc iakié ciało nie łatwo upadło, trzeba się starać, ażeby srzodek ciężkości tegoż ciała nie był wysoko nad podstawą. Możémy zaś srzodek ciężkości w jakiém ciele zniżyć, albo ogólnie mówiąc, niby na inné mieysce przenieść, ieżeli do niego inné ciało przyłączymy. Niech albowiém będzie ciało AB obciążoné inném AD albo w jakikolwiek sposób z niém połączoné. Zawieśmy oba té ciała na dzwigni poziomey FG z punktów C i E, na których

Fig 28.

srzod-



srzodki ich ciężkości przypádaią, a iawná iest rzecz, że punkt nieruchomy H, około którego dzwignia, a zatém oba ciała połączoné będą w równowáżności, zawsze przypadnie między F i G. Zaczém srzodek ciężkości ciała, do którego się dodaie drugié, przypadnie na linii pionowéy n. p. HI, (§. 7.) między punktami C i E, i bliżéy téy strony, z którey iest ciężar większy, niż tey gdzie iest srzodek ciężkości C, ciała samégo AB. Przeciwnie ieżeli ciała złączoné za iedno mámy, odiawszy z jednéy strony część AD, srzodek ciężkości posuwá się ku przeciwnéy stronie z linii HI na punkt C. Jeżeli tedy srzodek ciężkości ciała, które obciążámy, má zostać na téyże linii pionowéy a nie ustępować ku ciężarowi, trzeba i z drugiéy strony B iakié ciało nowé dodadź.

## § XII.

Okręt naładowany trudniéy się wywraca, niż próżny.

Z tego co się powiedziało, łatwo zrozumieć, czemu okręt naładowany, gdy nań z boku wiatr, albo fala uderzá, nie tak łatwo się wywracá iak próżny. Gdyż srzodek ciężkości okrętu obładowanégo iest niżéy, niż próżnégo, bo go ciężar niby na dół ściągá (§. 8.). Nad to okręt naładowany będąc cięższym mocniéy się opiéra wywrócéniu. Dla tego żeglarze, gdy im zbywá na towarach muszą piaskiém na dnie okręt wyładować. Podobna iest przyczyna co do karet i wozów, które ieżeli

chcé-

chcémy żeby nie były wywrótné, trzeba ié tak sporządzać i obładowywać, iżby srzodek ich ciężkości iak nayniżéy przypadał.

## §. XIII.

Odmiana srzodka ciężkości w zwiérzętach.

Wielé ieszcze rzeczy podług nauk danych wyłożyć można, które się zdarzaią w poruszeniach ciał tak ludzi iak i zwiérząt. Zwiérzętá bowiém nié maią ciał zupełnie tęgich, ale maią ciała różnémi sposobami wyginać się mogące, przez co się dzieie, że czasém niektóre części z jednego boku przechylaią się na drugi, a zatém srzodek ciężkości ku temuż bokowi przenosi się właśnie iakby tam nowé ciało dodané było. Tak ludzie dzwigaiąc ciężar na plecach, schylaią się na przód, i którzy w jednéy ręce iaki ciężar trzymaią, drugą ręką wyciągaią, żeby iéy wagę pomnożyli względém srzodka ciężkości schylaią się całémi sobą w stronę ciężarowi przeciwną; bo tym sposobém dokazuią, iż srzodek ciężkości nie schodzi z linii pionowéy która w obrębie podstawy przypadá. (§. 10.) Naylepiéy się znaią na téy sztuce po sznurach chodzący, iak niezliczonémi sposobami, w momencie czasu, tak się ułożyć, żeby srzodek ciężkości zawsze należycie był utrzymany. Samé nawet zwiérzęta są w téy sztuce biegłé. Tak ptástwo u którégo szyie są przydłuższé, gdy z ziémi podlatuie, wznosi ié prosto, żeby srzodek ciężkości przypadał między skrzy-



skrzydłami, a całé ciało niémi się równoważyło. Wyciągnąwszy bowiém naprzód szyię, równoważność nié mogłaby się utrzymać, ale srzodek ciężkości pomknął by się nad to ku przednim częściom ich ciała.

## §. XIV.

Znaléźć siłę którąby dany ciężar iakiegokolwiek ciała zatrzymać można na płaszczyznie pochyłéy.

Jeżeli srzodek ciężkości D iakiégo ciała pod pion w górę ciągniémy nicią DL, a siłą całému ciężarowi ciała P wyrównywaiącą nié może się ciało ruszyć, bo cały ciężar P w punkcie D iest niby zebrany (§. 1.). Niech tedy liniia DL oznácza rzeczony ciężar P, i niech będzie liniia DG równoodległa od AB iakokolwiek do windodraga nachyloná, LI od niéy równoodległa, LG zaś i DI do teyże linii DG prostopadłé, a można rozdzielić siłę DL na dwie inné DG i DI, (Roz. 1. §. 14.) tak dalece, że zamiast nici DL z jednakowym skutkiém można użyć do utrzymania srzodka ciężkości dwóch razém nici DG i DI, z którychby iedna była ciągniona siłą DG, drugá siłą DI. Tym sposobém cały ciężar ciała w równoważności będącégo rozdzieli się na dwie części, z których iedna sile DI, drugá sile DG wprost przeciwná i równá iest (Rozd. 1. §. 14.). Jeżeli tedy ciało wspiéra się na płaszczyznie tęgiéy AB równoodległéy od linii DG a do AC nachylonéy, maiącéy wysokość BC, ta część windodraga ciężaru, która ma kierunek prosto- Fig. 29.

stopa-

stopadły DF do płaszczyzny, przez odpór płaszczyzny całe ginie (Rozd. 1. §. 1.). Zaczém można odiąć nić DI, a ciało ieszcze się będzie równoważyło nad płaszczyzną, bylebyśmy ié tylko ciągneli siłą i kierunkiem DG. Są zaś tróykąty DLI i ABC podobné, a zatém siła DG do siły DL, czyli do całégo w ciele ciężaru P, iest iak BC: AB, a przeto taż siła DG = P× Wst. A, podobnie téż drugá siła DI = P. Dost. A. z czego się pokazuie że ciało w tym zupełnie iest stanie, iak gdyby obydwie siły tam się znaydowały gdzie iest srzodek iego ciężkości.

## §. XV.

Używanié płaszczyzny pochyłéy w podnoszéniu ciężarów.

Zaczém im większá iest wstawa kąta A, tém większey siły potrzeba do utrzymania ciała D, a przeto i do popędzénia go w górę. Z téy to przyczyny trudniéy iest ciągnąć ciężary na góry przykré niż z lekka pochyłe. Gdy iednak rzeczoná siła DG zawsze mnieyszá iest od ciężaru (który wyżéy oznáczaliśmy przez liniią DL) łatwo wyrozumiéwamy, że płaszczyzna pochyła do podnoszénia ciężarów, równie iak dzwignia iest bardzo zdatná. Tak n. p. niech będzie wstawa A dziesiąta częścią wstawy całéy, a ciężar od 100 funtów, każdy widzi, że ten znaczny ciężar na płaszczyznie w namieniony sposób pochyłéy, może bydź utrzymany małą siłą 10 funtów, a zatém że trochę większą siłą n. p. 11 funtami



tami może bydź w górę podniesiony, chociáż moc podnosząca musi przebiedź mieyscé AB, dla podniesiénia ciężaru do wysokości CB, to iest: *dziesięć razy większé, niż iest wysokość.*

## §. XVI.

Siła ukośná czyniącá równowágę z ciężarém na równi pochyłéy iest większá od siły równoległéy z tymże ciężarém równoważącym.

Fig. 29.

Wiémy iuż iakiéy potrzeba siły aby (§. 15.) ta będąc równoległą do równi pochyłéy równoważyła z ciężarém P na niéy się znayduiącym, a tą iest DG = P wst. A. Daymy teráz że ciągniémy nazad ciężar P nie iuż w kierunku równoległym do równi ale ukośnym n. p. DH. Liniia DH wyráżać będzie w tym razie siłę czyniącą równowágę na równi z ciężarém danym. A że siła DH rozebrać się może na dwie siły DG, GH, iest zaś DH > DG, iako przeciw prostokątna od iednego z ramion wchodzących w kąt prosty G: wnieść więc należy ogólnie, że siła nie równoległa do równi pochyłéy koniecznie musi bydź większá od siły równoległéy do téyże równi aby z ciężarém równoważyła. Stąd tu wyrozumieć można, dla czego n. p. konie ciężar iaki pod górę ciągnąc, wszedłszy na wiérzch góry, skoro na równinie stana, daleko mocniéy ciągnąć muszą, niż pod górę ciągnęły.

## §. XVII.

W jakiém razie ciało wywrácá

Lecz ieżeli ciała iaką siłą na płaszczyznie nie utrzymuiémy, tedy to ciało ciężarém swoim po płaszczyznie spada. Jeszcze

się na płaszczyznach pochyłych.

Fig. 30.

szcze gdy liniia pionowá CD, od srzodka ciężkości C idąca pádá w obrębie podstawy na któréy ciało AB wspiéra się, każdy punkt iego na dół leci równym biegiém iednostaynie przyśpieszonym, bo położénié cząstek względém srzodka ciężkości, bynaymniéy się w tym razie odmiénić nié może. (§. 7.) Zaczém całé ciało spádá biegiém postępnym równie przyśpieszonym ale się nie obálá na płaszczyznie pochyłéy (Rozd. 7. §. 4.). Lecz ieżeli liniia pionowá GH, od srzodka ciężkości G ciała EF idącá za obrębém podstawy pádá, łatwo ciało obálá się i spádá po płaszczyznie; gdyż ogólnie mówimy wszelkié ciało, które nie iest podparté w prost srzodkowi swoiéy ciężkości obálá się (§. 7.). Sama tylko kula iednorodna, toczyłaby się na dół po płaszczyznie pochyłéy własnym ciężarém, choćby żadnégo tarcia nie było; gdyż liniia pionowa DE pádá za punktém F, na którym się iedynie kula wspiéra. Jeżeli tedy wystawimy sobie myślą przez punkt F, przechodzącą płaszczyznę pionową, którąby była prostopadłą do płaszczyzny ABC, rozdzieli kulę na dwie części nie równé, z których przednia iako cięższá wráz z srzodkiém ciężkości na dół poleci, a zatém pociągnie za sobą i część poślednią. Lecz chociáż srzodek kuli na dół spádá, wszelako też samę má zawsze odległość od płaszczyzny pochyłéy, tak dalece,



ce, że bieg tego srzodka kuli, tenże sam iest co i punktu po takiéy płaszczyznie spádaiącego (Rozd. 1. §. 4.). Ludzie także i zwierzęta gdy na górę wstępuią, nachylaią się, zstępuiąc przeciwnie wyprężaią, i tym sposobém dokazuią, że liniia pionowá przez srzodek ich ciężkości przechodząca w obrębie podstawy pádá; gdyby inaczéy szli, upaść by musieli.

## §. XVIII.

Wahadła zawszé są pionowé czyli prostopadłé do windorága.

Fig. 31

Trzymaiąc ukośnie nić z ciężarém na niey zawieszonym, gdy tén ciężar z ręki wolno wypuścimy, nić wráz z nim wezmie położénié pionowé. Jeżeli bowiém iakié ciało B, albo raczéy srzodek iego ciężkości na nici ukośnie trzymanéy CB iest zawieszoné, a pionowá BE oznaczá cały iego ciężar P, liniie zaś EF, DB do przeciągnionéy CB są prostopadłé, rozdzieli się siła BE na siły BF i BD (Rozd. 1. §. 14.) Piérwszą siłą nić się wyciągá, ale ruch żaden stąd nie nastąpi: drugá zaś siła BD pędzi ciało kierowaniém stycznéy BD przez łuk kolisty BA. (Xię. 1. Rozd. 6. §. 11.) ta zaś BD albo EF = P. Wst. C, bo kąty ACB i EBF równé są. Za zniknieniém kąta C, gdy punkt ciężki iest na A, a nić pod pion stawá, siła też BD ginie, a cały ciężar P na ciągniénié nici wywiéra się. Z téy przyczyny i rzemieślnicy kierowań pionowych dochodzą przez piony, bo żadné ciało ciężkié na nici wolnie zawieszoné,

szoné, nié może spokoynie wisieć, gdy nié nie iest prostopadłą do windodrągu.

## §. XIX.

Wykład pewnego ruchu, który zdaie się bydź przeciwny własności ciężaru ciała.

Nie kiedy ciało, gdy iego srzodek ciężkości na dół idzie, taki ma ruch, że nieświadomém zdaie się iakby szło w górę. Ciało n. p. iednorodné A maiące kształt dwóch ostrokręgów równie z sobą złączonych, ieżeli położymy na dwóch listewkach w ostry kat B złożonych, przy C zaś i D całą długością tegoż ciała A od siebie odległych, a oraz na C i na D wyższych tylé niż na B, żeby taż wysokość nie dochodziła połowy grubości srzodkowéy ciała A; uyrzymy, że się będzie toczyło ciężarém własnym ku C i D. Dwuostrokrąg bowiém położony na silni CBD na B, w tén sposób, iżby oś iego była pozioma częścią swoią grubszą, to iest srzodkową z obu stron tamże wspiéra się, a zatém srzodek O iego ciężkości, który tu iest w srzodku ciała, to iest w srzodku podstawy obu ostrokręgów, ten mówię srzodek ciężkości znacznie iest wyniesiony nad naywyższą listewkę powiérzchnią RP. To iest: gdy PQ iest wysokością którą iedén koniec listewek wznosi się nad drugi, a gdy liniia QNR iest poziomą, tedy pionowa ON będzie prawie równa połowie grubości srzodkowéy tego dwuostrokręgu, połowa grubości większa iest niż wysokość PQ, tak dalece, że pozioma OM przypada nad punktém P. Położywszy tedy dwuostrokrąg na PQ, gdzie listewki całą długością iego są od siebie odległé, ponieważ dwuostrokrąg z obu stron iest kończasty, tam oprzéć się nié może, chyba temiż końcami, które są na osi iego. Zaczém w tym razie oś dwuostrokręgu iest na P, a przeto srzodek iego ciężkości tylko do wysokości PQ nad liniią poziomą RQ iest wyniesiony. Zaczém rzeczony srzodek ciężkości spada na dół z wysokości MP, gdy dwuostrokrąg z N bieży do Q. Zaczém w samey rzeczy spadać będzie od N do Q własnym ciężarém, bo srzodki ciężkości ciał zawsze spadaią z wyższych mieysc na niższé, gdy nié ma przeszkody. W samey rzeczy w tym przypádku dwuostrokrąg spada po płaszczyznie pochyłey, chociaż się zdaie iż po téy płaszczyznie idzie w górę.

Fig. 32.

Fig. 33.



# ROZDZIÁŁ IV.

## *o ruchu wahadeł.*

## §. I.

Ciało po wielu płaszczyznach złączonych bieżące, na każdém załamaniu

Jeżeli ciało iakokolwiek bieży po linii prostéy tęgiéy i nieruchomey AB, a na mieyscu B, toż ciało bierze kierunek CB, i przebiéga mieyscé CB, w tymże samym czasie, w którymby przebiédz mogło liniią DB bieżąc iednostaynie; prowadziwszy liniią DC, i dopełniwszy równoległoboku pro-

sto-

stokątnego DCBE, rzeczony bieg DB, rozdzieli się na dwa biegi iednostayné BC, i BE (Xię. 1. Rozd. 1. §. 8.) Jednym z tych biegów BC, punkt bez żadnéy przeszkody na linii BC, tęgiéy iśdź zaczyna, ale bieg BE, ponieważ przypada w prost na liniią tęgą i nie poruszoną BC, oporém téyże linii zupełnie ginie. (Rozd. 1. §. 1.) Że tedy bieg BC, zawsze iest mnieyszy od biegu B D, punkt musi zawsze tracić nie co z biegu swego, gdy przechodzi z jedney linii na drugą przez załamanié, gdzie się łączą liniie, a tém samém, gdzie się kierowanié biegu odmiénia.

tych płaszczyzn gdzie się kierowaniá iego odmiéniá część biegu swégo traci.

Fig. 34.

## §. II.

Jest zaś BC $= \sqrt{(BD^2 - DC^2)}$. Jeżeli tedy kładziémy, że DC, iest $= \frac{1}{10}$ BD, będzie BC $=$ BD$\sqrt{\frac{99}{100}} = 0,99$. BD, to iest: różnica między liniiami BD i BC wynosi połowę iednéy części setnéy z linii BD, albo połowę dziesiątéy części z linii DC. Gdy kładziémy, ze DC iest $\frac{1}{1000}$. BD, będzie BC $= 0,99995$. BD, to iest różnica między liniiami BD, i BC, wynosi pół iednéy części dziesiątotysięcznéy z linii BD, albo pół iednéy setnéy części z linii DC, i tak daléy. Z czego wyrozumiéwamy, że gdy kąt CBD, staie się nieskończénie małym, tedy i liniia C D iest cząstką nieskończénie małą linii BD (Wstęp XV. §. 2.) to iest różnica między liniiami B D i B C zasadzá się na cząstce nieskończénie małéy, téy cząstki

Ta część biegu, która przez odmianę kierowaniá ginie, czasém iest cale nieznaczná

także



także nieskończénie małey z linii B D, tak dalece, że ta różnica, choćby też nieskończénie się powtórzyła, iednakowoż nie uczyniłaby większéy summy, iak tylko równą cząstce nieskończénie małéy z linii BD.

## §. III.

Zaczém punkt, który na iakiey linii krzywéy tęgiéy i nieruchomey bieży iakoż-kolwiek, nic nie traci z biegu swego prócz ustawiczne odmiénianié kierowania; gdyż na każdém mieyscu swoiéy drogi krzywéy má kierowanie podług stycznéy (Xię. I. Rozd. VI. §. 11.). Przeto bieg má taki iakby miał na stycznéy tęgiéy i nieruchomey. Jm bliżéy siebie leżą punkta zetknięcia (contactus) iakiégo łuku krzywégo z styczną, tém mnieyszy też iest kąt między stycznémi, tak dalece, że w reszcie staie się nieskończénie małym, gdy punkta zetknięcia nieskończénie coraz bliżéy a bliżéy do siebie przystępuią, bo w tym razie obydwie styczne, za iedno niemal mogą bydź wzięte i kierunek ich będzie prawie iednakowy. Zaczém kierunek punktu na linii krzywéy bieżącégo, w tén się sposób odmiénia, iak gdyby ténże punkt przebiégał liniie pod nieskończénie małémi kątami połączoné. A chociaż ta odmiana na każdym punkcie linii krzywéy zachodzi, a tém samém nieskończénie się powtárza, iednakowoż i nieskończénie powtórzoná, nié

Ciało na powierzchni krzywéy iakoż kolwiek biegące, z biegu swego nic nie traci, chociaż ustawicznie odmiéniá kierowanié.

H może

może zmnieyszyć biegu więcéy, iak cząstkę nieskończénie małą (§. 2.) Zaczém punkt przebiegaiąc całą liniią krzywą przez ustawiczną odmianę kierowania, traci tylko cząstkę biegu swégo nieskończénie małą, to iest całe nieznaczną a prawie żadną.

## §. IV.

Prędkość punktu po wielu płaszczyznach złączonych zstępniącego albo wstępuiącego.

Fig. 35.

Daymy, że liniie proste AB, BC. CD są tęgie i nieruchome na iakiéy płaszczyznie pionowéy. Niech będzie IA liniia pozioma, HC zaś GB i ID pionowé, spuszczoné od rzeczoney poziomey. Niech spada punkt ciężki z mieysca spoczynku A własnym ciężarém, a będzie miał prędkość na mieyscu B do wysokości GB należącą (Rozd. I. §. 8.). Daymy tedy, że kierowanie owego punktu bez ubywania prędkości odmieniá się na B i ténże punkt będzie miał na C prędkość do wysokości HC należącą, a na D prędkość należącą do wysokości DI, a tak zawsze iego prędkość na każdém mieyscu do całéy wysokości, z któréy spada należy, iakąkolwiek liczba będzie liniy połączonych, gdyż tu bierzémy, iakby żadnégo tarcia i oporu nie było od powietrza. Nie mniéy pod temiż warunkami punkt ciężki, który idzie w górę z D prędkością do wysokości ID należącą przez DC, CB, BA na każdém mieyscu wznosi się prędkością do téy wysokości należącą, do któréy pozioma IA nad owém mieyscém iest wyniesiona (Rozd. I. §. 10.)

§. V.



## §. V.

Że tedy każdá liniia krzywá składa się niby z nieskończénie wielu cząstek nieskończénie małych, na które się iéy styczne dzielą, i po niéy punkt bieżący nic nie traci z swego biegu przez ustawiczną odmianę kierowania, (§. 3.) idzie stąd, że ieżeli ADB iest liniia krzywá pionowo stoiącá tęgá i nieruchomá, po któréy punkt ciężki, od linii poziomey AB z mieysca B spadá na sam dół D, prędkość punktu ciężkiégo, gdyby nie było żadnégo tarcia i oporu od powietrza, na którémkolwiek mieyscu n. p. na F, należałaby do wysokości pionowéy FI, a zatém na D do pionowéy czyli do wysokości DC. Że tedy punkt ciężki wszędzie bieży kierowaniém stycznéy z mieysca D, prędkością odpowiadaiącą wysokości DC, więc przebieży w górę DHA aż do A, i będzie miał na iakiémkolwiek mieyscu n. p. H prędkość należącą do wysokości pionowéy IH, która prowadzoná iest do poziomey AB. Takie zaś własnym ciężarém ciała przyśpieszoné spadanié i na przemiany opóźnioné ustępowanié, nazywamy *ruchem wahania* (*motus oscillationis*) a każdé takié ciała iście lub powrót z jednégo punktu górnégo do drugiégo nazywamy wahaniém (oscillatio) I tak n. p. położywszy kulę gładką na powiérzchni krzywéy także gładkiéy, albo wpuściwszy ią w ryniénkę krzywą i do-

Ruch wahania.

Fig. 36.

brze wygładzoną żeby iak naymniéy było tarcia, ta kula własnym ciężarém spada na dół, i w górę idzie ustawicznie przez długi czasu przeciąg. Ale iéy wahania z wolna coraz bardziéy się zmnieyszaią, iuż oporém powietrza, iuż téż tarciém, tak dalece, że na koniec na samym dole powiérzchni krzywéy spokoynie stanie taż kula.

## § VI.

Ruch ciał wiszących jest ruchém wahania.

Punkt ciężki gdy spada na którémkolwiek mieyscu, n. p. na F w tén sposób bieży, iak gdyby zostawał na styczney tęgiéy GF owego mieysca (§. 3.) schyloney ku linii poziomey DL, pod kątém FGL. Lecz po takiéy linii punkt spada siłą, która iest do iego ciężaru iak wsta: G: 1. (Rozd. I. §. 14.). Jeżeli tedy liniia krzywa ADB iest łukiém kolistym, który się ze srzodka C, promiéniém CF wykréśla, przeciągnawszy tén promień na M, będzie kąt GFM prosty. A że GFL z kątém LFM także czyni kąt prosty; zaczém kąt na G równa się kątowi LFM, to iest, kątowi DCF, czyli C; zaczém ta siła, która pędzi punkt na mieyscu F, iest do ciężaru L. punktu, iak wsta. C: 1. Lecz gdyby ténże sam punkt wisiał na nici CB, przywiązawszy C, także przebiegałby liniią krzywą BDA, i taż sama siła pędziłaby go na którémkolwiek mieyscu F krzywéy iego drogi (Rozd. III. §. 20.). Jest tedy ruch wahadła, (tak się bowiém nazywa punkt na linii prostéy zawieszony i koło iakiégo punktu nieruchomego téyże linii wahany), całe ténże sam, co i ruch wahania po łuku kolistym, tęgim i nieruchomym.



## § VII.

Ruch wahania iest nieiednostaynie przyśpieszony albo opoźniony.

Że tedy kąt C i iego wstawa ustawiczney odmianie podléga, gdy się punkt ciężki waha, dowodnie wyrozumiéwamy, iż siła, która go porusza ustawicznie się odmiénia nie tylko co do kierunku, ale i co do wielkości, zaczém ta *siła* nie iest *iednostayna*, (Rozd. I. §. 11.) chociaż od ciężkości swóy początek wzięła. Przeto i ruch punktu wahaiącego się, iest *nie iednostaynie* iuż *przyśpieszony* iuż *opoźniony*; gdyż widoczna iest rzecz, że tegoż biegu ustawicznie przybywa do połowy łuku, a przez drugą połowę ubywa: nie może zaś przybywać albo ubywać biegu iednostaynie, chyba że siła iest iednostayna.

## § VIII.

Wahadło niezłożone

Ruch wahadeł nieiakiégo nad sobą wymaga zastanowiénia przezeń czas iak naydokładniéy wymiérzamy i na części iak naymnieysze dzielimy. Przez wahadło niezłożone (pendulum simplex) rozumiémy punkt ciężki zawieszony na linii prostéy nié maiącéy ciężkości, i około iakiégo punktu nieruchomego teyże linii, który *punktém zawieszenia* (punctum suspensionis) nazywa się, ruchomy. Długością wahadła iest odległość punktu ciężkiégo od pun-

punktu zawieszénia. Nié masz w saméy rzeczy wahadła niezłożonégo, ale się tylko w myśli wystawuie, gdyż wszystkié wahadła, których w samey rzeczy używamy, są ciałami ciężkiemi, a zatém złożonémi na nieiakich ciężkich prętach lub nitkach zawieszonémi, ale ruch ciał tak zawieszonych dokładnie zrozumieć nié możemy, ieżeli piérwéy nie przenikniémy własności wahadła, któréby było niezłożoném, i dla téy przyczyny należy zaczynać od tego wahadła, które potém bez żadnégo dodatku wahadłém zwać będziémy.

## § IX.

Pół wahania są równé i równowczesné.

Dopuściwszy, że żadnégo tarcia i oporu od powietrza, słowém, że żadnéy przeszkody do ruchu nié ma, łatwo wyrozumiéwamy, iż półwahania w wieszadle nie tylko się odprawuią przez łuki równé, ale téż iż przez równy czas trwaią, czyli że są równowczesné (isochronæ). Niech albowiém będzie tak łuk BDA koła zatoczonégo ze srzodka C, na którym punkt ciężki waha się, a na D sam spód tegoż łuku dóydzie łuk po spadnieniu z B aż na A, do téyże saméy poziomey linii AB, z któréy spadł, (§. 5.) a zatém łuki BD i DA w połowach obu wahań będą równé. Nad to zróbmy kąty DCF, DCH równé, a będą styczne na F i H pod równémi kątami do dźwigni nachylone. Niech będą Hh i Ff dwie cząstki równé, bardzo małe z tych

Fig. 36.



z tych stycznych, iawna iest rzecz, że, ieżeli punkt ciężki przebiéga przez rzeczoné cząstki, ponieważ prędkości na F i H do równych wysokości Fl = Hl należą, a tém samém tak iako prędkości na f i h są między sobą równé, ow punkt w jednakowym czasie spadnie przez Ff i póydzie w górę przez H h (Rozd. I. §. 10.). Toż samo okazanié waży względém którychkolwiek innych dwóch punktów na łuku BDA wziętych. Im zaś mnieyszá iest cząstka styczney Ff, tém bardziéy się ma ku linii krzywéy, a gdy w reszcie bierzémy nieskończénie małą, zupełnie z liniią krzywą zchodzi się. Takowych zaś cząstek nieskończénie małych i równych zawiéra w sobie łuk DHA tyle, ile łuk DFB, i gdy każdá cząstka na jednym łuku w równym czasie przebieżoná bywá, iak iéy odpowiadaiąca iednakowo nachyloná w drugim łuku; idzie stąd, iż też punkt przez cały łuk DHA podnosi się w równym czasie, iak przez drugi BFD na dół spadá.

## §. X.

W jakim czasie punkt ciężki spada przez styczne łuków koła.

Gdyby iaki punkt ciężki na F położony stamtąd spadał przez cięciwę FD, potrzebowałby do spadnienia takowégo czasu, w jakimby z mieysca spoczynku wolnie spadał przez wysokość z CD to iest przez srzednicę koła całégo, którégo na figurze iest tylko połowa ABD (Rozd. I. §. 7.). Tén zaś czas iest dwa razy tyli, iak ow w któ-

w którym z mieysca spoczynku wolnie spadá przez $\frac{1}{2}$ CD, i który nazwiémy t, gdyż wysokości w spádaniu wolném są w stósunku kwadratów z czasu, a zatém będzie $4t^2 : t^2$ albo $4 : 1 = 2CD : \frac{1}{2}$ CD. Gdyby więc tén punkt ciężki przez równą i podobną cięciwę DH znowu szedł w górę, bez uszczérbku swéy prędkości, cały czas przez któryby wstępował i zstępował byłby 4t. Gdyby zaś przez styczną FG spádał, tedy czas na przebieżénié téy linii pochyłéy łożony byłby do czasu 2t bieżénia przez drugą liniią pochyłą FD, z téyże saméy wysokości FL, iak FG: FD, (Rozd. I. §. 4) a przeto ténże czas przez $FG = \frac{2.FG.t}{FD}$

Teráz bierzmy, że punkt spadłszy przez FG bez żadnégo zmnieyszénia prędkości na G, bieży z G na D, prędkością nabytą, a łatwo się pokazuie iż bieg punktu przez GD iest iednostayny, bo liniia GD iest poziomá, i nadto iedna styczna koła DG, równá się drugiéy FG, a zatém punkt nabytą prędkością na G mógłby przebiédź liniią 2 DG w tym czasie, w którym przez FG spádá (Rozd. I. §. 5.). Zaczém w połowie tego czasu z G, przechodzi na D, a zatém cały czas w którym styczne łuku BFD przebiéga, iest $= \frac{3.FG.t}{FD}$. i gdyby z drugiéy strony przez podobné i równé styczne szedł w górę, tedy cały czas ustępowania



wania i zstępowania iego byłyby $= \frac{6 FG t}{FD}$.

## §. XI.

W jakim czasie punkt spádá przez styczno małégo łuku.

Poprowádźmy promiéń CG, któryby przecinał cięciwę na N, a będzie FN = DN, i kąt na N, prosty; zaczém tróykąty CFN, NFG są podobné a kąty NFG i GCF równé. A że FG : FN = 1 : dost: C przeto gdy kąt C iest iednéy minuty lub mnieyszy, będzie FN prawie = FG, i FD = FG + GD = 2 FG, i T = 3 t, (§. 10.). Jeżeli się kąt GCF powiększá, tedy czasu T przybywa, ale iednak bardzo pomału dopóty, póki ow kąt iest niewielki. Daymy bowiém że iest 5°, będzie iego dostawa = 0,9962, gdyż wstawa cała u nás zawsze iest = 1. Więc na tén czas FN = 0,9962. FG, i FD = 1,9924. FG a zaś T = 301. t, a zatém tylko setną cząstką czasu t będzie większé od 3t. Możémy tedy, gdy łuki wahań są bardzo małé zawsze brać prawie T = 3t, z czego się pokazuie, że lubo summa stycznych FG + DG, w małych nawet kątach większá iest nieco od cięciwy FD, przecięż do przebieżénia stycznych zawsze znacznie krótszégo czasu potrzeba, niż do przebiéżénia cięciwy, bo prędkości między F i D, na stycznych wszędzie są większé, niż na cięciwie, co nám pokazuią pionowé, gdy ié od poziomey FH do stycznych i do cięciwy poprowadzimy.

§. XII.

## § XII.

Czas spádaniá przez łuk mnieyszy iest od czasu spádaniá przez cięciwę łuku, a większy od czasu spádaniá przez styczne.

Dáymy, że wahadło poiedyńcze na punkcie C zawieszone waha się po łuku FDH, czyniąc kąty małe nie przechodzące n. p. 5° i owszém mnieyszé od 5° (iak się powszechnie rozumié gdy o wahaniach wahadeł się mówi bez dodatku). Jeżeli mówię wahadło poiedyncze z punktu C zawieszone waha się przez łuk FDH, łatwo okazać można, że czas iednego wahaniá całego zawsze przypádá między 3 t, i 4 t, iakoby granicami. Że bowiém FG + GD, w łuku małym DPF, całe prawie iest = FD cięciwie, zaś sam łuk DPF mnieyszy od summy FG + GD, a większy od cięciwy FD, iasná iest rzecz, iż ténże łuk ieszcze mniéy się różni od cięciwy, niż summa stycznych różni się od téyże cięciwy. Ta zaś w krótszym czasie bywá przebieganá niż cięciwa, dlá większych prędkości (§. 11.). Przeto na łuku FPD, gdzie prędkości wszędzie większé są, niż na cięciwie FD, a mnieyszé niż na stycznych, wypádá stąd, iż z równych prawie dróg FG + GD, FPD, i FD pierwszá przebieżoná bywá w náykrótszym, drugá w srzednim, trzeciá w náydłuższym czasie. Przystępuie zaś czas łożony na przebieżénié łuku, gdy łuk iest nader mały, bardzo blizko do czasu łożonégo na przebieżénie stycznych, bo punkt na początku i na końcu łuku FPD iednakowo bieży, iak przez



przez styczne FG i FD; (§. 3.) iednakowoż różnica między témi obudwoma czasami zawsze znaczná będzie w wahadłach przydłuższych, nawet gdy łuk iest nieskończénie mały, tak właśnie, iako i różnica czasu w przebiéganiu cięciwy i stycznych zawsze się równa $\frac{1}{3}$ T, choć łuk iest bardzo mały.

## §. XIII.

Czas wahaniá náymnieyszégo.

Że tedy czas T wolnégo spádaniá iest kresém czasu D, w którym wieszadło iedno wahanié odbywá, tén zaś kres większy iest w łuku większym, niż w mnieyszym (§. 11.) iest rzecz bardzo dowodná, że i czas D razém z łukiém się powiększá nieco, i przeto większé wahanié w większym także nieco czasie dzieie się niż mnieyszé, różnica zaś między témi czasami, byleby obadwa wahaniá były bardzo małé, niezmiernie iest mała, tak dalece, że chyba długo powtarzaná, ciągłém ruchém wahadła, nakoniec może się okazać znaczną, gdyż kres T w bardzo małych wahaniach zupełnie niemal iest ténże sam. Ta wprawdzie rzecz zupełnie się potwierdzá przez dokładnieyszé ruchu wahadeł roztrząśniénié, ale razém przytrudnieyszé, niżby na tém mieyscu wyłożyć ié można, z którégo pokazuie się iż blizki kres czasu D iest $3\frac{1}{7}$ t prawie czyli ogólnie $\pi$ t, gdzie $\pi$ oznáczać będzie okręg koła, którégo srzednica iest 1. i że do tego kresu tém

bliżey

bliżey, przystępuią wahania im mnieysze są, ma się więc czas wahania bardzo małego do czasu wolnego spadania przez pół długości wahadła niezłożonego iak $\pi$: 1. albo iak okręg koła do swoiéy srzednicy.

## §. XIV.

Czasy wahań przez równe kąty, są w stósunku pierwiastków kwadratowych długości wahadeł.

Jeżeli tedy ze dwóch wahadeł poiedyńczych iedno długości L, waha się przez kąt bardzo i niby nieskończénie mały w czasie D, drugie zaś długości l, w czasie d, a iest T czasém wolnego spadania przez $\frac{1}{2}$L, i t przez $\frac{1}{2}$l, będzie $D = \pi T$, zaś $d = \pi t$, zatém $D : d = T : t$, a że iest $T : ^2 t^2 = \frac{1}{2} L : \frac{1}{2} l = L : l$, więc $D^2$ i $d^2$, czyli kwadraty czasów naymnieyszych wahań, w tymże stósunku są z długościami; owszém i większe wahania, ieżeli tylko kąty ich są równe, tenże sam stósunek długości wahadeł zachowuią względém kwadratów czasu. Zaiste iest to prawda, że większego wahania w jednem wahadle czas iest nieco większy niż $\pi T$, i drugiego wahadła także trochę większy niż $\pi t$, ale zawsze podług stósunku kąta wahania. Jeżeli tedy oba rzeczone wahadła wahaią się przez kąt równy, czasy tych wahań zawsze będą w stósunku $\pi T : \pi t$, albo $T : t$, albo $D : d$, tak dalece, że wahadło we czworo dłuższé, od drugiego we dwoie powolniéy się waha, we czworo krótszé, dwa razy prędzéy i t. d. równe kąty w wahaniu przebiegaiąc.

§. XV.



## §. XV.

Wahadła sekundowé.

Czas iakiégo wahania naymnieyszégo w wahadle niezłożoném, ma się do czasu wolnego spadania, przez pół długości wahadła, iak 3, 14 : 1. blizko, a zatém kwadrat iednego czasu, do kwadratu drugiego iak 9, 86 : 1. Jeżeli tedy wahadło w 1″ ráz waha się, przypuściwszy, że punkt ciężki na mieyscu bezpowietrznem wolnie spada w 1″ przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich, to iest: przez 181. calów stopy Paryzkiéy (Xię. I. Rozd. V. §. 2.) będzie 9, 86 : 1, iak 181. do pół długości wahadła, (§. 13.) którá zatém będzie 18, 357. calów. Zaczém długość *wahadła* sekundowégo (tak się bowiém nazywá wahadło, które w 1″ raz się waha) cała iest 36, 714. calów czyli 3 stopy $8\frac{1}{2}$ linij Paryzkich w tych kraiach, gdzie ciała ciężkie w 1″, wolnie spádaią przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich.

## §. XVI.

Wahadło złożone umysłowé.

Fig. 37.

Gdy wiele punktów ciężkich od siebie odległych, ale mocno połączonych około tegoż samego punktu zawieszénia, razém się wahaią, takié wahadło nazywámy złożoném (pendulum compositum). Jak w wahadle AC, oprócz punktu A, ieszcze może bydź inny punkt ciężki G, albo nad punktém zawieszénia C, albo niżéy tegoż punktu, a w ten czas wahadło CGA, będzie iakoby złożone z dwóch innych CG, CA poiedyńczych ale gdyby też wahadła nie

były

były z sobą złączone, piérwsze prędzéyby się wahało, drugie powolniéy w stósunku $\sqrt{CA} : \sqrt{CG}$ (§. 14.). Łatwo tedy wyrozumiéwamy, że w wahadle złożonémCGA. bieg ciężkiégo punktu A, a dalszégo od punktu zawieszénia C, przez bieg punktu G bliższégo tego zawiészénia pospiészá się, bieg zaś punktu G, przez bieg tamtego opóźnia się; bo obadwa są z sobą złączone i razém się wahać muszą, tak dalece, że to wahadło składane wolniéy biéga od poiedyńczego CG, a śpieszniéy od niezłożonego CA. Jeżeli tedy PR wahadło iest niezłożone, które biegiém swoim wymiérzá kat równy w tymże czasie co i składane CGA, i ieżeli CH = PR, punkt H *srzodkiem wahania* (centrum oscillationis) w wiészadle składaném nazywá się, a CH iest tego wahadła długością. Taki srzodek w każdém wahadle składaném znayduie się, gdyż zawsze będzie iakie wahadło poiedyńcze, któréby w tymże samym czasie naymnieyszé wahania czyniło, iak i składane. Jest też i takowé wahadło składane w którém punkta N i A mocno złączone nie przypádaią na iedney linii przez punkt zawieszénia prowadzącéy; gdyż za podniesiéniém się iednego takiégo punktu drugi spáda, a zatém bieg iednégo opóźnia się albo przyśpiészá przez bieg drugiégo.

§. XVII.



## §. XVII.

Gdyby punkta A i G i t. d. były złączone na O, gdzie ich srzodek ciężkości przypáda, wahałyby się całym swym ciężarém; lecz gdy są od siebie oddalone nié mogą się inaczéy wahać, tylko tak, że iedno wywiérá dzielność swoię na drugie; to iest punkt tym prawie sposobém działa iak to ciało ciężkie, któréby upaśdź nié mogło, chyba pociągnawszy za sobą inné ciało spoczywaiące, albo wolniéy od niego biegące. Jako tedy takie ciało powolniéy spáda, niż gdyby samo przez się upadało, bo część iego ciężaru dzieli się na ciągnienie drugiégo ciała, tak też i w wahadle złożoném punkta A i G od siebie odległe nié mogą się tak wahać, iakby się wahały, gdyby złączone były w srzodku ciężkości O, w którymby cale na siebie wzaiemnie sił nie wywiérały, a zatém aniby traciły iakiéy części swego ciężaru. Przeto wahadło złożone CA powolniéy się waha, niż wahadło poiedyńcze CO. Że zaś wahadło poiedyńcze PR w tymże samym czasie waha się w którym składane CA, idzie stąd, że PR a tém samém i CH iest dłuższe od wahadła CO (§. 14.). Zaczém srzodek wahania zawsze się różni od srzodka ciężkości w wahadle składaném i bardziéy iest oddalony od punktu zawieszénia C.

W wahadle złożoném srzodek wahania zawsze niżéy przypáda niż srzodek ciężkości.

## §. XVIII.

Jeżeli na linii nié maiącey ciężkości zamiast iednégo punktu ciężkiégo, zawiesi-

Wahadło

my kulę, albo inné ciało, tedy wahadło będzie złożone, ponieważ mieć będzie w sobie wiele punktów ciężkich oddalonych, z których zatém każdy opóźnia bieg drugiego. Zaczém w samém tém ciele będzie srzodek wahania, który pod srzodkiém ciężkości iego przypada. (§. 17) Wszelako iednak łatwo wyrozumiéwamy, że gdy ciało iest małé, odległość między srzodkiém części i srzodkiém wahania powinna bydź nader mała, dla tego, że wszystkié punkta w swém ciele nie daleko leżą od powszechnégo srzodka ciężkości, a zatém prawie zupełnie taki ruch maią, iak gdyby na iedném mieyscu z niém były: i z téy przyczyny wahadło takowé wahadłém niezłożoném fizyczném; bo chociaż w saméy rzeczy nie iest niezłożoném, iednakże między wahadłami składanémi do wahadła poiedyńczego náybliżéy przystępuie: składá się zaś z nici bardzo lekkiéy i z kulki nie wielkiéy, iednorodnéy, gatunkowo bardzo ciężkiéy, a długość iego rozciągá się od punktu zawieszénia aż do srzodka kuli. Takowégo wahadła srzodek ciężkości przypadá wprawdzie nad srzodkiém ciężkości kuli, to iest między srzodkiém kuli i nici. Lecz że odległość iego od srzodka kuli iest do odległości iego od srzedniego punktu nici, iak ciężar kuli do ciężaru nici, ciężar zaś kuli prawie dziesięć tysięcy razy większy iest od ciężaru

niezłożone fizyczne.



ru nici w wahadłach sekundowych, więc stąd wypadá, że srzodek takowégo wahadła całégo bardzo mało wyżéy będzie, niż srzodek kuli. Że zaś srzodek wahania nieco iest niżéy od srzodka wahadła, więc będzie można bez znacznégo uchybiénia brać go za srzodek wahania całégo wahadła. Takié tedy niezłożoné wahadło fizyczné, obok z wieszadłém składaném zawiesiwszy, ieżeli ié potrosze skracámy albo podłużámy, póki dokładnie w tymże samym czasie naymnieyszych wahań nie będzie czyniło tak, iak składané i tym podobnie wahadła złożonégo srzodek wahań wynaléźć możémy (§. 16.).

## §. XIX.

Wahadeł fizycznych wahania tarciém około sztyfcików, na których wiszą, i przez opór powietrza ustawicznie co ráz bardziéy a bardziéy się zmnieyszaią, aż na koniec ze wszystkiém ustaią, i wieszadła do pionowégo położénia na koniec przychodzą. Nad to dla oporu powietrza wielka kula ołowiana powietrzém otoczona dłużéy się waha, niż mała (Wstę. X. §. 23) a między wielą kulami równémi, gdy inné okoliczności są iednakowé, korkowa prędzéy przestaie się wahać, niż z kości słoniowéy a ta prędzéy, niż ołowiana: bo korek od kości iest rzadszy, ołów zaś od korka i od kości gęstszy (Wstęp X. §. 24.). Ale i wahadło w powie-

Kołysania wahadeł zmnieyszaią się i opóźniaią przez tarcié i opór powietrza

wietrzu, że nieiaką część swego ciężaru traci, (Wst. IX. §. 18.) wolniéy się waha niżby się wahało na mieyscu wolném od powietrza. Prawda, że bardzo mała iest ta różnica w wiészadłach gatunkowo znacznie ciężkich, przecięż nie trzeba iéy zaniedbywać. Z téy przyczyny pod szklanną banią powietrzociągu, gdy się z niéy powietrzé wyciągnie, postrzegamy, iż toż samo wahadło prędzéy się waha niż w powietrzu, a nie równie powolniéy chodzi w wodzie albo w innych cieczach.

## §. XX.

Hugeniusz przydał wahadło do zégarów.

Galileusz był piérwszym, który na początku przeszłego wieku przez pilné uważanié biegu wahadeł, dopiékł, że wahadło we czworo dłużzé dwa razy, dziewięć razy dłuższé we troie i t. d, powolniéy się waha: a ogólnie, że czasy kołyśnień są w stósunku dwudzielnym długości wahadeł, piérwszy także używał go do wymiaru i podziału czasu. Astronomowie używali potém dosyć przez długi czas wahadeł wolnie wiszących i ręką poruszanych, których wahania rachowali. Ale chociaż iuż Galileusz zamyślał złączyć wiészadło z zegarém i chociaż iego syn Wincénty Galileusz to złączénié w Roku 1649 uczynić usiłował, iednak dopiéro słáwny Hugeniusz w Roku 1657 tego dokazał, i stał się piérwszym wynalazcą zegaru z wahadłém złączonégo,



go, którégo ieszcze dotąd używamy. I całą naukę o ruchu wahadeł i o srzodku wahania podług prawdziwych zasad piérwszy okazał, i do ninieyszéy doskonałości ią przyprowadził.

## §. XXI.

Pożytki złączénia wahadła z zégarém

Przez złączénié wahadła z zégarém nie równie wygodnieyszém się stało do używania, niż było przedtém. Naprzód bowiém nie trzeba więcéy ręką niekiedy poruszać wahadła i iego rachować wahania, bo zégar wagami idzie i liczbę wahań okazuie, oprócz tego za pomocą samégo wahadła krótkié tylko czasu przeciągi rachować, miérzyć i dzielić możémy nie odstępuiąc od wahadła, lecz na zégarach wahalnych naydłuższé czasu przeciągi mogą bydź miérzoné i w naszéy niepamiętności, bo takowé ciągiém wahadło tak iest złączoné z zegarém, iż zatrzymawszy ruch wahadła zégar stawa, a zatém bieg przez kołysanié wahadła wymiérzá się i iednostaynym czyni. Lecz wzaiémnie i wagi zégarowé za pomocą *górnégo kołka*, wieszadłém władaią, przywracaiąc mu to, co przez tarcié i opór powietrza z swégo ruchu traci, tak dalece, że wahania zawsze są sobie równé byleby tylko zégar był dobrze zrobiony; z czego się pokazuie, że zégary daleko piérwéy przed Hugeniuszem wynalezioné, ale bez wahadeł; Hugeniusz swoim przemysłém doskonal-

szé uczynił, iako téż i wahadło, w tén sposób z zégarém złączoné iednostayniéy się waha, niż samo, które czasém ręką trzeba było popchnąć, żeby w biegu całe nie ustało; gdyż owé wahania raz większé, drugi raz mnieyszé, nigdy nie ze wszystkiém są iednostaynie długié; (§. 13.) że zaś i ich prędkość iuż iest większa, iuż mnieysza, samo powietrzé, to więcéy to mniéy oporu czyniąc, (Wstę. X. §. 25.) ieszcze ié czyni iednostaynieyszémi.

## §. XXII.

Jak wahadło przyprawić do zégaru.

Rzeczoną równość szczególnych wahań tak mocno potrzebną w zégarach, przez dwie rzeczy náybardziéy się otrzymuie: *naprzód*, ieżeli sam zégar robimy z jak náywiększą dokładnością w tén sposób, iżby we wszystkich iego częściach wielkości i odległości, które równé bydź powinny w saméy rzeczy iak náydokładniéy równémi były: *powtóre* ponieważ téy iak náydokładnieyszéy równości między częściami zégaru nawet i náywiększego usiłowania przyłożywszy, zupełnie otrzymać nié możémy, tak wahadło przyprawimy do zégaru, iż tylko bardzo nie wielkié wahania czynić będzie. Acz bowiém takié wahania nie koniecznie są równé, wszelako prawie iak náydokładniéy w jednakowym czasie dzieią się na mieyscu wolném od powietrza (§. 13.) nad to ieszcze żadnégo od powietrza oporu nie ponoszą



noszą dla bardzo małéy ich prędkości. Przeto tego sposobu którym Hugeniusz złączył wahadło z kołami zégaru, iuż więcéy teraz nie używamy, ale innégo, który w Anglii wynaleziono, przez który kołysania wahadeł staią się daleko mnieyszé, niż ié mógł uczynić Hugeniusz.

## §. XXIII.

Opisanie wahadła Astronomicznégo.

W zégarach náydokładnieyszych, których Astronomowie używaią, iedno wahanié odbywa się w jednéy sekundzie, a zatém ma długość 440,5 liniy Paryzkich prawie (§. 14.). Składa się pospolicie z pręta żelaznégo, który u dołu nosi ciężar figury soczewkowéy (lenticularis) znaczny z ołowiu po tymże pręcie posuwać się mogący tak, iż podnoszonym nieco i spuszczanym bydź może. Że bowiém wahadło zégarowé iest niby dźwignia, na którą z jedney strony wywiérają siłę koła zegarowé, a z drugiéy strony ciężar zawieszony ciągnie, więc powiększywszy ten ciężar wahadła, bardziéy się opiérać będzie zegarowi, a zatém kołysania wahadła mniéy odmienné bydź mogą przez działanié zégaru, które zawsze iest cokolwiek nierówné. Że zaś ów ciężar w srzodku wypukły w obwodzie iest spłaszczony, przeto powietrzé, które się nim przedziéla w ruchu mniéy mu oporu czyni (Wstę. X. §. 22.). Jeżeli postrzégamy że zégar znacznie się późni, podnosimy nieco rzeczoną

czona soczewkę, wzwyż pręcika, ażeby za podniesieniem się srzodka ciężkości razem ze srzodkiem kołysania wahadło samo krotszém się stało i biegu prędszego nabyło: przeciwnie zaś opuszczamy soczewkę, gdy zégar bardzo prędko idzie (§. 16.).

## §. XXIV.

Wahadło kraciaste. Fig. 38.

Że wszystkie ciała ciepło rozszérzá a zimno ściská, (Wstę. XIII. 9.) pręt téż wahadła rozgrzany będzie nieco dłuższy, a krótszy gdy ostygnie. Przeto też zégary choć z naywiększą dokładnością zrobione, i z takiém wahadłém iakiéśmy opisali, w naszych kraiach latém, kiedy wahadło dla gorąca się przedłuża w przeciągu 24 godzin, 20 blizko albo 30 sekundami późniéy idzie niż w zimie. Zégarmistrze różnémi sposobami starali się i tę nieiednostayność wahań poprawić, między któremi nayznacznieyszy iest *Graham*, którégo bardzo dowcipna silnia *wahadłem kraciastem* zwaná, (pendulum craticulatum) má w sobie różne pręciki żelazne i mosiężne w ten sposób połączone, iż soczewka wahadła, gdy się pręciki ciepłém podłużaią, przez té tylé się podnosi, ilé na dół razém opadá, a przeto ustawicznie w jednakowéy iest odległości od punktu zawieszéniá. Już poznano przez wiele doświadczéń, że zégar dobrze zrobiony, maiący wahadło kraciasté, naywięcey dwiéma sekundami tylko, we 24 godzinach, późniéy u nas latém



latém idzie niż zimą. Bardzo dobrze zaś doświadczać można zégaru przez bieg gwiazd stałych, gdyż każdy z osobna obrót gwiazdy stałey odprawuie się $23^{g}\ 56'\ 4.''$ (Wstęp XII. 15.).

## §. XXV.

Wykład wahadła kraciastégo.

Żebyśmy zaś ułożénié wahadła kraciastégo nieiako zrozumieli, trzeba pamiętać, że przez iednakowy stopień ciepła mosiądz bardziéy się rozszérza niż żelazo w stósunku 12: 19. (Wstęp XIV. 16.). Daymy tedy że pierwszé z pobocznych pręcików 1 i 1 są żelazné i maią w sobie długości 32 calów Paryzkich, i że pewnym stopniém ciepła podłużaią się ilością n. p. 1, a zatém niższy pręcik poprzeczny (regula) tém podłużéniém opadnie na 1. Drugi pręcik mosiężny 2 i 2 niech będzie z obu stron o 30 calach Paryzkich, tedy się na dół przez 1 tén pręcik podłuży; ponieważ do tegoż pręcika poprzecznégo AB iest przybity, póydzie zaś w górę przez $\frac{9}{16}$ razém z pręcikiém ruchomym CD w końcach pręcików będącym. Bo podłużénié pręcika mosiężnégo o 32 calach iest blizko $\frac{3}{5}$ podłużénia w pręciku równym żelaznym o 32:'' że zaś mosiężny pręcik iest tylko tu 30'' calów; zaczém całé iego podłużánié wynosi $\frac{5}{3}.\frac{30}{32}=\frac{25}{16}$. Że tedy opadá na dół częścią $=\frac{16}{16}=1$, a więc równie w górę się podnosić musi razém z pręcikiem CD przez $\frac{9}{16}$. Tymże samym sposobém wyrozu-

rozumiéwamy, że trzeci z obu stron pręcik żelazny 1 i 1 na 26 calow długi idzie na dół razém z pręcikiém EF, przez mieyscé $\frac{4}{16}$, i że czwarty mosiężny 2 i 2, 24 cale długi, i razém z górnym pręcikiém GH idzie w górę przez $\frac{16}{16}$, czyli przez 1. Daymy tedy, że srzedni pręcik żelazny na którym osadzona soczéwka ma 32 cale stopy Paryzkiéy aż do srzodka wahań, tén pręcik podłuży się na dół przez 1. Ale, że ténże pręcik z pręcikiém GH iest złączony póydzie razém w górę, będąc od tegoż pręcika podniesiony także przez 1. Z czego się pokazuie, że srzodek wahania podłużéniém kruszcu tylé zawsze się podnosi, ilé na dół idzie, a zatém nieodmiénnie w jedném mieyscu zostaie.

## §. XXVI.

Kołysaniá ogólné własności.

Zadné wahanié od ciężaru ciała pochodzące zacząć się inaczéy nié może, chyba że przystąpi iakie poruszénié zewnątrz, albo rzucénié, którém się srzodek ciężkości ciała podnosi. W tym razie albowiém ciało natychmiast swym ciężarém nazad spádá i przyśpiésza biegów w spádaniu. Jeżeli zaś bieg iego iest taki, którymby z samégo dołu mogło póyśdź w górę z prędkością w spadaniu nabytą, tedy rzeczą samą idzie w górę i ustępuiąc ustawicznie bieg opóźnia. Zaczém straciwszy na koniec prędkość własną, znowu opada, i tym sposobém bez przestanku waha



há się. Przeciwnie zaś ciało, które się obráca około srzodka swéy ciężkości iakby około punktu nieruchomégo bynaymniéy się nie waha; gdyż ruch takiégo obrótu nié może bydź ani przyśpieszony ciężkością ani opóźniony: bo srzodek ciężkości z mieysca się nie poruszá. Zaczém takowé ciało nié może bydź miané za wahadło mogącé się kołysać.

## §. XXVII.

Różné przykłady ruchu wahalnégo.

Dzwon razém z sercém waha się gdy weń dzwonią: bo i dzwonu i serca srzodek ciężkości siłą zewnętrzną pędzi się w górę, i potém na przemiany to na dół, to w górę idzie. Gdy tedy oba ciała w jednym czasie wahaią się, sercé przy bokach dzwonu niby się zatrzymuie i w dzwon nie uderzá, lecz gdy weń biie, w innym czasie osobné wahanié odbywá, a przeto iakby wahadło składané odmiénną ma długość niż dzwon (§. 16.). Tymże sposobém i okręt na morzu się waha, gdy fala nań z boku biie, i srzodek iego ciężkości do góry wznosi. W samych wodach bywaią wahania: gdyż mocą wiatru wznosi się wał wodny, i srzodek iego ciężkości do pewney idzie w górę wysokości. Stamtąd zaś własnym ciężarém opadá z prędkością w spadaniu nabytą znowu się podnosi, i tym sposobém wały wodné po wiérzchu wody iśdź nie przestaią, na przemiany podnosząc się i opadaiąc.

XIĘ-

# XIĘGA III.

## *o dalszych przyczynach ruchu nie zawisłych od ciężkości.*

## ROZDZIAŁ I.

### *o wahaniu ciał sprężystych.*

### §. I.

Ciężar wyrównywaiący sile sprężystości strony.

Poznawszy iuż iakokolwiek ruch pochodzący od siły ciężkości, zastanówmy się teraz nad ruchém nie iuż od ciężkości, ale od innych iakich sił pochodzić mogącym tak n. p. od sprężystości. Siła ta, iak wiémy, (Wstęp X. 1. 2. 3. 4. 5.) znayduiąc się w rozmaitych ciałach, znayduie się téż i w stronach muzycznych bądź z kiszek zwiérzęcych, bądź z jedwabiu, bądź z jakiégo kruszczu zrobionych. Strony takowé, gdy naciągamy, przedłużaią się i razém dla sprężystości swoiéy usiłuią skurczyć się, a to ieszcze z tém większą siłą, im mocniéy są naciągané. Skoro się więc strona siłą iaką zewnętrzną wypręża i nie powraca do dawnégo stanu, lecz zostaie w równowadze, w takowym razie, siła iéy sprężystości, wyrównywać musi sile zewnętrznéy onę naciągaiącéy; gdyż dwie siły wprost przeciwnie na się działaiąc, nié mogłyby się znieść, nie będąc równémi. Skąd się wnosi, że łatwo znaléźć

Fig. 39.



znaléźć można ciężar, któryby w każdym przypadku wyrównywał sile sprężystości daney strony, a przeto téż siłę sprężystości można odnosić do ciężkości. Niech więc AB wyraża stronę poziomą założoną na dwóch kółkach niewzruszonych A i B, (gdzie przypuszczamy, że naymnieyszégo tarcia nié masz) zawieśmy na niéy dwa ciężary rowné P i Q; naciąganą więc będzie taż strona siłą czyli ciężarém P + Q = 2P, a tak tedy siła iéy sprężystości będzie w tym razie = 2P.

### § II.

Siła sprężystości na dół albo w górę naciąga punkt srzedni strony pojedyńczéy.

Dla należytégo wyrozumiénia ruchu w rzeczoney stronie od iéy sprężystości pochodzącégo, przypuśćmy, że taż strona AB iest poiedyńczą (simplex) to iest, że iest giętką liniią bezciężką, któréy cała miąższość znayduie się zebraną w srzednim iéy punkcie; dáymy ieszcze, że tenże punkt srzedni siłą iaką zewnętrzną, albo się zniża do E albo się podnosi do D, w takowém więc zdarzéniu, znayduiąc on się na E ciągniony będzie od ciężarów P i Q w kierunkach EB, EA, znayduiąc się zaś na D, téż ciężary ciągnąć go będą w kierunkach DB, AD. Położmy, że liniia CD = CE, liniie DB i AE, iako téż i liniie AD i EB będą równoodległé i równé; że zaś i ciężary P, Q są także równé, mogą się więc wyrazić przez liniie AD, DB, albo przez liniie AE, EB. Zaczém siła

złożo-

złożoná w obydwóch przypádkach będzie = DE (Xię. II Rozd. I. §. 14.) i tą to siłą punkt srzedni strony naglony będzie w górę, albo na dół: má się więc taż siła złożoná do ciężaru P, iak DE : EB. Gdy więc liniia ED iest znacznie mała względém strony AB, (iak powszechnie uważá się w ruchach stron) liniie EB i CB niemal zupełnie równé są. Zaczém w takowym przypádku można powiedzieć bez znacznégo błędu, iż zebrana miąższość w E nagli siła $\frac{P.EC}{BC}+\frac{Q.EC}{AC}=\frac{2P.EC}{BC}$ w kierunku ED, i że na każdém innem mieyscu n. p. na F, ténże sam punkt naglony iest w kierunku ED siłą $=\frac{2P.FC}{BC}$; przeto że siła w F, iest do siły w E = FC: EC.

## §. III.

Strona natężoná waha się, będąc uderzoná.

Jeżeli więc srzedni punkt strony AB pewną siłą zewnętrzną zniżá się na E, skoro ta siła działać przestaie, punkt w górę idzie przez liniią EC, a idzie siłą sprężystości taką, która na którémkolwiek mieyscu n. p. na F. iest w stósunku mieysca FC przebieżonégo iak w tym razie FC, iest więc ona nie iednostayna, gdyż od samégo dołu ustawicznie się zmnieyszá, a w reszcie na C zupełnie ginie. Ta więc siła bieg punktu po liniř EC ustawicznie przyśpiészá, tak dalece, że prędkość iego na C iest naywiększá. Z tą zaś prędkością nabytą punkt nad C wstępuie ku D, a że i na owém mieyscu taka siła znowu go pędzi do C, która zawsze iest w stósunku mieysca przebieżonégo nad C i która tém samém ustawicznie się pomnáżá, przeto bieg punktu przez tę siłę iuż się opoźnia ustawicznie, a w reszcie nad D cale ustaie; iuż znowu z taż samą siłą zstępuie ku E, a potém wstępuie ku D, zaczém srzedni punkt strony waha się biegiém koleynym ráz przyśpieszonym, drugi raz opoźnionym i wahałby się bez przestanku, gdyby drganié stron muzycznych, i przez tarcié w mieyscach A i B i przez opór powietrza ustawicznie się nie zmnieyszało. Podobnym sposobém wykłada się wahanié strony, gdy ią w początku siła zewnętrzna nagli ku D.



## §. IV.

Wahaniá stron poiedyńczych są równoczesné.

Niech będzie miąższość strony poiedyńczéy zebraná w srzednim punkcie téyże strony = p, a siła iéy sprężystości = 2 P, nad to niech połowa strony BC má taki stósunek do wahadła poiedyńczégo ON maiącégo na końcu N ciężar p, iak 2P: p. Podnieśmy stronę i wahadło tak, żeby liniia QL prostopadła do ON była = CE, a będzie siła, która poruszá wahadło na $L=\frac{p.QL}{ON}$. (Xię. II. Rozd. IV. §. 6.) siła zaś, przez którą się strona poruszá na

Fig 40 i 41

E =

$E = \frac{2P.EC}{BC}$. (§. 2.) a zatém té siły są sobie równé, bo QL = CE, i BC: ON = 2P: p. Niech znowu będzie siła w wahadle na $M = p \cdot \frac{PM.}{ON}$ siła zaś w stronie na $F = \frac{2P.CF}{BC}$ a zatém pośledniá znowu równa się piérwszéy sile, bo CF = PM. Jeżeli tedy wahania są bardzo małé, niemal zupełnie będzie ML = FE i srzedni punkt strony i náyniższy wahadła iednakową miąższość maiące na mieyscach równie od E i L odległych, równémi siłami są naglone. Zaczém srzedni punkt strony w tén sposób rusza się, iak gdyby ciężarém własnym po łuku LMN zstępował. Prawda, że rzeczonégo punktu drogą iest liniia prostá, lecz że punkt po łuku koła zstępuiący, nic cale nie traci z biegu swego choć się ustawicznie odmiénia iego kierunek (Xię. II. Rozd. IV. §. 3.) a przeto bieg iest tenże sam, czyli to punkt po linii prostéy idzie a siła go naglącá ustawicznie iednakowy ma kierunek, czyli po linii krzywéy, a siła zawsze ma kierunek iey styczney. Zaczém i strona BA w tymże samym czasie ráz się waha, w którym i wahadło ON. A że wahania wahadeł nader małé są równoczesné (Xię. II. Rozd. IV. 13.) więc i wahania stron bardzo małé są także równoczesné.

§. V.



## §. V.

Niech będzie długość strony poiedyńczéy BA = L, wahadła także poiedyńczego długość ON = l, będzie $\frac{1}{2}$ L: l = 2P. p (§. 4.) zatém $l = \frac{pL.}{4P.}$. A że czas wahania wahadłowégo iest $\sqrt{l}$ (Xię. II. Rozd. IV 14) to iest: iak $\sqrt{\frac{pL}{4P}}$ idzie stąd, że strony tém powolniéy wahaią się, im są cięższe czyli grubszé i dłuższé, tudzież im słabiéy są naciągnioné. Prawda, że strony muzyczné używané do instrumentów są składané a nie poiedyncze, a zatém nie wahaią się ráz w tym czasie, w którym strony poiedyńczé iednako długié i iednako natężoné wahaią się, iednakże byleby tylko wszędzie iednostaynie były grubé, czasy iednego wahania także są w stósunku dwudzielnym to iest w prostym ich ciężarów czyli miąższości i długości, a odwrótnym sił naciąganych, oraz wszystkié drgania bardzo małé, są równoczesné.

Czas iednego wahaniá strony zależy od iéy ciężaru długości i siły ią naciągaiącéy

## §. VI.

Wszakże trzebá mieć wzgląd i na grubość stron muzycznych. Gdy bowiém stronę ciągniémy do góry albo na dół, ta w saméy rzeczy staie się dłuższą, a zatém mnieyszéy grubości nabywá, tak dalece, że iéy cząstki dlá dziurek próżnych różnéy wielkości rozmaicie od siebie odległé,

Dwojaki ruch w ciałach dźwięk lub brzmienie wydaiących.

(Wstęp

(Wstęp XV. 9.) schodzą się zwłaszcza gdy ią uderzamy ciałém twardém, albo sprężystém. Zaczém rzeczone cząstki namienionym sposobém ściśnione odskakuią i na około się rozchodzą. Że zaś tén zbieg cząstek i uderzénié się wzaiémné, tyle się razy powtarza, ile razy strona odbywá wahaniá, albo ié zaczyna, przeto cząstki w stronie bez przestanku koleyno, to przystępuią, to odstępuią od siebie, to iest drgaią, kiedy więc strona i owszém każdé inné ciało brzmiénié lub dzwięk wydaie, dwa w niém ruchy znayduią się to iest drganié całkowité, które mniéy lub więcéy odmiéniá kształt ciała, i iest prawdziwie tém, co nazywamy wahaniém, i drganié cząstkowé, które zdaie się bydź prawdziwą przyczyną dzwięku; gdyż pociągnąwszy po stronach skrzypców smyczkiém łoiem nasmarowanym, strony te wahaią się tylko, a przeto odmiéniaią kształt swóy, ale nie wydaią żadnégo głosu: przeciwnie zaś smyczek natarty żywicą twardą ciągnąc po stronach, téż strony brzmią.

## §. VII.

Blachy sprężyste wahaią się.

Nie tylko strony, ale inné ciała sprężyste drgaią i dzwięk wydaią. I tak tafla kruszczowa albo szklanna, czyli ogólnie mówiąc blacha twardá i sprężysta drga czyli iednym tylko końcém iest utkwiona czyli obudwoma czyli na nici wisi.

Niech



Niech będzie n. p. takowá blacha prostá CD utkwiona w murze AB, gdy ią uderzeniém nagniémy do CE, nie tylko powróci sprzężystością swoią do dawnégo kształtu, i do prostégo położénia CD (Wstęp X. 3.) ale nadto przychodząc na CD, a maiąc tam nabytą pewną prędkość, musi postąpić do CF, stamtąd zaś siła sprężystości znowu ią odciąga, i tak nakształt strony waha się, o czém nas doświadczénié przekonywa. Zawiesiwszy zaś blachę AB, na nici AC, gdy ią uderzamy w mieyscu n. p. D w témże mieyscu nakrzywiá się w kształt AEB, który kształt potém natychmiast odmiénić a zatém wahać się musi, z przyczyny sprężystości swoiéy. Wreszcie blachy sprężyste maią także owo drganié wewnątrz, gdy się wahaią, przez które cząstki ich koleyno do siebie to przystępuią, to odstępuią, owszém to drganié w nich iest znacznieyszé niż w stronach.

tak iak strony.

Fig. 42.

Fig. 43.

## §. VIII.

Jak drgaią dzwony i inne ciała podobné.

Niech będzie obręcz ADBE twardá i sprężysta, któréy srzodek iest C, srzednica zaś DE do drugiéy srzednicy AB prostopadła. Rzeczoną obręcz w jakikolwiek sposób zawiesiwszy, gdy ią wewnątrz na A uderzamy, w owém mieyscu na kształt blachy prostéy sprężystey zawieszonéy, naybardziey się wygina, a zatém z okrągłéy odmiénia się w podługowatą od A do B.

Fig. 44

Zaczém sprężystością swoią potém nie tylko do dawnégo kształtu powraca, ale punkta A i B, bliżéy ieszcze niż zrazu do siebie przystępuią, tak dalece, że obręcz znowu się robi podługowatą, ale ku stronie DE: zaczém odległości AB i DE na przemiany iuż się powiększaią, iuż zmnieyszaią, i tym to sposobém obręcz drgá, z czego się okazuie iakim sposobém dzwony naczynié szklanné, i inne tym podobné ciała, które niby z wielu obręczy iedne na drugie włożonych składaią się, dzwięk czynią gdy w nié uderzamy.

## §. IX.

Wysokość tonów zawisła od liczby drgań czyli wahań w pewnym czasie odbywaiących się.

Gdy się w stronie zmnieyszá albo długość albo grubość, albo gdy ią większą siłą natężamy, taż strona zawsze daie ton ostrzeyszy niż piérwéy dawała, z czego się pokazuie, że tém wyższy iest ton, im strona prędzéy drgá, a tém niższy, im powolniéy drgá (§. 5.). Zaczém wysokość każdégo tonu zawisła od liczby drgań w pewnym czasie sprawionych, tak dalece, iż gdy wzruszénia powietrza od ciała brzmiącégo sprawioné aż do uszu naszych dochodzą, my z saméy równości przeciągów czasu, w których owé wzruszénia iedné po drugich następuią ton a nie dzwięk słyszymy (Wstęp X. 28.). Przeto gdy dwie strony brzmiąc razém różné wydaią tony, można będzie wynaléźć stósunek między témiż tonami, to iest, stósunek mię-



między liczbą drgań czyli wahań, które obydwie strony w pewnym czasie odbywaią. Na tén koniec używá się *narzędzié iednostronne* (instrumentum monochordum) na którém strona iednostaynéy grubości zawsze równą siłą natężá się, ale raz ią przedłużaiąc, drugi raz skracaiąc. Jakoż liczba wahań w pewnym czasie od strony odbytych iest iak $\sqrt{\frac{4P}{p.L}}$; (5) wziąwszy więc P za ilość stateczną, p zaś w stósunku długości L, rzeczoną liczba wahań będzie iak $\sqrt{\frac{1}{LL}}$ czyli iak $\frac{1}{L}$. Strona więcéy we dwoie dłuższá dwa razy, we troie dłuższá, trzy razy i t. d. powolniéy drgać będzie, gdy inné okoliczności są iednakie. Podobnież inné przypuszczénia czyniąc nad ilościami P, p, L różné wyciągniémy wnioski względém liczby drgań stron w różnych okolicznościach. Ton więc każdy má swoie określénié, i dlá tego żadnégo zgoła tonu nie słyszymy, gdy strona albo zbyt prędko, albo nadto powoli drganiá swoie odbywá.

## §. X.

Względność tonów.

Ton, do którégo inné odnosimy nazywá się *tonem głównym* (tonus principalis). Jeżeli dwie strony w równym czasie robią liczbę drgań w stósunku 1:2 tony ich na-

zywámy *osemkami* (octava) iest więc piérwszy względém drugiégo osémką niższą, a drugi względém piérwszego osémką wyższą. Ton, który co do liczby drgań iest względém drugiégo iak 2: 3 nazywá się *piątką większą* (quinta major) tego ostatniégo; kiedy zaś iak 4: 5 *tróyką większą* (tertia major); kiedy 5: 6 *troyką mnieyszą*; kiedy 3: 4 *czwártką większą* (quarta major), kiedy 5: 8 *szóstką mnieyszą* (sexta minor) i t. d. I té to tony nazywaią się *czystémi* czyli *całkowitémi*: są inné nieczyste, czyli *umiarkowane* (intervala impura vel temperata) które albo nie dochodzą całkowitych, albo ié przewyższaią, i té w brzmieniu zdaią się prawie nic nie dochodzić od całkowitych. I tak piątka większá względém swego głównégo tonu nie iest zupełnie w stósunku 2: 3, ale 2: $\sqrt[4]{80}$ czyli 2:2,9906; chociáż zaś wszystkié prawie tony wyiąwszy osémkę na zwyczaynych narzędziach muzycznych nie są ze wszystkiém całkowité, wszelako uszom naszym są przyiemné. Skąd wnieść musimy, że przyiemność niektórych tonów muzycznych razém słyszanych nie pochodzi od prostości ich stósunków czyli całkowitości (*).

§. XI.

(*) Dlá dokładnieyszégo rozpatrzenia się i obiaśnienia w téy materyi może Nauczyciel, gdy znaydzie sposobność, udać się do xiążki iakiéy o Mu-



## §. XI.

Strony zgodné.

Strony nazywaią się zgodnémi (chordæ harmonicæ) gdy tony od nich wydane są w stósunku 1: 1, albo 1: 2 albo 1: 3 albo 1: 4 albo 1: 5, albo 1: 6 i t. d. Doświádczénié zaś pokazało, że takié strony, gdy są blizko siebie, poruszywszy iednę, która w tym razie będzie główną i inné natychmiast drgać zaczynaią: drugie zaś strony z piérwszémi niezgodné nic się nie wruszaią, choć są bliższémi strony główney. I to ieszcze strony wyższégo tonu wahaią się tylko, gdy główną stronę poruszamy, lecz strony niższégo tonu tak się poruszaią, iakby ie na części równé przedziélały iakie punkta nieruchomé albo węzły, z których części każdá z osobna w takowymże czasie drgá, w jakim i główna strona. Ton wyższy, który się ma do tonu głównégo iak 2: 1, iest osémką piérwszą, tén który, iak 4: 1, osémką drugą, ten który iak 3: 1 albo iak 3 × 2: 2×1 osémką piątki większéy, a który iest, iak 5: 1 = 5×4:4×1 zowié się osémką drugą tróyki większéy tonu głównégo (§. 10.). Podobnymże sposobém ton niższy, który się ma do tonu głównégo iak 1: 3 = 1×4: 4×3, iest osémką drugą czwór-

o Muzyce n. p. Pana Dallemberta lub Russeau, alboli téż do znaiącégo dokładnie muzykę; z Uczniami zaś niechay się obszérniéy w téy materyi nie rozwodzi, ale niech tylko ogólny im tego obráz wystawi.

czwórki mnieyszéy, tén który, iak 1:5=8:8×5, iest osémką trzecią szóstki mnieyszéy tonu głównégo (§. 10.). Naucza zaś doświadczénié, że coraz z toném iedno brzmiącym i osémkami tonu głównégo słyszeć się daią osémki wyższé piątki i tróyki większéy, iako też i osémki niższé czwartki i szóstki mnieyszéy, i wraz ustaią z toném głównym. Wszakże tony te różné razém słyszané pospolicie słabé są.

## §. XII.

Wykład brzmienia stron zgodnych.

Jeszcze Galileusz doświadczył, że i znacznie ciężkié wahadło lekkiém dmuchaniém widocznie poruszané bydź może, ieżeli to dmuchanié zawsze się dzieie w równych czasu przeciągach, w tak wielkich, iakich wahadło potrzebuie do odbycia iednego wahania całkowitégo. Lecz ieżeli rzeczoné przeciągi czasu większé są albo mnieyszé, wtedy dmuchaniém wahadło znacznie się nie poruszá. Stąd się okazuie, że gdy strona główná za każdém wahaniém pędzi powietrzé na bliskie strony, tedy strony téż podobnym sposobém iak wahadło owém bardzo małém powietrza uderzaniém znacznie się poruszaią, a to wtedy, kiedy téż uderzania powtárzané są zawsze zgodné z ruchém stron: przeciwnie zaś dzieie się, gdy uderzania takowé są przeciwné i niezgodné z drganiami ich. Toż samo się prawdzi i na innych ciałach sprężystych; i tak naczy-



nią szklanné częstokroć znaczny dźwięk wydawaią, będąc zbliżoné do ciał brzmiących, owszém niekiedy kruszą się od tego.

## §. XIII.

Części dzwonu dźwięk wydaiącego, są iakoby strony zgodné.

Wystáwmy sobie w myśli, że iaki dzwon iest podzielony na obręcze bardzo cienkié i od podstawy równo odległé, i że żadnégo między témi obręczami nié ma spoienia, a iawna iest rzecz, że każdá z takowych obręczy iest na kształt strony napiętéy, i ton iey zawisł od szerokości i grubości, tak właśnie iako i ton zależy od iéy długości i grubości (5.). Zaczém gdy wszystkie obręcze, takiémi są w swoiéy wielkości, iż w równym czasie swoie wahanié osobné odbywaią, poruszywszy razém wszystkié w jednakowy sposób wszystkié także iednakowo ściągać się i rozciągać razém będą i w jednymże czasie wszystkié oraz iednakowy ton wydadzą. Gdy więc wszystkié obręcze w ten sposób drgać mogą nawet w tén czas, gdy są spoioné z sobą, iawna iest rzecz, iż dzwon cały w tén czas nawet gdy iego części są złożoné tymże sposobém brzmi i ténże ton wydaie, który poiedyńczé iego obrączki wydaią każdá z osobna, lecz daleko mocnieyszy. Ta rzecz potwiérdzá się nawet przez doświadczénié, gdy ténże sam ton słyszymy, gdyw dzwón szklanny iakim pręcikiem mocno uderzamy, bądź lekko igłą tylko po nim drapniémy. Gdy bowiém

wiém po dzwonie igłą drapiémy, niektóré tylko obręcze iego bardzo mało wzruszaią się, lecz gdy go mocno uderzamy w jakie mieyscé, uderzanié w krótkim czasie rozchodzi się po całym dzwonie, i każdá z osobna obrączka dla spoienia swoiego z jnnemi, tak się wzaiémnie poruszaią, iak strony sobie blizkié brzmią przez poruszénié pośrzedniégo między sobą powietrza (12.). Zaczém ieżeli obręcze zgodné drganié drugich powiększaią, słyszymy ton mocny często z jnnemi tonami zgodnémi pomieszany i cały dzwon za ustaniém bicia przez nieiaki czas znaczny drgać i brzmieć nie przestaie. Lecz ieżeli mało iest zgodnych z sobą obręczy, uderzywszy w dzwon, wychodzi tylko dźwięk z wielu tonów słabych, bardzo różnych między sobą złożony i ruch iednéy obręczy ruchém drugiéy przytłumią się, tak dalece, że gdy uderzénié przestaie, i dźwięk natychmiast razém ginie, co się zdarza w tym razie, gdy dzwon iest spękany w jakiém mieyscu, a zatém ma wielé obręczy rozerwanych; gdyż obręcz rozerwana, ani iednakowym sposobém ani w takim czasie nié może się wahać, w którym obręcz nie zepsutá swoie drganié odbywa.

## §. XIV.

Które ciała tęgiémi, które znacznie są sprężyste; gdyż ich cząstki są nakształt stron napię-

Podobnież się dzieie i z jnnémi ciałami

tych,



tych, w których na tén czas tylko postrzégamy znaczną sprężystość, gdy są natężoné. Zaczém téż wszystkié ciała takie uderzoné, albo ton daią albo dźwięk, i wysokość tonu w nich zawisła od grubości ich i długości. Ogólnie zaś mówiąc ciała albo zbyt długié lub nad to grubé, albo nad to szczupłé lub krótkié, uderzoné nie daią tonu, bo albo bardzo powoli całe drgaią, albo bardzo prędko (9.). Lecz ieżeli przyzwoitą maią grubość i długość, a taki kształt, że się wielé części w nich znayduie z sobą zgodnych, daią ton; że zaś nié może to bydź, ażeby zgoła wszystkié ich części, w tymże samym czasie razém drgały, ton, który wydaią pospolicie zmięszany iest z różnémi stronami zgodnémi, a dosyć wydatnémi. Jaki bywa ton dzwonów iako też graniastosłupów stalowych przydłuższych na nici zawieszonych. We wszystkich ciałach przygrubszych znayduią się cząstki niezgodne z sobą, lecz ieżeli ich liczba względém części zgodnych iest bardzo mała, w takim razie ani dźwięk od nich wydany do uszu naszych dochodzi, ani ich ruchém drgania części zgodnych znacznie osłabioné bydź mogą.

tęgié wydaią ton, gdy w nie uderzamy.

## §. XV.

Drzewo

Wszelkié drzewo składá się z włokién różną grubość i sprężystość maiących, które są spoione inną materyą, ani tak

spę-

sprężystą ani tak tęgą iak są samé włokna. Zaczém gdy té włokna lubo razém drgaią wcale w przeciągach czasu bardzo różnych, przeto drzewo za uderzéniém w nie, nie wydaie tonu ale tylko dzwięk, który iednak do natężénia tonów pospolicie bardzo iest zdatny. Jeżeli bowiém dosyć nie wielką má w sobie grubość, wszystkié iego włokna, w nieiaki sposób drgać mogą, i za uderzéniém od powietrza wzruszać się tym sposobém, w którym się wzruszaią strony brzmiéniém tonu głównégo (11.). Że zaś włokna bardzo różną maią sprężystość i grubość, każdy ton blizki bądź iest wyższy bądź niższy, znayduie dla siebie niektóré włokna zgodné w drzewie, których wzruszeniém natężá się. Z téy przyczyny w narzędziach muzycznych pod stronami prawie zawsze znayduie się drzewo ciénkie, wydrążoné, przez które tony stron niewymównie się powiększaią.

zdatné iest do powiększaniá dźwięków

## §. XVI.

Każdy ton iakiżkolwiek poiedyńczym się wydaiący z wielu tonów iest złożony. Albowiém nie tylko owé części samé ciała brzmiącégo, od których ton pochodzi odmiennie wysokié daią tony (§. 15.) ale nad to i innych części bardzo wielé, owszém inné ciała blizkie na około, ponieważ niemal wszystkié są sprężysté, wstrząsaią się pospołu i własné dźwięki w ró-

Różnica między głosami iednakowéy wysokości w różnych natniach i



w różnéy wysokości daią, które to dźwięki wszystkié z dźwiękiem głównym w uchu naszém zupełnie zmieszané, gdy są względém niego bardzo słabé, od tegoż tonu głównégo rozeznané bydź nié mogą, ale nadaią mu iakowąś własność, któréy słowami wyrazić nié można. I tak dobrze rozeznaiémy tony równie wysokié, które różné narzędzia muzyczné wydaią, owszém i głosy rożnych ludzi iednakowo podniesioné albo zniżoné; ponieważ pomiészanié to różnych dźwięków piérwiastkowych w każdym głównym dźwięku słyszanym, koniecznie nieoddzielné od narzędzia muzycznégo, oraz i głosu człowieka, inné iest w jednym a inné w drugim.

nacze dziach.

## §. XVII.

Strona gdy brzmi, bardzo prędko drgá, gdyż tak zwolna drgaiąc, iżby iéy drgania pod widzénié podpadać mogły żadnégo dźwięku nie wydaie. Nie tylko zaś strona w prost leżąca drgá, ale i w koło stoczoná. Tak blacha stalowá cieńká kształtu wężokrętego, iednym końcém utkwioná, ieżeli iey drugi koniec siłą zewnętrzną ciągniémy, za ustaniém siły ciągnącéy, drgać zaczyná. Że bowiém siła zewnętrzna iéy zakręty sciągá, sprężystość natychmiast wywiérać się zaczyná, i przywodząc blachę do dawnégo kształtu (Wstęp X. 3.) za ustaniém siły zewnętrznéy też zakręty zno-

Drótek wężokręty dla czego się znayduie pod wagornchém w zégarkach kieszonkowych czyli sprężyną.

znowu rozprzestrzénia. Ale zakręty zabawiaiące się prędkością nabytą daléy za swe położénié piérwszé wychodzące, taż sama siła sprężystości znowu ściąga, i tym to sposobém blacha kołysze się ściskaniém i rozszérzaniém koleyném swoich zakrętów. Że zaś drgania blachy są bardzo podobné do wahań w stronach, a zátém i w równym czasie każdé z nich dzieie się, ieżeli są bardzo małé, przeto można ich użyć do umiarkowania ruchu w zegarkach kieszonkowych, w których dla tego do osi wagoruchu, iedén koniec drótu stalowégo wężokrętégo iest przyprawiony, drugi zaś do skazówki pod wagoruchém będącéy. Gdy bowiém wagoruch raz przed się, drugi raz wstecz idzie, ściąga téż albo rozszerza koleyno zakręty drótu, ale wzaiémnie przez moc drótu wagoruch raz wprost pociągniony, drugi raz wstecz cofany bywa. Gdy tedy drót swego ruchu odbywać nié może, tylko w przeciągach czasu równych, więc do iednostaynego biegu zégarkowi pomaga. Hugeniusz był piérwszy, co tym sposobém zégarki kieszonkowé poprawił. Jému także winniśmy wynalazek zégarów wahalnych w Astronomii bardzo użytecznych.

## § XVIII.

Zégary ze sprężyną

Im bardziéy ściskaią się kółka rzeczonego drótа stalowégo, tém bardziéy powiększa się iego sprężystość; z téy przyczyny skazówka, do któréy iak mówiliśmy iedén koniec drótu iest przyprawiony, w tén sposób iest ruchoma, że drót, gdy skazówka w jednę stronę porusza się, bywa ściśnioną, a tém samém spiesznieiy się waha, gdy zaś w drugą stronę skazówka idzie drót się opuszcza i powolniéy wahania swoie odbywa. I tym to sposobém bieg zégarka, gdy iest powolnieyszy albo prędszy niż potrzeba, może bydź poprawiony. Ale ogólnie mówiąc tén stalowy drót wężokręty nie z taką mocą w obrót kółek zégarkowych wpływa, z jaką wahadło: bo gdy zatamuiémy ruch wahadła, zégar natychmiast iść przestaie; lecz w zégarku kieszonkowym wagoruch zatrzymawszy palcém, skoro palec odeymiémy zegarek natychmiast iść zaczyna. Przeto bieg zegaru bez wahadła, nigdy nie iest tak iednostayny iak z wahadłém. Poprawił wprawdzie przed kilką laty Zegarmistrz Angielski *Harisson* zégary nié maiące wahadła, iednakowoż zdaie się iż ich nie doprowadził ieszcze do tego stopnia doskonałości, na którym są zégary wahalné.



nie tak idą iednostay nie iak zégary wahalné.

# ROZDZIAŁ II.

## *o uderzaniu się ciał.*

## § I.

Kiedy dwa

Między przyczynami, od których albo nowé biegi pochodzą, albo iuż będącé od-

ciała uderzają o siebie.

miéniaią się, uderzanié się ciáł policzyć trzeba, uważać tu zaś będziemy samo tylko ciáł o siebie uderzanié, bez względu na tarcié, na opór powietrza, na sprężystość, na ciężkość i wszelką inną przyczynę zewnętrzną. Zaczém ciało A, które bieży kierunkiém AD, a nie podlégá działaniu żadnéy siły zewnętrznéy, nie odmiéni ani prędkości swoiéy, ani kierunku, ale biédz będzie iednostaynie dlá swéy bezwładności liniią prostą (Xię. I. Roz. II. 2.); i chociażby téż ciało A stykało się z jnném ciałém B, przez to nie poniesie żadnéy odmiany w swym biegu byleby ciało B w jednakim z niém kierunku, równą albo większą ieszcze prędkością biégło. Lecz ieżeli prędkość ciała B kierunku AD, albo mnieysza iest niż prędkość ciała A, albo cale żadna; ciało A, skoro się zetknie z ciałém B, żadną miarą daléy biédz nié może bez odmiany swego biegu, bo każde ciało iest nieprzenikliwé (Wstęp XV. 10.) a tak dzieie się iż uderzénié i bieg ciała A odmianie podpádać będzie przez uderzénie się o ciało B.

Fig. 45.

## § II.

Działanié (actio) wyrównywa odpo-

Przez uderzanié się dwóch ciáł, bieg ich odmianie podpaśdź może wtedy, kiedy iedno ciało względém drugiégo iest przyczyną zewnętrzną biegu. Summę zaś biegow obu ciáł ku stronie AD otrzymámy, gdy bieg ciała A dodamy do biegu ciała



ciała B (Xię. I. Roz I. 2.) i ten to bieg ani przez ciało A, ani przez ciało B w szczególności, lecz tylko przez siłę zewnętrzną odmienionym bydź może (Xię. I. Roz. III. 2.) Zaczém ponieważ wszelką przyczynę takową za oddaloną mieć chcieliśmy, iawná iest rzecz, iż ta summa przez uderzenié się ciáł A i B bynaymniéy się nie odmiéniá, ale taż sama zostaie po uderzeniu, którá i przed uderzaniém była. Zaczém bieg w stronę AD, który przez uderzenié w ciele A ginie, cały w ciało B przechodzi, a zatém i tego ciała stan przez ciało A, iako przez przyczynę zewnętrzną odmiéniá się. Zaczém we wszelkiém uderzaniu działanié ciała uderzaiącego A wywarté na ciało uderzoné B łączy się z odporém ciała uderzonégo B wywartym na ciało uderzaiące A, i ten odpór zawsze iest równy działaniu, bo cale tyleż z biegu w tymże samym czasie uymuie się iednému ciału, ile się dodaie drugiému.

rowi (re actio).

## § III.

Uderzanié się w prost i na ukos.

W uderzaniu o siebie ciáł naybardziéy wzgląd mieć potrzeba na téjich powierzchnie którémi się dotykaią i trącaią. Niech będzie AB powiérzchniá iednégo ciała w które drugie ciało uderzá w punkcie C, kierowaniém DC do AB ukośném tak, żeby kąt DCB był ostry, iawno iest, że to ciało, którégo powiérzchniá iest AB nie sa-

Fig. 46.

łému

łému biegowi DC punktu uderzaiącego czyni przeszkodę działaniém swoiém; gdyż poprowadziwszy liniią DB do linii AB prostopadłą, i wykréśliwszy prostokąt DECB, bieg DC można rozdzielić na dwa biegi EC i BC, a zatém té dwa położyć zamiast tamtego (Xię. I. Rozd. I. 10.). A że bieg BC, ponieważ tu żadnégo tarcia nie przypuszczamy, całe żadnéy przeszkodzie nie podléga od powiérzchni BA, przeto przez uderzenié odmiéniony bydź nié może. Zaczém tylko bieg EC ciérpi przeszkodę, i przez uderzéniè się ciał odmianie podpada, gdyż iego kierowanié EC ze wszech stron iednakowo do płaszczyzny nachyloné żadnéy zgoła nie daie przyczyny, dla któréyby punkt uderzaiący, któremu tén iedén bieg służy, raczéy w tę niż w jinną szedł stronę, tak dalece, iż rzeczonym biegiém na powiérzchni AB całe postępować nié może. To samo będzie choćby powiérzchnią, w którą uderzamy była krzywa, a płaszczyzna AB stykała się z nią w punkcie uderzénia C. Zaczém powiérzchnią płaską, w którą uderzamy albo płaszczyznę, która się dotyka powiérzchni obydwóch ciał uderzaiących się, w punkcie ich uderzénia się wzaiemnégo nazwawszy *płaszczyzną uderzeniá* (planum collisionis) tén tylko w tym razie bieg odmiénia się przez uderzénié, który ma kierunek prostopadły do takowéy płaszczyzny.



Jeżeli zaś kierunek biegu w jedném ciele to iest: albo w uderzaiącém albo w uderzoném w obu znayduie się do płaszczyzny uderzénia prostopadły, uderzénié takowé nazywa się prosté (collisio directa) względém tegoż ciała, ieżeli inaczéy ukośné (obliqua): można bowiém toż samo przystósować do ciała uderzaiącégo, cośmy powiedzieli o ciele uderzoném: bo w saméy istocie iedno ciało daie odpór drugiému z takąż siłą, z jaką uderzoné bywa (2.).

## §. IV.

Uderzénié się srzodkowé i mimosrzodkowé.

Rozróżnić więc należy w uderzéniu ukośném bieg ciała uderzaiącégo *od biegu uderzénia*, to iest, od biegu który się odmiénia przez uderzénié (gdyż bieg ciała ukośnie uderzaiącégo rozbiéra się na dwa biegi: iedén uderzania, drugi nie odmiéniaiący się przez toż uderzénié): w uderzéniu zaś prostém bieg ciała uderzaiącégo, iest razém biegiém uderzénia, a zatém i kierunek iego iest kierunkiém tegoż uderzénia, gdyż kierunek biegu uderzénia nié może bydź co innégo, tylko *kierunek* saméго *uderzénia*. Jeżeli kierunek ten przechodzi przez srzodek ciężkości ciała uderzaiącégo lub uderzonégo, (to iest przez ow punkt który srzodkiém ciężkości staie się, skoro tylko ciało bierzémy za ciężkié) na tén czas *uderzénié iest srzodkowé* (collisio centralis) względém tegoż ciała: ieżeli zaś inaczéy się rzecz ma, toż *uderzénié iest mi-*

*mosrzodkowé* (excentrica). Jeżeli rzeczony kierunek przechodzi przez srzodek ciężkości w obydwoch ciałach, uderzénié też obydwoch ciał iest srzodkowé; ieżeli się inaczéy dzieie, uderzénié albo w jedném albo w drugiém, albo w obydwoch mimosrzodkowé. Tak w kulę iednorodną nawet z ukosa, nié można uderzyć inaczéy, iak tylko srzodkowo (centraliter) w kulę zaś różnorodną chyba mimosrzodkowo (excentrice); gdyż liniia prostá do powiérzchni liniy prosopadła, wszędzie do srzodka kuli zmiérzá, a zatém i przez srzodek ciężkości téyże kuli przechodzi, skoro kula iest iednorodna; lecz pomiia srzodek ciężkości w kuli różnorodnéy, w któréy srzodek ciężkości nie tam iest, gdzie srzodek kuli przypadá.

## §. V.

Skutek uderzénia srzodkowego.

Fig. 47.

Jeżeli ciało BEAD biegiém postępnym na linii BA punktem A wpadá na ciało nieruchomé F, tenże punkt A pierwszy między wszystkiémi innémi punktami ciała, bieg swóy traci, a zatém w czasie uderzénia brać go należy za punkt nieruchomy, zaczém inné punkta wcale wywiéraią na siebie wzaiemne siły z pewném natężéniém, bo razém wszystkié tymże samym kierunkiém BA z równą prędkością iuż więcéy biédz nié mogą. Są zaś biegi postępné we wszystkich cząstkach ciała uderzaią-



rzaiącego (ponieważ z jednakową prędkością idą) iak tychże cząstek miażości (Xię. I. Rozd. II. 5.) a zatém i té siły, któremi naprzeciwko sobie wzaiémnie działaią, i naprzeciwko ciału F, iako swóy początek biérące, iedynie od rzeczonych biegów są w tymże samym stósunku. Zaczém téż siły tak się maią, iak siły ciężkości, które téż są w stosunku miąższości (Xię. II. Rozd. II. 1.). Zaczém ciało uderzaiące chociaż w ninieyszych badaniach (1.) bierze się za bezciężkié, z tém wszystkiém na iedno to wypada, iak gdyby ciężyło w kierunku BA i było podparté w A. Jeżeli więc liniia prostá AB przechodzi przez srzodek ciężkości ciała C, to iest: ieżeli uderzénié iest srzodkowé, całé się ciało zastanowi, i całkowitą siłą swoią, iakby zebrana w C, działać będzie na ciało F. Lecz ieżeli O iest srzodkiém ciężkości ciała, za liniia AB położonym, a zatém ieżeli uderzénié iest mimosrzodkowé, co do ciała uderzaiącego, część iego ADB póydzie w górę kierunkiém AB, drugá żaś część AEB na dół opadnie (Xię. II. Rozd. III. 7.

## §. VI.

Przez uderzaniá srzodkowé inny bieg powstać

Stąd łatwo przekonać się można, że przez uderzénié srzodkowé w żadném ciele inny bieg powstać nié może tylko bieg postępny: bo iakakolwiek iest prędkość srzodka ciężkości w ciele BDAE skoro tylko ten srzodek ciężkości przez

nié może tylko bieg postępny.

uderzénié srzodkowé traci prędkość C, i wszystkié inné tegoż ciała punkta równą tracą prędkość, a zatém bieg stracony w tym razie iest biegiém postępnym. Lecz ieżeli srzodek ciężkości C, ciała BDAE przez uderzénié traci prędkość C w stronę BA: na tén czas w istocie saméy nabywa prędkości $= -C$ w stronę przeciwną AB. Zaczém ieżeli srzodek ciężkości iakiégo ciała przez uderzénié srzodkowé nabywa prędkości C, i AB iest kierunkiém tego nowégo biegu, rzecz iasna, iż przez toż uderzénié i inné punkta w ciele równey prędkości C nabywaią ku téyże saméy stronie, a zatém każdy bieg od uderzénia srzodkowégo pochodzący zawsze iest biegiém postępnym. Zaczém wszelkié ciało bądź uderzaiące, bądź uderzoné przez uderzénié srzodkowé, innégo biegu nabydz nié może, oprócz biegu postępnégo, a zatém ieżeli przed uderzéniém albo spoczywało albo bieglo, po uderzéniu téż podobnie albo spoczywa, albo biegiém postępnym uchodzi.

## § VII.

Uderzénié proste i srzodkowé ciał iednym kierunkiém bieżących.

Dwie kule iednorodné i równé inaczéy o siebie uderzać nié mogą, tylko wprost i srzodkowo, byleby obydwa srzodki po iedney linii prostéy biegły. Przypuśćmy, że dwie kule iednorodné i iednakowéy wielkości bezciężkié w rzeczony sposób po płaszczyznie iecmetrycznéy iedno-



iednostaynie się toczą bez żadnégo tarcia i oporu od powietrza, a potém iedna w drugą uderzą. Niech będzie kuli uderzaiacey miąższość A, prędkość P, kuli uderzoney miąższość B, prędkość Q, a będzie $AP + BQ$ zbiór biegów przed uderzéniém (Xię. I. Rozd. I. 2. Rozd. II. 8.). Że zaś przez uderzénié prędkość iednego ciała ciągle się zmnieysza, drugiégo zaś pomnaża (2.) aż poki każda z nich nie stanie się równą prędkości C; to wtedy uderzénié ustaie (1.): będzie więc summa biegów po skończoném uderzéniu, które biegi są biegami postępnémi, (6.) $= AC + BC$. Zaczém $AC + BC = AP + BQ$ (2.) i $C = \frac{AP+BQ}{A+B}$. Niech się n. p. toczą dwie kule równé iedna prędkością 7, drugą prędkością 5, a będzie prędkość spólna C po uderzéniu się $= \frac{7+5}{2} = 6$. Jeżeli zaś iednéy kuli miąższość $= 2$, prędkość $= 7$, drugiéy zaś miąższość $= 1$, i prędkość $= 1$, będzie prędkość obóm spólna po uderzéniu $= \frac{14+1}{3} = 5$.

## § VIII.

Jeżeli Q iest $= 0$, to iest, ieżeli iedna kula przed uderzéniém spoczywa, prędkość Uderzénié

się proste i srzodkowe dwóch ciał z których iedno spoczywá.

kość spólná po uderzéniu iest $= \frac{AP}{A+E}$.

Niech n. p. uderzá kula miąższości 2, z prędkością 5, w kulę spoczywaiącą któréy miąższość iest $= 3$; a będzie prędkość obu kul po uderzéniu $= \frac{10}{2+3} = 2$. Gdyby zaś miąższość kuli uderzonéy była nieskończénie wielka (Wstęp XV. 2.), wtedy byłaby prędkość po uderzéniu nieskończénie mała, to iest $= 0$; gdyż tak się ma ta prędkość do prędkości skończonéy P, iak ciało skończonéy wielkości A do ciała nieskończénie wielkiégo A+B. Zaczém miąższość A wszelkiégo biegu pozbywá się, gdy uderzá w jakie ciało mocno spioné z ziemią, któráiest wielkości nieskończonéy prawie względém ciał ziemskich. I z téy to przyczyny takowé ciała wszystkié, *nieruchomemi* się nazywaią.

## §. IX.

Uderzénié się proste i srzodkowé ciał bieżących w kierunkach przeciwnych sobie.

Lecz ieżeli ciało B przed uderzéniém bieży w kierunku wprost przeciwnym z prędkością Q, wtedy summa biegów obu kul przed uderzéniém, podług kierunku biegu ciała A, iest AP — BQ, a zatém $C = \frac{AP - BQ}{A+B}$ (Xię. I. Rozd. I. §. 3.).

Niech będą n. p. ciał miąższości A i B iako téż ich prędkości P i Q równé; a wtedy będzie



będzie $C = 0$; a zatém po uderzéniu oba ciała zostaną w spoczynku. Jeżeli zaś miąższość ciał oznaczona przez 2, z prędkością 8, uderzá w ciało oznarzoné przez miąższość 1, któré z przeciwnéy strony bieży prędkością 1, w takim razie będzie $C = \frac{16-1}{3} = 5$, to iest: oba ciała po uderzéniu, w kierunku ciała uderzaiącégo, póydą z prędkością 5; lecz ieżeli ciało miąższości 1, poruszoné prędkością 1, uderzá w ciało miąższości 2 naprzeciwko sobie bieżące z prędkością 8, w tym razie będzie $C = \frac{1-16}{3} = -5$, a zatém oba ciała po uderzéniu póydą w kierunku ciała uderzonégo, i tak ogólnie mówiąc, w takowym przypadku prędkość spólna po uderzéniu iest w tym kierunku, który większému biegowi przed uderzeniém służył.

## §. X.

Siła sprężystości sprawuie odmianę w uderzaniu się ciał.

Wszystkié ciała chociażby náytwardsze uderzywszy się mniéy lub więcéy ściskaią się w części wzaiémnego dotykania się, tak n. p. kula z słoniowéy kości spuszczona na tablicę olejém nasmarowaną zostawuie plamę w oleiu, i to tém większą, im z wyższégo mieysca spada; z czego się iawnie pokazuie, iż w rzeczonéy kuli dolna część tém bardziéy się ściska im kula z większą prędkością w tablicę uderzá.

Zaczém

Zaczém w każdém uderzéniu się nie tylko iakaś część siły zawsze ginie, która się obraca na odmienienie kształtu w ciałach, a nie na sprawienie biegu, oraz łatwo widzimy, że te ciała w których siła sprężystości iest znaczna, tąż siłą do dawnego stanu powracaią, a zatém biegi ich odmieniaią się. Obaczmy więc iakim sposobém uderzénie się przez siłę sprężystości odmienia się, i dla tego przypuśćmy, że tylko rzeczona siła, razém ściśnieniém części w ciałach o siebie uderzonych znayduie się a inné przyczyny zewnętrzné, któréby bieg odmieniały, żadné zgoła nie wchodzą.

## §. XI.

Kula sprężystá uderzywszy się o płaszczyznę twardą nieruchomą odskakuie.

Jeżeli więc kulę, którą mniemamy doskonale sprężystą i bezciężką rzucamy na płaszczyznę AB, którą płaszczyznę mniemamy bydź znowu doskonale twardą, a kula w nię prostopadle uderzá, iawna iest rzecz, że cały bieg kuli płaszczyzna niszczy, która to płaszczyzna, że wzięta iest za nieruchomą, można ią brać za cząstkę powiérzchni drugiéy kuli niezmiernie wielkiéy (8.) i że kula piérwsza przez uderzénié ściśnieniu podléga, tak dalece, iż srzednica DC zmnieysza się i po skończoném uderzéniu iest = GC (10.) Zaczém przez doskonałą sprężystość kuli punkta D i C, po uderzéniu do dawnéy odległości natychmiast powracaią (Wstęp X. 6.)

Fig. 48.



6.). A że punkt C nié może biédz w kierunku CH, bo płaszczyzna wzięta iest za zupełnie twardą; przeto górny punkt kuli zwrácá z G na D, a zatém cała kula odskakuie na téyże saméy linii pionowéy CI, po któréy biegła przed uderzeniém.

## §. XII.

Kula doskonale sprężystá, z jaką prędkością uderzá się o płaszczyznę twardą nieruchomą, z taką od niéy odskakuie.

Srzodek kuli na początku uderzénia znayduiąc się n. p. na O, má całkowitą prędkość swoię to iest taką, iaka miał przedtém: prędkość ta w samém uderzéniu co ráz bardziéy osłabia się, a to w miarę zbliżania się tegoż srzodka do płaszczyzny AB. Osłabia się zaś siłą sprężystości kuli, która tém większa iest, im bardziéy kula ściská się (Wstęp X. 7.) czyli co iedno iest, im bardziéy srzodek przybliża się do płaszczyzny uderzonéy: kiedy więc srzodek kuli przyydzie na N, siła sprężystości będzie iak ON, kiedy przeydzie na P, iak OP. Ale ieżeli wtedy kiedy srzodek iest na P, wszystek bieg kuli ustaie, ustać też musi w tymże momencie i bieg iéy srzodka, a zatém siła sprężystości natychmiast go stamtąd cofać pocznie aż do O. Widzimy więc, że w tym razie ruch srzodka kuli wcale tenże sam iest, co i ruch punktu srzedniego strony (Rozd. I. 3.) to iest waha się. A tak tedy przyszedłszy nazad do O odzyskuie prędkość, którą miał przed uderzeniém, a tém samém i cała kula z tą samą prędkością odskakuie od

płasz-

płaszczyzny, z którą o nią się uderzyła. Czasy też wahań kuli zawsze będą równe, gdyż mieyscé OP, zawsze iest nader małé, (acz w rzeczy saméy większé lub mnieyszé iest podług większéy lub mnieyszéy siły uderzénia). Czas więc całkowitégo uderzénia zawsze będzie równy w téyże saméy kuli, bądź ona mocniey, bądź słabiéy uderza płaszczyznę AB, to iest bądź więcéy bądź mniéy ściska się na téyże płaszczyznie AB, ponieważ czas tén iedynie zawisł od siły sprężystości kuli.

## §. XIII.

Uderzénié się kul sprężystych równémi biegami naglonych.

Fig. 49.

Dáymy, że dwie kule doskonale sprężyste bieżące prędkościami C i D będącémi w stósunku odwrotnym miąższości kul M i N spotykaią się z sobą wprostsrzodkowo w O. a iawna iest rzecz, że punkt O spólny obu ciałóm w czasie trwaiącégo uderzania żadnégo biegu mieć nié może, gdyż w tym punkcie schodzą się dwa biegi równé i wprost sobie przeciwné MC, i ND (Xię. I. Rozd. I. 4.). Możémy więc wystawić sobie, iakby rzeczony punkt O padał na płaszczyznę AB nieruchomą i doskonale twardą, i że uderzénie z obu stron na téy płaszczyznie się dzieie. Zaczém obiedwie kule odskoczą po téyże saméy linii pionowéy NM, i z tąż samą prędkością, z którą przed uderzéniém biegły (11. i 12.).

§. XIV.



## §. XIV.

Uderzénié się kul sprężystych, z których iedna spoczywá.

Fig. 50.

Lecz, ieżeli iedna kula sprężystá miąższości N spoczywá, drugá zaś miąższości M z prędkością C w kierunku EF bieży, i w kulę N srzodkowo i wprost uderzá, możemy myślą wystawić płaszczyznę jeometryczną CD, na któréyby obie kule położoné były, i którąby miała bieg postępny z prędkością $\frac{MC}{M+N}$ ku téyże stronie EF, i biegąc unosiła razém z sobą obie kule, i że kula M na téy płaszczyznie má ieszcze bieg osobny z prędkością $\frac{NC}{M+N}$ ku EF, a kula N, bieg osobny z prędkością $\frac{MC}{M+N}$ w przeciwną stronę w kierunku FE. Tak albowiém w saméy rzeczy biegiém składanym kula M postępuie z prędkością $\frac{MC+NC}{M+N} =$ $\left(\frac{M+N}{M+N}\right)C = C$ w stronę EF; kula zaś N spoczywá (Xię. I. Rozd. I. 2. i 4.). A że bieg płaszczyzny przez uderzénié nié może się odmiénić, biegi zaś osobné kul maią prędkości $\frac{NC}{M+N}$ i $\frac{MC}{M+N}$, które prędkości są w stósunku odwrótnym z miąższościami M i N, a zatém w tychże samych stósunkach-

kach zostaną, i po zaszłém uderzéniu zmiéniwszy tylko w stronę przeciwną kierunek (13.), idzie stąd, że po skończoném uderzéniu kula M biegiém składanym poydzie z prędkością $\frac{MC-NC}{M+N}$, kula zaś N z prędkością $\frac{2MC}{M+N}$. I tak gdy kula doskonale sprężysta, miąższości 2, z prędkością 6 uderza prosto i srzodkowo w drugą kulę także doskonale sprężystą i spoczywaiącą miąższości 4, ta po uderzéniu bieży z prędkością 4, tamta zaś odskakuie z prędkością 2.

## §. XV.

Kula sprężysta uderzywszy się o płaszczyznę nieruchomą sprężysta podobnie odskakuie iak od płaszczyzny twardéy.

Zaczém gdy dwie kule doskonale sprężyste równych są miąższości, a iedna z nich wprost i srzodkowo prędkością C nabiéga na drugą spoczywaiącą, ta po skończoném uderzéniu pobieży prędkością C kuli uderzaiącéy, uderzaiąca zaś na mieyscu zostanie, gdyż w tén czas iest, $MC - NC = o$, $\frac{2MC}{M+N} = C$. Lecz gdyby kula spoczywaiąca miała miąższość niezmierną, albo była nieruchomą (9.), w takim razie kula uderzaiąca od niéy odskoczyłaby, tak właśnie iak od ciała doskonale twardégo i nieruchomégo (11.). Albowiém ieżeli miąższość N iest nieskończénie wielka, tedy prędkość $\frac{2MC}{M+N}$ staie się



nieskończénie małą, czyli zgoła niknie (8.) a zatém kula N niewzruszoną zostaie. Ale w takim razie i różnica między $N+M$ i $N$, iest nieskończénie mała, to iest żadna, tak dalece, iż bez żadnego błędu znacznego można kładź N zamiast $N+M$. Zaczém prędkość kuli nabiégaiącéy po uderzéniu będzie $= -\frac{NC}{N} = -C$; z czego się pokazuie, że rzeczona kula odskoczy z tąż samą prędkością, z którą na drugą nabiegła.

## §. XVI.

Uderzénie się lub sprężystość iakokolwiek w jednym kierunku bieżących

Niech biegą dwie kule doskonale sprężyste miąższości A i B z prędkościami iakiémikolwiek P i Q w jednym kierunku, i niech iedna o drugą uderzą wprost i srzodkowo, w takim razie po skończoném uderzéniu prędkość kuli A będzie $= \frac{AP+2BQ-BP}{A+B}$ a prędkość kuli B $= \frac{2AP-AQ+BQ}{A+B}$. Przypuśćmy bowiém, że obie kule są położone na płaszczyznie geometrycznéy CD, którąby postępowała w kierunku obydwoch kul z prędkością Q, kuli uderzonéy B, a iawną iest rzecz, iż przez ten sposób przy kuli A zostanie osobno prędkość $P - Q$ na płaszczyznie, kula zaś B na teyże płaszczyznie spoczywać będzie.

będzie. Przypuściwszy więc że A iest = M, B = N, P — Q = C, prędkości na płaszczyznę z uderzénia pochodzące będą następuiące, to iest $A = \frac{AP - AQ - BP + BQ}{A + B}$, kula $B = \frac{2AP - 2AQ}{A + B}$ (14.). Dodawszy więc do obu prędkości wymiénionych spólną prędkość płaszczyzny, rzecz iest oczywista, iż po skończoném uderzéniu kula A póydzie z prędkością którą można nazwać $R = \frac{AP + 2BQ - BP}{A + B}$, a kula B z prędkością, którą można nazwać $S = \frac{2AP - AQ}{A + B} + \frac{BQ}{B + A}$. A tak, ieżeli kula iest miąższości 4, z prędkością 12, a uderzá w drugą kulę miąższości 6, która témże kierowaniém bieży z prędkością 3, po uderzéniu będzie tamtéy kuli prędkość R = 1, 2, a téy S = 10, 2. obie zaś tém samém kierowaniém póydą, którém szły przed uderzeniém.

## §. XVII.

Uderzénié kul sprężystych, które się

Jeżeli kula uderzona B idzie kierunkiém wprost przeciwnym kierunkowi kuli uderzaiącéy A, tedy prędkość iéy Q iest odiémna, a zatém kula A po uderzéniu pobieży z prędkością $R = \frac{AP - 2BQ - BP}{A + B}$ a kula



B pobieży prędkością $S = \frac{2AP + AQ - BQ}{A + B}$. z sobą zbiégaią kierunkami przeciwnémi.

Tak w przykładzie poprzedzaiącym, ieżeli kula 6, wprost się zbiéga z kulą 4 prędkością 3, po uderzéniu kuli 6, będzie prędkość bez R = — 6 : a kuli 4, = + 9 = S. Zaczém w takowym razie obie kule odskakuią, uderzaiąca z prędkością 6, a uderzona z prędkością 9. Ale czyli kule biegą témiż samémi, czyli wprost przeciwnémi kierowaniami, zawsze iednak gdy równą maią miąższość przez uderzénié odmiéniaią się ich prędkości i kierunek. Albowiém w tén czas iest $R = \frac{AP + 2AQ - AP}{2A} = \frac{+}{-} Q$; a $S = \frac{2AP - AQ + AQ}{2A} = + P$. tak dalece, iż po uderzéniu kula, któréy prędkość była + P ma prędkość $\frac{+}{-} Q$, kula zaś któréy prędkość była $\frac{+}{-} Q$ po uderzéniu dostaie prędkości + P.

## §. XVIII.

Dwoiaki skutek uderzénia.

Przez uderzénié się ciał dwoiaki się dzieie skutek, naprzód kształt ciał uderzonych choć nie zawsze co do oka odmiénia się, a potém bieg nieiaki z jednego ciała w drugié przechodzi, kształt we wszystkich przez uderzénié odmiénia się, choćby też naytwardszych (8.). Przez tę zaś odmianę kształtu zawsze nieiaka część

ka biegu ginie w ciele uderzaiącém, którá do ciała uderzonégo nie przechodzi: i z téy to przyczyny, gdy się bawimy wyszukiwaniém praw biegu, zawsze przypuszczamy, że ciała które się uderzaią, ieżeli nie są doskonale sprężyste, przynaymniéy doskonale twardémi bydź muszą, to iest, że przez uderzénié tak mało się ściskaią, iż przy odmianie swoiégo kształtu żadnéy znaczněy cząstki z swego biegu nie tracą. Lecz ieżeli ciała są doskonale sprężyste, bieg który przy odmianie kształtu ginie, natychmiast znowu się przywraca w obu ciałach, chociaż w kierunku przeciwnym, tak dalece, że nawet i w tych ciałach, których prawa uderzenia dopiéro *Hugeniusz* i *Wreniusz* odkryli, summa biegów iednego kierunku taż sama zostaie po uderzéniu, która i przed uderzéniém była; ieżeli zaś ciała, albo zgoła sprężystości nié maią, albo tylko mało co są sprężyste, summa biegów iednakowego kierunku zawsze znacznie się zmnieysza uderzéniém, chyba że toż uderzénié bardzo iest małe: wtedy bowiém, chociaż toż uderzénié ustawicznie się powtarza, przecięż wszelki bieg z jednego ciała w drugié przechodzi, bo w takowym razie kształt w ciałach prawie nieskończénie mało się odmienia. Ale im z większą prędkością iedno ciało na drugié nabiéga, tém też większá część biegu ginie, a w uderzéniu tak mocném, przez



przez które się ciała rozsypuią, żadén bieg często nie powstaie, bo cała siła ciała uderzaiącégo obrácá się tylko na odmianę kształtu i na rozerwanié części ciała uderzonégo. Toż samo się prawdzi, gdy iakié ciało ciągniémy a nie uderzámy. Stąd łatwo wyrozumieć można, iż prawa uderzénia, które wyżéy przywiedliśmy piérwszy ráz odkryte przez *Walizeusza* w tén czas tylko maią mieyscé gdy kształt ciał uderzéniém znacznie się nie odmiénia, to iest, gdy uderzénié iest bardzo małé, albo gdy bieg, który w ciele uderzaiącém ginie, iest nieskończénie mały.

## §. XIX.

Z téy przyczyny położywszy kulę iaką na tablicy poziomey, gdy ią zwolna iakiém ciałém ciężkiém i kruchém popychámy n. p. rurką gliniana, alboli téż gdy ią pomału ciągniémy nicią cieńką, za czasém możémy iéy wielką dadź prędkość: przeciwnie zaś, ieżeli rzuconą kulę mocno pociągniémy albo popchniemy, nić się zerwie albo rurka się złamie, a kula albo mało co się poruszy albo wcale nic. Podobnymże sposobém, rurka gliniana albo inna rzecz iéy podobna, położona na dwóch naczyniach szklanych, gdy w nią mocno uderzámy, kruszy się, a naczynia nie poruszone zostaią, lecz gdy zwolna uderzámy, rurka cała zostaie, a naczynia albo się wywracaią albo tłuką. Tak i kule z dział woien-

Przykłady obu rzeczonych skutków.

nych wystrzelone, gdy uderzaią w ciała dziurawią ié albo kruszą, a ledwie co z mieysca wyruszaią.

## §. XX.

Kule sprężyste pod iakim kątém uderzaią płaszczyzny sprężyste, pod takiemiż odbiiaią się.

Fig. 51.

Jeżeli kula doskonale spręży tá iednorodna uderzá na płaszczyznę AB nieruchomą a doskonalę twardą albo zupełnie sprężystą tak, iżby srzodek rzeczonéy kuli szedł kierunkiém EC pod kątém ECG nachylonym do linii CG równoległéy do płaszczyzny AB, tedy bieg EC, z którym tén srzodek uderzá płaszczyznę rzeczona, rozebrać się może na dwa biegi, to iest na CG, GE czyli FC. Dopełniwszy bowiém prostokąt CG EF, iasno się pokazuie, iż kula ma razém dwa biegi, iedén FC, prostopadły do płaszczyzny AB, drugi GC równoodległy od téyże płaszczyzny, z których biegów poślédni uderzéniém odmieniony bydź nié może ; gdyż kula, gdyby tén tylko bieg miała nie uderzyłaby się o płaszczyznę : drugi zaś bieg FC uderzeniém się odmienia na bieg równy i wprost przeciwny (15.). Zaczém wykreśliwszy prostokąt FCIH, podobny i równy prostokątowi FC: EG, iawną iest rzeczą, że kula po uderzéniu postępuie odmienionym biegiém CI = CG, ku J, i razém biegiém CF ku F. Zaszém srzodek kuli będzie po linii CH, to iest odbiie się kula od płaszczyzny tak, iż kąt ECF uderzénia, równy iest kątowi HCI odbicia, a oba té kąty



kąty na iednéyże płaszczyźnie leżą, ieżeli zaś bądź kuli C, bądź płaszczyzny AB, bądź obu sprężystość iest niedoskonała, pewna tylko część n. p. CL biegu całkowitégo FC znowu się przywraca siłą sprężystości: a zatém, poprowadźmy liniia ML równoodległą od płaszczyzny, poznać można że kula odskoczy wprawdzie kierowaniém CM, ale pod kątém MCI, mnieyszym niż ECG, wreszcie każdy widzi, iż uderzénié rzeczonéy kuli było ukośné, bo kierowanié iéy do płaszczyzny iest ukośné (3) a iednak srzodkowé, gdyż liniia DC, do płaszczyzny uderzénia prostopadła przez srzodek ciężkości kuli przechodzi (4.).

## §. XXI.

Skutek uderzénia mimosrzodkowégo.

Fig. 52.

Od uderzénia mimosrzodkowégo zawsze niejakie wahanié pochodzi. Niech się albowiém uderzaią dwa ciała w punkcie B tak, iżby srzodek ciężkości C, ciała uderzonégo przypadał za kierunkiém uderzénia BD. Daymy, że na płaszczyznie przechodzącéy przez ténże kierunek BD i przez srzodek ciężkości C, poprowadzoná iest liniia FG do linii BD prostopadła, a iawná iest rzecz, iż przez uderzénié ciałém A, drugié ciało tak zaczyná się obracać, iż punkt F z pomiędzy wszystkich innych punktów na linii FG położonych náybardziéy w górę póydzie kierunkiém BD. (5.) Zaczém liniia FG na początku biegu

będzie miała położénié HI nie prostopadłe do DB, lecz ukośné, srzodek zaś ciężkości przyydzie na E. Poprowadźmy więc liniią LM, przez punkt E od liniy FG równoodległą, i równą iéy, a iasną iest rzeczą, iż można uważać iakby wszystkié punkta linii FG biegiém postępnym przeszły na LM, potém zaś iakby rzeczona liniia LM pokręciła się około srzodka ciężkości tak, że punkt L, poszedł w górę przez IH, punkt zaś M razém zstąpił na dół przez MI. Niech będą N i P pewné punkta na linii LM z obu stron srzodka ciężkości leżące, i niech iedén z nich ma miąższość N, drugi miąższość P, piérwszy samym biegiém kołowym przebieży NO. a drugi w tymże samym czasie liniią PQ wymiérzy, prędkości zaś w kołowaniu tych dwóch punktów są = NO: PQ = EN: EP. Zaczém ich biegi będą = N. EN: Q. EP, to iest: iak wagi punktów, gdy ciało iest ciężkié (Xię. II. Rozd. II. 12.). Że zaś każdá waga po iednéy stronie srzodka ciężkości ma równą wagę sobie przeciwną z drugiéy strony tegoż srzodka, idzie stąd, że cały bieg kołowaniá linii EM, równy iest biegowi kołowaniá linii EL. Są zaś té biegi sobie wprost przeciwné, czyli iedén z nich iest dodatny, drugi ogiémny. Zaczém summa biegu kołowaniá w całéy linii LM = o, to iest żadné o biegu pewnym iakim kierunkiém, ani powiększyć ani zmniey-



zmniey zyć nié może. Lecz ieżeli pewny punkt n. p. N ciała uderzonégo na płaszczyznie CDB obrácać się poczyna około punktu E, całe ciało dla spoyności swoich cząstek razém kręcić się pocznie około osi prostopadłéy przez E do owéy płaszczyzny (Wstęp II. 2.). Co zaś o wagach i biegach iednéy linii prowadzonéy przez srzodek ciężkości ciała powiedzieliśmy, toż samo má się rozumieć, o każdéy innéy linii, przez tenże srzodek przeprowadzonéy. Zaczém ogólnie mówiąc summa biegów kołowaniá wszystkich zgoła cząstek w ciele równá iest zero, a zatém biegu w stronie BD, ani zmnieyszyć ani powiększyć żadnym sposobém nié może. Dáymy że oba ciała zbiiaiące się, są doskonale twardé a nie sprężyste, bieg zaś uderzéniém utracony od ciała A iest = Aa, oczywista iest rzecz, że gdy summa biegów w jednę stronę dążących uderzeniém się nie odmiénia (2. 18.) bieg postępny ciała uderzonégo B, którym srzodek ciężkości iego przechodzi z C na E powinién równy bydź Aa, i równoodległy od biegu uderzénia, a zatém ieżeli iego prędkość iest b = CE; Bb iest = Aa zaczém przez uderzénié mimosrzodkowé zawsze dwa biegi powstaią w ciele mimosrzodkowo uderzaném: iedén postępny zupełnie równy tému biegowi, który zginął w ciele uderzaiącém przez owo uderzénié: drugi kołowy

około

około osi przechodzącéy przez srzodek ciężkości pochodzącéy od spoyności cząstek ciała uderzonégo z nierówną prędkością uderzonych.

## §. XXII.

Srzodek uderzénia. Fig. 47.

Ciało iakie uderzaiąc na inné ciało F nieruchomé i bezsprężyste, traci wszystek bieg swóy postępny, ieżeli uderzá srzodkowo, pozostaie zaś zawsze w niém iakaś część biegu, ieżeli uderzá mimosrzodkowo. Zaczém ciało biegiém postępnym idące spotkawszy na drodze ciało nieruchomé, wtedy naymocniéy nań uderzá, kiedy toż uderzénié iest srzodkowé. Dáymy, że płaszczyzna DCE przechodząc przez srzodek ciężkości C ciała uderzaiącego iest prostopadła do kierunku uderzénia AB, punkt ow téy płaszczyzny, przez który liniia AB przechodzić powinna, ażeby uderzénié na ciało nieruchomé F było naywiększé, nazywá się srzodkiém uderzénia *centrum percussionis*. Łatwo zaś pokazuie się, że w kafarach, stęporach młyńskich i w innych ciałach, które biegiém postępnym na drugié nieruchomé wpádaią, srzodek uderzénia przypáda tam, gdzie i srzodek ciężkości. Ale ieżeli ciało tęgié uderzaiąc o drugié obrácá się około osi nieruchomey a oraz nabiégá na iaką przeszkodę nieruchomą, oba srzodki uderzénia i ciężkości zawsze się od siebie różnią,



różnią, to iest srzodek uderzénia nie przypáda tam, gdzie srzodek ciężkości.

## §. XXIII.

Srzodek uderzénia wahadłem ciężkiém. Fig. 53.

Niech będzie liniia AB maiącá ciężkość, która to liniia około srzodka czyli około osi zawieszénia A wykrésla biegiém swoim łuk DBE i niech napáda będąc na AF na zawadę czyli na iakié ciało nieruchomé, a iawną iest rzecza, iż kierunek każdégo iéy punktu a zatém i kierunek, którym idąc w ciało nieruchomé uderzá, iest prostopadły do AF: przeto téż i srzodek uderzénia będzie na téyże saméy linii AF (20.). Lecz ieżeli srzodek wahania téyże linii ciężkiéy iest w punkcie C; tedy ponieważ ona tymże samym sposobém biegá, iak gdyby cała iéy miąższość zebraná była w jedén koniec C linii tęgiéy AC, bezciężkiéy i bezmiąższéy, maiącéy koniec drugi przytwierdzony na A, i ponieważ miąższość gdyby w ten punkt C zebraná była wpadaiąc biegiém postępnym na zawadę nieruchoma, traciłaby cały swóy bieg, nie będąc nawet przyczepioną do punktu A (6.) łatwo się poznaie, że ow srzodek wahania, który się zawsze różni od srzodka ciężkości (Xię. II. Rozd. IV. 17.) w tén czas iest razém i srzodkiém uderzénia; bo rzeczona liniia tęgá, gdy innym punktém którymkolwiek n. p. punktém O natrafia na zawadę nieruchomą traci także wprawdzie cały swóy bieg, ale w tym razie wywiérá siłę

nie

nie tylko na ciało uderzone, lecz i na oś zawieszénia A: w tén czas albowiém trzeba ią brać za dzwignią prostą, któréy punkt O iest nieruchomy, punkt zaś C pewna siła popędzá albo ciągnie, która to siła nié może bydź w równoważności, chyba że i na punkcie A iaka siła znaydować się będzie, któraby tę równoważność utrzymywała. Z czego dochodzimy, że liniia ciężka AF, gdy uderzá punktém O, całą swoię siłę wywiérá na ciało uderzone, lecz ieżeli innym iakim punktém uderzá, częścią tylko całéy siły swoiéy bije w ciało, drugą zaś częścią ciągnie srzodek nieruchomy zawieszénia A, a zatém z nayważszą siłą w ciało uderzá, gdy punktém C uderzá.

## §. XXIV.

Srzodek uderzénia w linii iakożkolwiek się obrácaiącéy około punktu nieruchomégo, iest srzodkiém iéy wahania.

Niech się liniia AB nie waha, ale siłą iaką inną, nie zaś ciężkością iakożkolwiek się obrácá około punktu nieruchomégo A, będzie w niéy zawsze ténże sam srzodek uderzénia. Jeżeli bowiém w uderzaniu tymże samym sposobém ruszá się iak gdyby się wahała, iawna iest rzecza, iż srzodek iéy uderzénia ténże sam zostanie co i srzodek wahania. Lecz ieżeli tylko punkt iéy pewny n. p. O má równą prędkość gdy się liniia waha, i gdy innym sposobém iakimkolwiek obrácá się około A, wszystkié razém inné punkta téyże linii w obu przypadkach równé biegi mieć będą, a zatém



tém i cała liniia w obu zdarzéniach iednakowym sposobém ruszać się będzie: bo którégożkolwiek punktu innégo n. p. F prędkość do prędkości punktu O, zawsze iest iak AF: AO. Jeżeli zaś iaki punkt n. p. O z większą prędkością biegá, niżby w położéniu naszego kraiu wahać się mógł, można wystawić sobie, iakby w innym iakim kraiu liniia AB wahała się, w którym siła ciężkości większá iest, niż u nas, n. p. przy biegunach: bo czy dlá prędkości pomnaża się, czy zmnieysza srzodek wahania w linii AB, ténże sam zawsze zostaie. Zaczém powszechnie mówiąc, srzodek uderzénia linii AB tam zawsze przypadá gdzie i srzodek iéy wahania, bądź liniia rzeczoná iest ciężka, bądź nie iest, czyli (co na iedno wychodzi) iakążkolwiek siłą, i w jakikolwiek sposób obrácá się około punktu A.

## §. XXV.

Srzodek uderzénia w ciele w jakikolwiek sposób obrácaiącém się.

Jeżeli bierzémy liniia ciężką AB nie prostopadle zawieszoną z punktu nieruchomégo A, ale ukośnie do osi pozioméy nieruchomey AD, na nici tęgiéy bezciężkiéy DB wiszącą, ta liniia wahaiąc się wykréśli część powiérzchni ostrokręga, a sama będzie wahadłém składaném, w którém srzodek wahania C, od osi nieruchomey DA daléy przypadá, niż srzodek ciężkości O. A że w wahadłach pospolitych które pionowo wiszą na sztyfciach bardzo Fig. 54.

dzo cieńkich, srzodek wahania przypada na linii prostopadłéy do osi nieruchomey, którą liniia i przez srzodek ciężkości przechodzi, i żeli względém linii ukośnéy podobnie przypuścimy, że srzodek wahania iest na linii EF prostopadłéy do osi, i przechodzącéy przez srzodek ciężkości O, tén srzodek wahania F, nie będzie wprawdzie srzodkiém uderzénia C, ale wszelako w jednéyże odległości EF = GC od osi nieruchomey znayduie się. Przeto w każdém ciele całkowitém, które się obrácá w jakikolwiek sposób około osi, srzodek uderzénia zawsze będzie w téyże samey odległości od osi, w któréy iest srzodek wahania, lubo częściey przypadnie za tą liniią, która przez srzodek ciężkości ciała przechodząc, iest do osi prostopadłą.

## §. XXVI.

Użytek nauki o srzodku uderzénia.

Użytek téy nauki o srzodku uderzénia iest bardzo obszerny. Młotki, siekiéry, i inné tym podobné narzędzia, których w przybiianiu albo rękami rzeczy spoczywaiących, czyli nieruchomych używamy, w czasie uderzénia ruch kołowy maią około iakiéysiś osi, któréy mieysce przypada w ręku uderzaiącego. Zaczém każdemu łatwo iest poznać, że kształt tych narzędzi taki bydź powinien, iżby srzodek wahania przypadał w owéy ich części, którą się uderza. Z téy przyczyny rzeczonych narzędzi niższe części czyli rękoieście, z lek-



kiego drzewa, wyższé zaś z żelaza się robią. Gdy bowiém żelazo daleko cięższé iest od drzewa, srzodek wahania przypada w żelazie, którém uderzamy. Jeżeli zaś rękoieść iest przydłuższá albo przycięższá, tenże srzodek blizko rękoieści przypada, i w tym razie uderzénié od dalszych części pochodzącé słabé iest albo chybné. A ieżeli rzeczony srzodek iest w samey rękoieści, narzędzié staie się wcale nie użytecznem, i z uderzénia więcéy ręka ciérpi, niż rzecz w którą uderzamy. Z téy to przyczyny lekkié toporki żelazné bywaią z krótkiémi toporzyskami. Taż sama iest przyczyna krótkich rękoieści w szablach: postrzégamy, że lekkié są cięciá końcém szabli, albo mieyscém blizkiém rękoieści, i że daią się czuć ręce uderzaiącéy.

## §. XXVII.

Srzodek ciała uderzonego albo srzodek ruchu udzielnego.

Srzodek uderzenia, o którym dotąd mówiliśmy, zawsze iest w owém ciele, które w jaką zawadę nieruchomą uderzá, prócz tego i w ciele uderzoném, bądź to iest wolné ruchomé, bądź obrácać się tylko może około osi nieruchomey: podobny punkt także znayduie się, który zawsze przypada na kierunku uderzénia w tén czas, kiedy ciało uderzoné nabywá náywiększego poruszénia od uderzénia. Ten punkt niektórzy nazywaią także srzodkiém ciała uderzonégo (centrum corporis per-

percussi) albo srzodkiém biegu udzielonégo (centrum motus communicati): bo gdy wahadło spoczywaiące uderzamy, żeby przez uderzénié nabyło naywiększéy prędkości, pospolicie nie w srzodek wahania, ani w srzodek ciężkości, ale w jnny punkt iaki uderzyć trzeba; gdy więc srzodek biegu udzielonégo często zupełnie się różni od prawdziwégo srzodka uderzénia, o którymeśmy wyżéy powiedzieli, przeto dla uniknienia błędów oba te srzodki właśne nazwiska mieć powinny.

## ROZDZIAŁ III.

### *o dźwięku czyli głosie i o rozchodzéniu się iego.*

### § I.

Jak się rozchodzi ruch przez kule równé i iednakowo sprężyste rzędém ułożoné.

Fig. 55.

Jeżeli wielé kul równych iednorodnych i doskonale iednakowo sprężystych tak położymy, iżby wszystkich srzodki A, B, C, D, na iednéyże linii AD przypadały, i gdy piérwsza kula potoczy się biegąc iednostaynie kierunkiém AD, z jakąkolwiek prędkością n. p. p przebiegłszy drogę EF, aż do drugiéy kuli B uderzy w nią wprost i srzodkowo, i po skończoném uderzéniu stanie: kula zaś B pobieży z tąż prędkością p, z tym kierunkiém, którym kula A przed uderzéniém biegła (Rozd. II. 15.).

Zaczém



Zaczém daléy kula B uderzy w kulę trzecią C, podobnymże sposobém ta w czwartą, i tak daléy aż do ostatniéy, a nakoniec gdy poruszénié przez cały rząd kul przeydzie, wszystkie kule staną na mieyscu, oprócz ostatniéy, która z prędkością p, kierunkiém AD toczyć się będzie iednostaynie. Toż samo stanie się ze sześćianami, graniastosłupami, walcami, i z jnnémi tym podobnémi ciałami, byleby tylko były iednorodné, równe i doskonale sprężyste, i byleby ich srzodki ciężkości na iednéy linii prostéy przypadały.

### §. II.

W jakim czasie ruch rozchodzi się przez kule rzędém ułożoné, równé i sprężyste.

Piérwsza kula nayprzód drogę EF przebiégá, a potém w drugą kulę uderzá: ta zaś po uderzéniu toż samo czyni co piérwsza uczyniła, toż samo się dzieie z następuiącemi kulami. Zaczém czas w którym się ruch rozchodzi po całym rzędzie kul AD składá się z czasów uderzénia i z czasów, w których odległości między kulami będące przebiégané bywaią. Czas uderzénia dwóch którychkolwiek kul zawsze iest równy (Rozd. II. 12.) a zatém można go oznaczyć przez t, i ieżeli bierzémy równé odległości między kulami, ponieważ każdá kula swoię odległość od drugiéy przebiégá z tąż samą prędkością p, z którą piérwsza kula na drugą nabiegła, drugi także czas C w którym się przebywá iednakowá odległość, zawsze iednakowy będzie. Jeżeli więc

więc są n. p. 4 kule, cały czas, w którym się ruch rozchodzi z A aż do D będzie = 4t + 3C. Ten zaś czas zaczyna się od chwili, w któréy piérwszéy kuli srzodek z prędkością p, przychodzi na mieyscé A, i trwa aż do téy chwili, w któréy srzodek ostatniéy kuli D po skończoném uderzéniu całéy prędkości nabywa p. Prawda to iest, że po skończoném uderzéniu, na ostatniéy kuli srzodek iéy iuż nie znayduie się na D; gdyż srzodek piérwszéy kuli w samém uderzéniu przebiega nieiaki przeciąg d w czasie trwaiącego uderzénia (Rozd. II. 14 12.) toż samo się dzieie z innémi kulami, tak dalece, iż ruch rozchodzi się w czasie 4c + 3C przez przeciąg AD+d. Lecz że przeciąg mieysca d, względém srzednicy kul, iest bardzo mały, przeto zaniechać go można, bez żadnego błędu znacznego.

## § III.

Jak ocenić siłę sprężystości z biegu rozchodzącego się czyli uderzonego.

Czas nazwany C zależy od prędkości początkowéy, to iest, od prędkości p, którą piérwsza kula uderza na drugą: przeto tenże czas tém mnieyszy bydź musi, im większa iest prędkość p. Że zaś czas t, zależy iedynie od siły sprężystości kul, więc on zawsze iest iednaki, bądź prędkość p powiększa się, bądź zmnieysza się (Rozd. II. 12.). Ruch rozchodząc się przez szereg kul razém i ginie w każdéy kuli uderzaiącéy, i rodzi się w każdéy



żdéy uderzonéy, tak dalece, iż iedna iego połowa od saméyo uderzénia nie zawisłe od sprężystości, a druga połowa (Rozd. II. 8.) od saméy siły sprężystości razém i niszczy się i rodzi. Ponieważ więc do zniszczénia lub zrodzénia iednakiégo biegu w równym czasie iednakiéy potrzeba siły, idzie zatém że siła sprężystości kul tak wielka iest, iż nią samą w czasie uderzénia, w każdéy z tych zrodzić się może bieg całkowity, którym ona potém bieży.

## § IV.

Rozchodzé się ruchu przez kule stykaiącé się.

Zaczém ieżeli wszystkié kule z sobą się stykaią, czas C wszędzie ginie. Przeto gdy wiele kul równych z słoniowéy kości zrobionych wprost leżą z sobą się stykaiące, postrzegamy, że uderzywszy w piérwszą wszystkie na mieyscu zostaią prócz ostatniéy, która z tąż samą prędkością i tymże kierunkiém toczy się, iak gdyby piérwsza kula w nią sama uderzyła. W tym przypadku będzie cały czas, w którym ruch idzie od piérwszéy kuli aż do ostatniéy, tém krótszy, im większa iest siła sprężystości w kulach (Rozd. II. 12.). Że zaś wszystkie kule są równie sprężyste, i czas uderzénia między którémikolwiek kulami zawsze iednakowy będzie, a zatém ruch rozchodzi się iednostaynie. To iest, czas przechodzénia iego od pierwszéy kuli do któréykolwiek następuiącéy zawsze będzie iak liczba kul, które się iuż poruszyły;

przez

przez równą zaś liczbę kul, ruch zawsze się rozeydzie w czasie równym, bądź prędkość początkowa iest wielka bądź mała, bo czas C w takowym razie niknie.

## §. V.

Jakim sposobém dźwięk po powietrzu się rozchodzi.

To, cośmy dotąd powiedzieli, można przystosować do rozchodzénia się dźwięku po powietrzu. Gdy albowiém strona AB w powietrzu zwolna się waha, powietrzé z jednéy strony zgęszcza się, a z drugiéy się rozrzedza, ale się nie rozrywa, zgęszczoné zaś płynie tak długo ku rzadszému, póki rzeczoné wahanié strony nie ustaie (Wstęp X. 22.). Lecz ieżeli strona drgá z wielką prędkością i waha się, powietrzé się rozrywa, i cząstki iego oderwané tym się sposobém wzruszaią, którym ciało osobné, i od reszty powietrza oddzielone (Rozd. II. 18. 19.). Zaczém gdy w ostatnim tylko razie dźwięk słyszeć się nám tylko daie, (Rozd. II. 20.) idzie stąd, że dźwięk innym sposobém powstać nié może, iedno gdy cząstki powietrza poodrywané w takiéy liczbie uderzaią, iak ciała osobné i oddzielone. Wykładam to iaśniéy, każdy punkt w stronie n. p. D, uderzaiąc w powietrzé kierunkiém CD, odrywá cząstkę powietrza bardzo małą w tymże kierunku i naprzeciw innému powietrzu pędzi. Ta cząstka z takąż siłą uderzaiąc w powietrze, z iaką punkt D, odrywá drugą cząstkę powietrzną także bardzo małą w tymże kierunku, druga



druga trzecią, trzecią czwartą i tak daléy. Stąd łatwo wyrozumiéwamy, że dźwięk rozchodzi się linią prostą DF tak, iak gdyby na téyże linii prostéy leżało wiele cząstek powietrznych równych i z sobą się stykaiących. Daléy gdy te cząstki wszystkié są równé i doskonale sprężyste (Wstęp X. 6.) każdy widzi, iż dźwięk w tén sposób rozchodzi się przez linią prostą DF, iak ruch idzie przez szereg kul doskonale i iednakowo sprężystych z sobą się stykaiących, a zatém że się rozchodzi iednostaynie.

## §. VI.

Jakim sposobém wiatry rozchodzénié się dźwięku przyśpieszaią albo opóźniaią.

Prędkość dźwięku przez wiatry znacznie się powiększa albo zmnieysza (Wstęp X. 30.). Albowiém wiatr pomyślny owę linią powietrzną, po któréy dźwięk się rozchodzi popędza, przeciwny zaś odpędza, tak dalece, że prędkość dźwięku gwałtownieyszym nieco wiatrém pomnożyć się albo zmnieyszyć może na 50 stóp w jednéy sekundzie (Wstęp VIII. 9.). Ale dla większéy lub mnieyszéy obfitości wyziewów ziemi w czasie pogodnym albo pochmurnym, prędkość dźwięku iak doświadczono, ani się powiększa ani zmnieysza, bo dźwięk nie przez wyziewy, ale przez samo powietrzé rozchodzi się. Nad to dźwięki słabé i mocné, z jednakowąż prędkością rozchodzą się (Wstęp X. 31.) bo rzeczona prędkość od

saméy sprężystości i gęstości powietrza pochodzi, a nie od piérwszego uderzénia w powietrzé. Wreszcie dzwięki, bądź wysokié bądź niskié iednakową prędkość maią, bo każdé z osobna wzruszénié powietrza tymże samym sposobém z tąż samą prędkością rozchodzi się, bądź powolniéy bądź prędzéy, iedno po drugiém następuie.

## §. VII.

Jak dzwięk działa na ucho.

Gdy ruch od strony albo od iednégo ciała brzmiącégo udzielony tym sposobém iak powiedzieliśmy do uszu naszych dochodzi, nerwy ucha od powietrza go wypełniaiącégo wewnątrz poruszaią się, i słyszymy ton, ieżeli rzeczone poruszénia w powietrzu, iedné za drugiémi w równych czasach następuią, który ton, tém iest wyższy, im przeciągi czasu są mnieysze, (Rozd. I. 11.). A powszechnie mówiąc wszystkie zgoła dzwięki podobnym sposobém daią się nam słyszeć, tylko że często owé wzruszénia powietrza nieporządnie w nierównych czasu przeciągach powtarzaią się. Prawda że każdé z osobna poruszénié powietrza, tak słabé iest, i tak prędko iedno po drugiém idzie, że go rozeznać nié można, ale cały szereg poruszéń nerwy tak wzrusza, że go czuiémy. Z téy przyczyny nie czuiémy tracénia w nerwie ucha od powietrza, ale czuiemy przez zmysł słuchu sam dzwięk, *co iest słyszeć.* Uczucié zaś dzwięku, który słyszymy, nie od własności poruszéń poiedyńczych zależy, ale raczéy od szeregu tychże poruszéń, to iest od większéy albo mnieyszéy prędkości i od porządku, którym iedné po drugich następuią.



## § VIII.

Za co dzwięk przez saméliniie proste zawsze się rozchodzi

Doświadczénié naucza, że dzwięk nie rozchodzi się, tylko przez liniie proste (Wstęp X. 34.) czego przyczynę ażebyśmy doskonale wyrozumieli, porównywáymy siłę sprężystości z siłą ciężkości. Gdy wodę albo inny pływ w jakiém naczyniu zamykamy, ten nie tylko dno naczynia tłoczy ale i boki, gdyż ściśnione cząstki iégo na wszystkie strony ustępuią. Podobnymże sposobém i powietrzé w jakiém naczyniu zamknięté, gdy ié ściskámy, nie tylko tym kierunkiém, w którym iest ściśnione, ale na wszystkié strony rozpiéra naczynié siłą swéy sprężystości, przeto że iest płynné. Lecz gdy woda przez rurę prostopadłą z obu końców otwartą przechodzi, całym swym ciężarém wolnie spada, właśnie iak gdyby rury nie było, a zatém iéy boków nie rozpiéra. Zaczém i dzwięk gdy się rozchodzi przez rurę prostą z obu końców otwartą, w któréy powietrzé strona drgaiąca ściska kierunkiém wzdłuż osi rurnéy idącym, żadnégo ciśnienia nie wywiéra na boki rury; bo do uczyniénia tego ruchu, na którym się

dźwięk zasadzą, potrzebna iest cała siła sprężystości powietrza, a zatém nic się z téyże siły nie pozostaie, czém by rura ciśnioną bydź mogła; przeto i odrzuciwszy rurkę, dźwięk na boki rozchodzić się nie może, ale zawsze liniią prostą idzie. Różne zaś punkta strony drgaiącéy rozmaitémi kierunkami biią w blizkie cząstki powietrza i ściskaią oné; a że té cząstki tak się poruszaią, iak gdyby oddzielone były od reszty powietrza (5.) i każdá z nich w tym tylko kierunku porusza się, podług któréy iest ściśnioną, dźwięk więc od strony idzie różnémi promieniami od siebie odstępuiącémi. Cząstki powietrza które składaią iaki promień, są tak drobné i szczupłé, iż wielka ich liczba, przez otwartość ucha naszego, razém przechodzi, acz ta otwartość iest bardzo mała; ponieważ nie tylko wielé dźwięków razém słyszymy, ale i każdy dźwięk, który słuchém rozeznaiémy powstać nie może inaczéy, tylko gdy wielé promieni brzmiących w ucho nasze razém wpadá (Rozd. I. 19.)

## §. IX.

Dźwięku ubywá w stósunku dwumnożnym odległości

Lubo gdy kula iaká dźwięk wydaie, wszystkie iéy razém punkta drgaią, wszelako wystawić sobie w myśli można iakoby drganie to zaczynało się od punktu srzedniego kuli, który tegoż drgania udzielałby innym punktóm sobie przyległym té znowu



znowu dalszym co ráz, w taki sposób, iżby dźwięk tén wychodził od srzodka kuli przez liniie proste w różné na około strony idące, i co ráz bardziéy od siebie odległé, a im dalszé od srzodka na tych liniiach będa punkta drgaiące, tém słabszy dźwięk będzie, tak dalece, że dźwięk w wielkich odległościach przez rozchodzénié się iego promieni słabieie prawie w stósunku dwumnożnym odległości od ciała brzmiącego.

## §. X.

Odmiany mocy dźwięku lub głosu pochodzące od wiatru lub gęstości powietrza.

Wiatr wieiąc w tę samą stronę, w którą dźwięk lub głos rozchodzi się unosi promienie iego, a przeto tén sam skutek sprawuie, iak gdyby w powietrzu spokoyném ciało brzmiące zbliżone było do uszu na pewną odległość, to iest powiększa moc brzmienia czyli głosu. Wiatr zaś przeciwny tamuiąc rozchodzénié się promieni brzmienia osłabia moc iego, tak właśnie, iak gdyby ciało brzmiące daléy się odsunęło od słuchaiącego. I znowu gdy promienie brzmiące rozchodząc się przez powietrzé natrafiaią na warstwę iego rzedszą lub gęstszą, w takowey warstwie rzeczone promienie łamią się, a to bardziéy niż przedtém, iuż oddalaiąc się, iuż zbliżaiąc się ku sobie: w piérwszém więc zdarzéniu moc brzmienia osłabia się, w drugiém się natężá. I dla téy to przyczyny łatwiéy słyszeć można na dole stoiąc mówiących na

na wiérzchołkach gór wysokich, a niżeli słyszą będący na wiérzchołkach mówiących na dole. Powietrze bowiém im wyżéy nad powiérzchnią ziémi, tém rzadszé iest (Wstęp X. 10.).

## §. XI.

Odbijanié się dźwięku od powiérzchni chropowatych.

Jeżeli promiéń brzmiący biegąc natrafia na ciało sprężyste, cząstką powietrza rzeczonému ciału blizka, przebiegłszy mieyscé bardzo małé, gdy w nie uderzá (2.) znowu przez takowéż mieyscé od owégo ciała odskakuie. Zaczém promiéń brzmiący, tak właśnie iako promiéń światła odbiia się w tén sposób, iż kąt promiénia odbitégo równy iest kątowi promiénia uderzaiącégo, a oba té kąty na iednéyże płaszczyznie leżą (Rozd. II. 18.). A że niemal wszystkié ciała, których powiérzchnie są znacznie chropowaté, nie odbiiaią tak dobrze dźwięku, iak zwierciadła odbiiaią światło, ale raczéy zwyczaynie go rozpraszaią; przeto i promiénie brzmiące odbité, nié mogą dostatecznie poruszyć ucha naszégo, chyba gdy są gęste, a zatém gdy w wielkiéy obfitości do ucha naszego wpadaią. Są zaś gęstszémi promiénie brzmiące, gdy się zewsząd odbiiaią od ciał twardych, a nie rospraszaią się na wszystkié strony. Gdy ciała na około będące, są miękkié nie sprężyste, dźwięku nie odbiiaią, ale w sobie go tłumią. Z téy przyczyny głos albo dźwięk łatwiéy słyszymy na ulicy,



ulicy, niż w polu otwartém, a łacniéy w pokoiu niż na ulicy. W pokoiu nawet głos bardziéy brzmi gdy pokóy iest próżny i ściany są gołé, niż gdy się ludźmi napełni, albo ściany má obité; przeto i łoskot od grzmotów albo od dział woiennych tęższy iest po mieyscach górzystych, niż na równinach i na mieyscach zewsząd otwartych: głos zaś natężá się, gdy przez trąbę lub rurę mówimy, z czego łatwo wyrozumiewámy skuteczność trąb słuchowych zwanych stentoreyskiémi (tubus acusticus vel stentoreus (Wstęp X. 35.); także i dzielność owych sztuk wydrążonych z drzewa, które się podkładaią pod strony muzyczné (Rozd. I. 18.). Podobnymże sposobém dźwięk w powietrzu zgęszczoném przez powietrzociąg w bani bardzo się natężá.

## § XII.

Kiedy słyszymy odgłos czyli ecko.

Jeżeli dźwięk raz tylko się odbiiá od iakiégo ciała twardégo i sprężystégo, tedy promiénie odbité, gdy inné okoliczności są iednakowé, *nayprzód* tém gęstszé będą, im wpadaiące gęstszémi były: *powtóre* im więcéy promieni niemal prostopadle do powiérzchni (odbiiaiącéy dochodzi. Jako bowiém gęstość światła na płaszczyznie promiéniami równoległémi oświeconéy zależy od kąta, pod którym promiénie na ową płaszczyznę padaią (Wstęp XIII. 2.), tak téż i gęstość brzmiących promieni równoodległych iaką płaszczyzną prze-

cię-

ciętych, gdy inné okoliczności są iednakowé, na téyże płaszczyznie iest naywiększa, gdy rzeczoné promiénie do płaszczyzny dochodzą prostopadle. Żebyśmy tedy odgłos słyszeli przez odbiianié się dźwięku, dźwięk który się odbiia, przymocnieyszy bydź powiniéń, i większa część iego promiéni powinna dochodzić niemal prostopadle do powierzchni odbiiaiącéy.

## §. XIII.

Różné gatunki odgłosu.

Lecz ieżeli ciało brzmiącé iest bardzo blizkié powiérzchni odbiiaiącéy, a dźwięk główny z odbitym tak się mięszaią, że obu rozeznać nié można, w tén czas rozleganié się dźwięku czyli głosu a nieodgłos słyszymy. Zaczém nie dosyć iest na tém, że promiénie brzmiącé są gęste wtedy kiedy się odbiiaią, ale trzeba ieszcze do słyszénia odgłosu, aby ciało, które odbiia dźwięk od nas i od ciała brzmiącégo, dosyć odległé było. Daymy n. p. że między ciałém brzmiącém i odbiiaiącém iest odległość na 520 stóp Paryzkich, i że dźwięk główny trwa przez 1", a łatwo iest wyrozumieć, że gdy dźwięk potrzebuie 1", aby doszedł tam, skąd się odbiia, i równégo czasu, aby powrócił na mieyscé, z którégo wyszedł; człowiek stoiący nie daleko tegoż mieysca słyszeć może naprzód dźwięk główny a potém odbity: bo dźwięk przymocnieyszy nawet ledwie iednę



iednę sekundę trwaniém zaymuie. Jeżeli zaś odległość, w któréy iesteśmy od powierzchni odbiiaiącéy, ieszcze iest większa od owego oddalénia, w którém zostaiémy od ciała brzmiącégo, wtedy częstokroć słyszeć się daią kilkakrotnie powtórzoné dźwięki. Tak będąc w wielkiéy odległości od powiérzchni odbiiaiącéy, wiele zgłosek które głośno wymawiamy, a zbliżaiąc się co raz bardziéy mniéy, potém iednę tylko zgłoskę, a nakoniec ani iednéy nawet wyraźnie powtórzonéy nie usłyszymy. Nad to odgłos bywa czasém wielokrotny, ieżeli albo wiele ciał dźwięk odbiiaiących znayduie się w różnych okolicznościach, albo ieżeli promiénie brzmiącé dwa razy, albo trzy, albo i więcéy odbiiaią się od ciał wprost na przeciwko sobie będących, a to tak ieszcze, że każdy z osobna dźwięk odbity rozeznać można.

## §. XIV.

Odbiianié dźwięku i światła przez zwierciadła.

Jeżeli powiérzchnia iakiégo ciała sprężystégo, iest bardzo gładka n. p. zwierciadła, tedy promiénie dźwięku i światła co do większéy części porządnie się od niéy odbiiaią, tak dalece, że w takowym razie i przysłabszy dźwięk często słyszymy wyraźnie (a). Chropowatość albowiém przy-

Fig. 58.

(a) Jeżeli CAB iest równorzutnią (Parabola) F iéy ognisko, AE zaś oś, wiadomá iest rzecz, że każdy promiéń DC, od osi AE równoodległy

Fig. 57.

przyrodzoną wszystkim ciałom gładzéniém wráz bardziéy a bardziéy się znosi, a chociaż i naygładszé powiérzchnie nie są tak doskonale równé, iak powiérzchnie matematycznie uważané, iednakże daleko bliżéy do nich przystępuią, niż nie wygładzoné. Zatém i daleko więcéy promieni bądź dźwięku, bądź światła odbiiaią, a daleko mniéy tychże promieni zazwyczay rozpraszaią. Jeżeli AB iest płaszczyzną geometryczną, która wszystkié zgoła promiénie należycie odbiiá, C zaś punktém świécącym albo brzmiącym, poprowadziwszy liniią CD prostopadłą do płaszczyzny AB i przeciągnąwszy ią do E tak, iżby było DE = CD, pokazaliśmy wyżéy na

gły odbiiá się w równorzutni do F, i wzaiémnie ieżeli w ognisku F znayduie się punkt świécący, każdy promień iego tak się odbiiá w równorzutni, iż od osi iéy iest równoodległym. Z czego łatwo wyrozumiéwániy, że ieżeli dwóch téy figury zwierciadeł CAB i GHI, osi, AF i HV na iednéyże linii AH przypádaią, wszystkié promiénie wychodzące z ogniska F iednégo zwierciadła, znowu się zbiéraią w ognisku V drugiégo. Jest też doświádczéniém rzecz stwiérdzoną, że ieżeli w ognisku F iednégo z takich zwierciadeł położymy zegarek kieszonkowy, gang iego czyli bicié słabé w odległości 50 kroków, przyłożywszy ucho do ogniska V. drugiégo zwierciadła, słyszeć można, chociaż w pośrzód odległości między zwierciadłami żadnégo bicia gangu nie słychać (Winkler Untersuchungen der Natur und kunst, na karcie 283.).



na inném mieyscu (Wstęp XI. 8.), że wszystkié promiénie tak się odbiiaią, iak gdyby prosto wychodziły z punktu E. Jeżeli więc GBEAF, iest ostrokręgiém, albo ostrosłupém, którégoby wiérzchołek był E, oś Ec, a przecięcié do osi prostopadłé AB, tedy wszystkié promiénie odbité w obrębie tego ostrokręgu, albo ostrosłupa zbiéraią się; lecz ieżeli AB iest płaszczyzną znacznie chropowatą, tedy promiénie odbité na wszystkié się strony rozpraszaią prawie iednostaynie, a zatém daleko rzadszé są w obrębach ostrosłupa albo ostrokręgu GBEAF, niż w piérwszym razie były. Zaczém dźwięk odbity tém łatwiéy słyszany bydź może w pewnych granicach, im powiérzchniá odbiiaiącá iest bardziéy wygładzoną (17.). Wreszcie od przygwáłtownieyszégo dźwięku przyległych ciał cząstki często drgać zaczynaią (Rozd. I. 19.) których dźwięk pomięszany z dźwiękiém odbitym znacznie go czasém odmiénia i powiększa.

## §. XV.

Budowa ucha.

Dźwięki nawet w samém uchu naszém przez odbiianié się i przez drganié cząstek ucha powiększaią się; gdyż ucho iest na kształt prawie léyku albo trąbki słuchowéy, bo część iégo zewnętrzná i wystawiaiącá, którą właśnie *uchem* zowiémy, iest széroka i wydrążona, wnętrzna zaś wąską i prawie wałkowatá: Ta część będąc

dąc sprężysta odbiia promiénie brzmiące, a te wielokrotnie odbite gromadza się w *otworze słuchowym* (meatus auditorius) nieco wałkowatym, gdzie sprężyste chrząstki i twarde kostki sprawuia nowe dźwięki i z dźwiękiem pierwiastkowym ié mięszaią; gdyż wewnątrz ucha niemal wszystkie cząstki, a naybardziéy błona, które bębenkiém zowiémy, tak są twarde, suche i sprężyste, iż żadnych części innych w ciele ludzkiém mocniéy wyprężonych i ruchliwszych nie znaydziémy. Dźwięk tak natężony dochodzi do nerwu słuchowégo, dzielącego się na wiele gałązek wewnątrz ucho wykładaiących: z wielu doświadczéń pokazuie się, że dźwięki nawet przez zęby i przez wszystkie kości cząstki aż do nerwów słuchowych dochodzić i tak słyszanémi bydź mogą.

## §. XVI.

Dźwięk często nie od strony drgaiącéy pochodzi, albo od innégo iakiégo ciała sprężystégo, ale od samégo powietrza, lubo powietrzé drgać nie może. Albowiém każdá część powietrza od siły zewnętrzney naciśnioną, natychmiast się rozszérzá, skoro taż siła działać przestaie, ale znowu włá na siłą ściśnioną bydź a zatém drgać nié może. Jednakże cząstki powietrza gdy się znagła rozszerza, ale nie wszystkié razém pospolicie iedné po drugich rozciągaią się: że zaś każdá cząstka rozszérzaiąca

Dźwięk częstokroć od samégo powietrza pochodzi.



cá się wzruszá powietrzé na około siebie będącé, przeto wielé się w niém dzieie poruszéń, które iedne po drugich bardzo prędko następuia tak, iak gdyby iakié ciało twardé i sprężysté drgaiąc w powietrzé uderzało: te iednak uderzénia pospolicie bardzo w różnych czasu przeciągach iedné za drugiémi idą. I taki to iest dźwięk pochodzący od wiatrów, dział woiennych, grzmotów i od innych ciał, które przez powietrzé bardzo prędko bieżąc, znacznie go ściskaią (Wstęp X. 2.).

## §. XVII.

Podobnáż iest przyczyna dźwięku czyli głosu w narzędziach dętych: te albowiém tak są zrobioné, iż gdy ié nadymamy, powietrzé do nich nié może inaczéy wchodzić, tylko iakowym otworém ciasnym, co prędkość iego pomnaża (Wstęp VIII. 7.). Zaczém szczupły strumyk powietrzny z wielką szybkością w takie narzędzié wpadłszy, ponieważ słupek powietrza tém narzędziém obięty, prawie żadnégo z niém nié ma spoiénia, srzodkiém obu bieży w stronę, w któréy naymniéy oporu znayduie, a zatém ściská wpodłuż cały słupek powietrzny. Ten zaś ściśniony w części, w któréy tylko może, natychmiast się rozszérzá i powietrzé blizkié końca tego narzędzia wzruszaiąc nieiaką swą częścią z niéy wychodzi. Zaczém powietrzé wdęte natychmiast zaymuiąc mieyscé powie-

Dźwięk czyli głos w narzędziach muzycznych.

wietrza ubyłégo ow słupek znowu dopełnia. Gdy wdymanié powietrza tym sposobém daléy idzie, słupek powietrzny znowu ucalony tak, iak i piérwéy wzdłuż się ściska, a potém szypko się rozszérzaiąc w przyległé powietrzé zewnętrzné uderzá: i té to słupa powietrznégo narzędziém obiętégo, koleyno ściskania się i rozszérzania w równych czasu przeciągach po sobie następuią; bo równa siła w równéy miąższości w równym czasie, sprawuie ruch iednakowy. Z czego się pokazuie z jakiéy przyczyny piszczałka n. p. w graniu, zawsze daie ton pewnéy wysokości. Słup albowiém powietrzny w narzędziu znayduiący się wcale tak się ma, iak strona drgaiąca, z tą tylko różnicą, że on nie zawsze iedénże, lecz coráz inszy, acz zawsze równy sobie. Zaczém wysokość tonu piszczałki pochodzi od długości i miąższości słupa powietrznégo (Rozd. I. 7.), to iest: od grubości i długości piszczałki: sprężystość zaś téy strony powietrznéy, będzie równa słupowi żywégo srébra na 28 calów Paryzkich blizko wysokiému. Jeżeli piszczałka w srzodku má iaką dziurkę otwartą, daie taki ton w graniu, iak gdyby w mieyscu owéy dziurki była uiętá i skrócona.

## §. XVIII.

Krtáń i

Podobnymże sposobém robi się głos w ludziach i w zwiérzętach. Narzędzie zaś



zaś, którém się głos robi, má w sobie dwie części, rurkę prawie wałkowatą z płuc wychodzącą, krtaném (Arteria aspera) zwaną i wierzch téyże rurki czyli kanał powietrzny (la rynx), przyłożywszy palce do gardła macaniém, rozeznać ie można. Krtań iest obszernieyszy od kanału powietrznégo, składá się z części twardych chrząstkowatych i kościstych, w górze má dziurkę podługowatą, która się głośnią nazywa (Glottis). Powietrze w oddychaniu z płuc przez krtań do kanału powietrznégo, a stamtąd przez głośnią do ust wypędzoné sprawuie głos mowę i śpiéwanié. Każdy rodzay zwierząt má głos sobie właściwy, który cały zależy od kanału powietrznégo i od głośni. U ludzi kanał powietrzny na pół cala podnosić się może nad srzednią swą wysokość, przez co się głośniá ściská i tyléż na dół opáda, przez co głośniá rozszerzá się. Przykładaiąc palce do kanału powietrznégo, pokazuie się, że dlá wydawaniá głosów wysokich, cały kanał powietrzny podnosić się musi, a niekiedy z takiém natężeniém, iż głowę w tył przechylámy: opáda zaś ténże kanał gdy głosy niższe wydaiémy. Zaczém w śpiewaniu kanał powietrzny ráz się podnosi drugi ráz opáda, razém téż głośniá albo się ściská albo rozszerzá. W mówiéniu kanał powietrzny spoczywá, bo tony wyniosłością i spuszczéniém nie

kanał powietrzny.

wiele

F.165 B886.



wiele się różnią, a głosu odmiana przez ułożenié ust dzieie się. Wymawiamy zaś słowa które się z głosek składaią; z tych głosek spółgłoskami zowiémy owé, które wymawiamy przyciśnieniém ięzyka do iakiéy w gębie części, do ust albo do zębów; samogłoskami zaś, które się wymawiaią bez żadnégo przyciśnienia ięzykiém.

## §. XIX.

Przyrodzénié światła

Światło do dzwięku bardzo wielkié ma podobieństwo, z wielką nader prędkością idzie prosto tak iako dzwięk, i promienie iego liczné nie mięszaią się choć przez małą dziurkę różnémi kierunkami przechodzą. Odbiia się od zwierciadeł, od powiérzchni nierównych odbité, tak się rozpruszá iako i dzwięk (Wstęp XI. 6. 8. XII. 38.); a iako gdy dzwięk powstaie przytęższy wszystkié ciała blizkié drgaią i brzmią, tak téż i wielé ciał nieprzezroczystych, gdy przez czas są na słońcu, potém w ciémném mieyscu słabé światło z siebie wydaią. Zaczém iest rzecz bardzo podobna do prawdy, że światło w jakiéyś materyi subtelnéy płynnéy i sprężystéy, tém samym sposobém rodzi się i rozchodzi, iak głos w powietrzu; która to materyá wszędzie z powietrzém i ze wszystkiémi ciałami ziémskiémi mięszá się, i za obrębém powietrzokręgu naszego po niezmiernych nieba przestrzéniach rozciąga się: oprócz tego zaś bardzo sprężyste bydź musi, gdyż światło





światło zdaleko większą szypkością rozchodzi się niż dzwięk. Newtona mniemanié nie zdaie się bydź dowodliwé, który sądzi, że zmysł widzenia tak iako i zmysł powoniénia, niejakiémi wyziewy bardzo cieńkiémi poruszony bywá, i że promienie światła ze słońca, i z innych ciał świécących ustawicznie wypływaiąc przez ciała przezroczyste, i przez samé oczy naszé na wszystkié strony wolné przeyścié maią.

# ROZDZIAŁ IV.

## *o spoyności w ciałach*

## § I.

Ciała giętkié tęgié i ciągłé.

Wszelkié ciało albo iest stałé albo płynné (Xię. I. Rozd. II. 3.). Stałé znowu albo giętkié, gdy się łatwo naginać może, a nie łamie się, albo tęgié: ciągłém zaś to się nazywá, które bądź łatwo, bądź z trudnością znacznie podłużoném bydź może, a nie rozrywá się. Ciało bardzo giętkié iako to strona muzyczna, iest téż ciągłé, i łatwo znacznie się przedłużá zawieszonym iakim ciężarém, i nawet ciała takié, przez samo naginanié rozciągaią się, a zatém ciała té, które się bardzo naginać mogą, znaczney téż długości nabywaią bez rozerwania. Tak wiadomo iest przez doświádczénié, że strona długá na 3 stopy

Paryzkié ciężarém dwóch funtów Paryzkich przedłużyć się może na 9 liniy, ciężarém dwoistym na 17, troistym na 23. czworakim na 27 liniy, (Mem: de Paris 1705); z czego s ę razém pokazuie, że takowe ciała przez natiąganié wráz mniéy ciągłémi się staią, i że równym ciężarém tém mniéy się podłużaią, im więcéy są iuż podłużone i napięté. Zaczém gdy ustawicznie ciężaru przybywá wreszcie rozrywaią się tak, iako i inné ciała wszystkié nieciągłé, których bez rozerwania znacznie podłużyć nié można.

## § II.

Siła spoyności bezwzględná ciał pomniéy się ich ciągłością.

Ciało znacznie sprężyste i ciągłé, odiąwszy ciężar, którym się podłużało, znowu powráca do piérwszéy długości, z czego się pokazuie, że przez podłużénié i wyprężénié iego, siła która cząstki ciała spaią, mnieyszą się nie staie. Zaczém takié ciało ciągłé bez pochyby większy ciężar przyczyniony wytrzymać może, nim się rozerwie, niż gdyby takową siłę maiąc nie było ciągłém. W tén czas albowiém ciężar zawieszony natychmiástby zmnieyszał w niém siłę spoiénia, gdy zaś iest ciągłém, trzeba naprzod pewnégo ciężaru iakiego do podłużénia, co gdy iuż iest, powiększywszy ciężar dopiéro się osłabia spoiénié w ciele. Zaczém siła, przez którą ciało opiéra się rozerwaniu, i którą zowiémy *siłą spoiénia bezwzględną* w ciele (vis cohae-



cohaerentiæ absoluta) większá się znayduie, gdy inné okoliczności są iednakowé, w ciałach giętkich sprężystych, niż w innych.

## §. III.

Stósunek sił bezwzględnych spoyności ciał nie ciągłych.

Fig. 59.

Jakiéżkolwiek ciało iednorodné stałé i nie iednakowo grubé, w tém się mieyscu rozrywá, w którém iest náycieńszé; zaczém ieżeli całé ciało iest iednostaynie grubé, to iest, ieżeli wałkowaté albo graniastosłupowé rozrywá się na przecięciu do swéy osi prostopadłém: bo takié przecięcié między wszystkiémi przecięciami poprzecznémi iest náymnieyszé. Jeżeli więc dwa ciała wałkowaté albo graniastosłupiasté, nie ciągłé, iednorodné, podobnie zrobioné, ciężarami P i p rozrywaią się w przec ęciach AB, CD prostopadłych do ich osi, siła spoiénia bezwzględna tych ciał równa iest summie sił, którémi się cząstki na powiérzchniach AB, CD z sobą się stykaiące spáiaią. Gdy więc którékolwiek dwa punkta w jedném ciele iednakową siłą są spoioné, iak dwa punkta w drugiém, idzie stąd, że siła bezwzględna w obu ciałach będzie iak liczba punktów z sobą się stykaiących, to iest, iak przecięcié CD albo AB. Daymy n. p. że ciała są wałkowaté, i że srzednica iednego iest do srzednicy drugiégo iak 1:2, tedy bezwzględné siły ich będą, iak 1:4, albo ogólnie mówiąc, iak kwadraty srzednic.

## §. IV.

Stósunek siły bezwzględnéy spoyności w ciałach ciągłych.

Ale ieżeli z dwóch ciał sprężystych iedno iest więcéy ciągłe, drugié mniéy, chociaż oba są iednorodné, to drugié nigdy tyle ciężaru wytrzymać nie może, iakby podług stósunku swéy podstawy wytrzymać powinno (2.) tak sztuki metallowé sprężyste znacznie nagínané i podłużané bydź mogą bez rozerwania, gdy są cienkié, ledwie zaś trochę nagiąć, albo przedłużyć ich można gdy są grubé. Przeto i sztaba żelaza graniastosłupna, któréy podstawa miała w sobie blizko 700 liniy kwadratowych Paryzkich, rozerwała się ciężarém 28000 funtów Paryzkich, kiedy drót iednę prawie liniią kwadratową w podstawie maiący, był rozerwany ciężarém 490 funtów (Experiences sur la tenacité du fer, par M. Buffon). W przykładach dopiéro przywiedzionych, stósunek podstawków był 1: 700, stósunek zaś ciężarów 1: 57, a zatém ostatni od piérwszégo blizko dwanaście razy mnieyszy. Sam gatunek żelaza, z którégo sztaba zrobiona była, zdaie się, iż był daleko podleyszy, niż żelazo w drócie, iednakże pewna iest rzecz, że tak wielka różnica w udzielnéy sile spoiénia naybardziéy wyniknęła z różnicy między ciągłością grubégo pręta i ciénkiégo drótu.

## §. V.

Siła bezwzględná

Niektóre ciała z włokién się składaią, iako to drzewa, strony, powrozy. Takich



ciał, gdy są wałkowaté albo graniastosłupné siła spoiénia bezwzględna, iest w stósunku podstaw, byleby tylko każdé z osobna włokno chociaż ciągłé, było równie mocné, grubé i iedno od drugiégo równoodległé: albowiém im większa iest liczba włokién, tém téż większégo ciężaru do rozerwania ciała potrzeba będzie, liczba zaś włokién zawsze iest w stósunku podstawy ciała. Zaczém stron i powrozów z jednakiéy materyi, siły bezwzględné spoyności, niewątpliwie byłyby w stósunku kwadratów grubości, gdyby włokna ich były od siebie równoodległé, a niepokręconé: doświadczenié zaś naucza, że powrozy tém mniéy wyciągać się daią, i tém się tęższémi staią, im są bardziéy skręconé. Ani ta rzecz dziwna bydź powinna, gdyż włokna w powrozach samém kręceniém natężaią się i przedłużaią, z czego się pokazuie, że w powrozach bezwzględná siła spoiénia, tém bardziéy się zmnieysza, im powrozy są mocniéy skręconé. Tak ze dwóch powrozów wcale sobie podobnych i równych, ale z których ieden iest daleko mocniéy skręcony, niż drugi, ten ciężarém 6205, tamten zaś 4095 funtów rozerwany został (Mem: de Paris 1711), w powrozach iednak konopnych grubych a osobliwie przydłuższych, gdy są miernie skręconé, siła spoiénia bezwzględna, pospolicie więcéy się pomnaża, niż

spoyności w powrozach.

niż w stósunku podstaw. Tak powróz z sześciu włokién równych upleciony rozerwał się ciężarém 631 funtów, podobny powróz z dziewięciu włokién złożony 1014 funtami, powróz z 12 włokién 1564 funtami, a powróz z 18 włokién 2148. funtami (Duhamel art de la corderie); gdyż włokna, z których się powrozy składaią zwłaszcza długié są nieiednostaynie mocné, i zawsze maią w sobie niektóre części od innych znacznie słabszé. Gdy się wielé takowych włokién skręcą, słabé części iednego włokna ściśle się łączą z częściami mocnieyszémi drugiégo, a tak moc powroza, tém iednostaynieysza i większa się robi, im więcéy włokién skręcamy. Zaczém iest pewny stopién skręcania w powrozach, od którégo ich moc naywiększa zawisła. Jeżeli są mniéy kręconé, tedy słabé części włokién z mocnieyszémi nie tak się ściśle łączą, ieżeli zaś więcéy są skręconé, tedy powrozy bardzo wielé z swoiéy ciągłości tracą, a tém samém staią się słabémi; wreszcie powrozy wilgotné mniéy się wyciągaią, i słabszémi są niż suché.

## §. VI.

Różnych ciał rozmaita spoyność.

Powszechnie zaś doświadczono z porównywania ciał co do wielkości, i co do kształtu zupełnie równych, że bezwzględna ich siła spoyności iest bardzo różna, chociaż samé ciała z jednego materyału, czę-



częstokroć udziałané były, bo nie tylko iednego materyału różné się znayduią gatunki, iuż mocnieyszé, iuż słabszé, ale téż i sposób, którym ciała udziałané bywaią z jednegoż materyału, często wielé wpływa w pomnożénié albo zmnieyszénié ich mocy. Między kruszczami stal i żelazo má naywiększą siłę spoiénia, ołów naymnieyszą: przez pomiészanié zaś kruszców i zlewanié, moc iednego różnym się sposobém odmiénia, i nie zawsze w mocy stósunku drugiégo kruszczu. Tak w złocie siła spoiénia bezwzględna srebrém się powiększa a bardziéy ieszcze miedzią, w miedzi cyną, w cynie ołowiém, w ołowiu cyną. Mosiądz, który się robi z miedzi i galmanu, od miedzi iest mocnieyszy. Ale żelazo przymięszaniém cyny, a srébro przymiészaniém ołowiu, kruchém się staie i słabém. Nad to, wszystkié kruszce klepaniém, zbijaniém staią się mocnieyszémi, a czasém we dwoie albo we troie więcéy, iak po odlaniu były, zbyt zaś młotami bité, znowu pospolicie słabieią; tak i ołów kuciém staie się mocnieyszy ale razém i rzadszy, z czego poznaiémy, że moc ciał nie zawisła od ich gęstości. Ale i innych ciał spoiénié często się pomnaża cisnąc, albo biiąc, iako to sukién, które wałkowaniém prawie we dwoie staią się mocnieyszémi.

§. VII.

## § VII.

Tęgość w powrozach.

Strony i powrozy czasém z trudnością zginane i zwiiane bydź mogą : doświadczyć zaś ich można tęgości w następuiący sposób. Wałek ABC obwiń sznurkiém iedwabnym bardzo giętkim, i na iednym iego końcu E zawieś ciężar P, na drugim zaś szalę, na którą włóż ciężar piérwszemu równy ; potém dodawáy ciężaru na szali dopóty, póki wałek około swéy osi poziomie utrzymaney nie zacznie się obracać, tym sposobém wynaydziesz cały ciężar, którego potrzeba użyć na przezwyciężénié tarcia w wałku, gdy go ciężar P z obu stron ciśnie (o tarciu nie bawiąc mówić będziémy). Toż zdiąwszy sznurek iedwabny okręć około wałka, powróz którego tęgość chcesz poznać, z obu iego końców téż ciężary zawieś : to zrobiwszy znowu trzeba będzie przydać iaki ciężar na szali, którymby wałek zaczął się obracać, tén nowo przydany ciężar, będzie równy przeszkodzie, która iest z tęgości powroza. Tym sposobém doświádczono, iż w tymże samym powrozie pomnáża się tęgość prawie tak, iak ciężar P, pomnáża się daléy większém zginaniém : im bowiém mnieyszy iest wałek ACB, a zatém im większa iest wałka i powroza krzywość, tém większego potrzeba ciężaru strony D, żeby wałek począł się kręcić, ze dwóch powrozów wcale sobie podobnych, grubszy

Fig. 60.



szy iest tęższym, a to w stósunku grubości ; ieżeli bowiém srzednice powrozów są iak 1: 2 albo iak 1: 3 a oba równy ciężar P wyciągá, będą téż przeszkody w obwiianiu obu, iak 1: 2 albo 1: 3 . Zaczém gdy liczba włokién grubszégo powroza, który ma srzednicę 2. iest do liczby włokién cieńszégo, którégo srzednica 1, iak 4: 1, idzie stąd, że ieżeli każdé zosobna włokno w jednym powrozie iednakową siłą má ciągnąć iak i w drugim, na grubszym powrozie trzeba zawiesić ciężar 4P, na cieńszym P, w tym razie zaś tęgość piérwszégo do tęgości drugiégo będzie, iak 8P: P = 8 : 1. Podobnymże sposobém, gdy każdé zosobna włokna w powrozie, którégo srzednica iest 3, ma bydź ciągnioné siłą równą, iak włokna w powrozie maiącym srzednicę 1. trzeba zawiesić na piérwszym ciężar 9P, a zatém tęgość grubszégo, będzie do tęgości cieńszégo iak 27: 1. I tak ogólnie się pokazuie, że ieżeli dwóch powrozów zewszech miar do siebie podobnych, ale nie iednakowo grubych, każdé z osobna włokno równie iest natężoné, że mówię tych powrozów tęgości, będą w stósunku sześcianów z srzednic.

## § VIII.

Względna siła spoyności.

Bardzo wielé ciał tęgich łatwo się łamie, choć miernie ié zginamy, tą siłą, którą się opiéraią w łamaniu nazywá się ich siłą spoyności względną, (vis cohærentiæ relativa).

ności w ciałach.

tiva). Między takowémi ciałami, osobliwego zastanowienia godné są balki, w zginaniu podobné są powrozóm tęgim, gdyż równie iako i powrozy z włokién się składaią. Balki poziomey długością, iest tén rozmiar, który idzie kierunkiém włokién w drzewie, wysokością zaś iest wymiar pionowy, a szérokością poziomy, tak wysokość iako i szerokość, iest prostopadłą do długości. Względna zaś siła w balce poziomey, która ma oba końce dobrze podparté równa się summie z połowy ciężaru balki, i z połowy ciężaru, który pośrzód balki ma bydź zawieszonym żeby się zaczęła łamać. Niech albowiém AB będzie liniia pozioma, tęgá i iednakowo ciężka, w końcach A i B podparta, rozdzieliwszy ią na dwie części równé AC = BC. obie té części będą dzwigniami prostémi i równémi. Punkt zaś C dzwigni BC, przez swóy ciężar R, tym samym sposobém na dół idzie, iak gdyby tenże ciężar był zawieszony tam, gdzie srzodek ciężkości E w dzwigni przypada, (Xię. II. Rozd. III. 2.). A zatém trzeba go podnosić siłą $\frac{1}{2}$R, żeby dzwignia zostawała w równoważności (Xię. II. Rozd. III 5.). Podobnymże sposobém punkt C w dzwigni AC równą siłą ma bydź podnoszony. Zaczém punkt C na srzodku linii AB przyciśniony iest ciężarém 2 R, całéy linii tak, iak gdyby na nim zawieszony był ciężar $\frac{1}{2}$R +

Fig. 61.



$\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$R, czyli R a w saméy linii iak gdyby żadnégo nie było ciężaru. Zaczém i pół tego, co ważą balki, dodać należy do owégo ciężaru, którym się łamać zaczynaią; gdyż względna siła spoiénia w balkach, iest równa summie tych ciężarów, albo raczéy bardzo nie wiele od niéy mnieysza.

## § IX.

Względné siły spoyności w balkach iednakowo grubych i podobnych, są w stósunku nieco większym niż odwrótnym długości balek.

Balka poziomá, ciężarém posrzód niéy zawieszonym zgina się w całéy swéy długości, to iest, od iednégo końca podpartégo aż do drugiégo: bo przeciąg iéy między obu rzeczonémi końcami, długością balki podparty nazywámy. Jeżeli zaś srzedni punkt O na osi balki poziomey, któréy długość iest AB, zniżył się na C poprowadziwszy liniie AB, BC łatwo poznać można, że dla wielkiéy w balkach tęgości, oś ich skrzywiona bardzo mało odstąpić może od linii ACB. Zaczém ieżeli oś balki dłuższéy DE, podobnie się zniża na F, tak że iest DF : DC = DE: DB, skrzywienia rzeczonych balek, tak się prawie maią iak łuki kolisté równoodległé przez punkta A,C,B i D,F,E poprowadzoné, gdyż pospolicie balki miernie tylko nagięté łamią się, a zatém strzały OC, OF, balek skrzywionych wprawdzie, ale nie złamanych, są zawsze małe względém długości AB, DE. Zaczém krzywość balki dłuższéy zawsze mnieysza będzie niż balki krótszéy. A przeto ieżeli te balki

Fig. 62.

wcale

wcale podobné będą i iednakowo grubé, to iest równie wysokié i szerokié, pewnie tak się do siebie będą miały, iak powrozy tęgié i iednakowo grubé: takowé zaś powrozy więcéy oporu czynią większéy krzywości niż mnieyszéy (7.). Zaczém iest rzecza dowodliwa, że z balek wcale podobnych iednakowo długich i szérokich, dłuższa mnieyszą siłą zgiętá, a zatém i złamaná bydź może. Wiadomo zaś iest z samego doświadczénia, że się tak rzecz ma, iż siła spoiénia względná w balkach, przynaymniéy w dębowych, w trochę większym stósunku zmnieysza się, iak iest tén, w którym długości balek przybywa. Tak z pomiędzy balek dębowych wcale podobnych na 5 calów stopy Paryzkiéy szérokich i długich, ta się złamała, która była na 7 stóp Paryzkich długá, w przeciągu blizko iedney godziny ciężarém 11,500 funtów Paryzkich, 14 stóp długá 5300, a 28 stóp długá, 1780 funtami Paryzkiémi: ciężar zaś samych balek był 92, 177 i 362 funtów, (Buffon Experiences sur la force du bois). Zaczém siły spoiénia względné w tych balkach miały stósunek 5,9; 2,7. i 1. (8.) długości zaś iak 1, 2, 4 między sobą były.

## §. X.

Względné siły spoyności

Ale dwie balki wcale podobné, równie długié poziomé i w końcach swoich podparté, gdy ich srzodki iednakowym ciężarém



rém ciśniémy, iednakowo téż się zginaią. Zaczém ieżeli iedna balka A n. p. na 6, druga B. na 3 cale iest wysoká i széroká, tęgość piérwszéy do tęgości drugiéy, podług wszelkiégo podobiéństwa, będzie w stósunku sześcianów z długości albo z wysokości, to iest iak 8: 1, bo w obu iako podobnych sobie włokna są równie naciągnioné (7.). Zaczém siły spoiénia względné P i Q rzeczonych balek podobnie będą w tymże samym stósunku, co téż i doświadczénié pokazuie: albowiém z pomiędzy balek dębowych podobnych długich na 12 stóp, iedna która była na 4 cale wysoká i széroká, a ważyła 99 funtów Paryzkich, złamała się ciężarém 2987 funtów, druga zaś na 8 calów wysoká i széroká a 396 funtów ważąca, ciężarém 23450 funtów. Zaczém siły spoyności względné w tych balkach były prawie iak 1: 8. Lecz ieżeli trzeciéy balki C równą długość maiącéy a do balek A i B wcale podobnéy, wysokość iest 6, szérokość tylko 3. cale, łatwo zrozumieć można, że téy siła spoyności względna iest do siły spoyności względnéy w balce A iak 1: 2 a zatém = 4P; gdyż balka A równa iest dwóm balkom C obok siebie położonym, i té balki ciśnioné wcale iednakowym sposobém skrzywiaią się, czyli są złączoné z sobą czyli nie są. Zaczém siły spoyności względné w balkach C i B są między sobą iak

w balkach podobnych i iednako długich i szérokich są w stósunku dwu mnożnym wysokości balek.

iak 4. 1, to iest, w stósunku dwumnożnym wysokości. I tak powszechnie okazać można, że balek podobnych równie długich i szérokich siły spoiénia względné są, iak kwadraty wysokości balek.

## §. XI.

Jakim sposobém siła spoyności względná danéy balki wyrachowaná bydź może.

Zaczém tęgość balek wcale podobnych i równie długich, iest prawie w stósunku składanym z szérokości i z kwadratów wysokości, albo iak wieloczyn z szérokości przez kwadrat wysokości. A że w balkach podobnych i iednakowo grubych tęgość iest w trochę większym stósunku, niż w odwrotnym długości (9.) łatwo wyrozumieć można, iż doszedłszy mocy w mnieyszym graniastosłupie drewnianym, może bydź wynaleziona przez rachunek, blizko prawdziwie tęgość graniastosłupa podobnégo. Graniastosłupek dębowy n. p. na iedén cal szeroki i wysoki, a na 3. stopy długi przełamany został ciężarém 260 funtów Paryzkich. Daymy więc, że w jnnéy małéy balce bardzo podobnéy do tamtéy, równie grubéy, ale na 12 stóp długiéy tęgość iest do mocy graniastosłupa, iak 1: 5, 9. (9.); pominąwszy iéy własną ciężkość, następuie, że powinna się złamać ciężarém prawie 44 funtów. Zaczém podobna balka dębowa 12 stóp długa, a 8 calów wysoka i széroka, złamie się 44, 8. 8, 8, to iest: 22,528. funtami. A że złamana była w saméy rzeczy ciężarém blizko



blizko 24000 funtów (Buffon). Zatém stąd także pokazuie się, że każda balka nierówne boki maiąca większy ciężar włożony wytrzyma, gdy się ciężar położy na boku miąższym niżeli na szerszym. Nad to, balka mocnieyszą się staie, częścią przez pale podstawioné, czyli przez podpory, gdyż tym sposobém niby na wiele balek podziéla się, których długość taka iest iaka odległość podpór (9.) częścią gdy w jakikolwiek sposób tak iest związana z jnnémi balkami, że inaczéy się złamać nié może, chyba z jnnémi spólnie złamana będzie. Balka obu końcami w mur wpuszczona, nie iest znaczniéy mocnieysza, iak gdy na dwóch podporach obu końcami wolnie leży, co doświadczénie potwiérdza. Balka cała iednostaynie ziemią, albo piaskiém, albo w jnny iakikolwiek sposób obładowana, tak się ma, iak gdyby sama cięższą się stała, a żaden ciężar na nią nie był włożony. Zaczém ieżeli ow cały ciężar obładowania razém z ciężarém całéy balki iest R, tymże samym sposobém obciążona iest balka, iak gdyby pośrzód iéy miał ciężar $\frac{1}{2}$R, (8.) a zatém gdy tak iednostaynie podzielony iest ciężar, we dwoie więcéy wytrzymać może niżby wstrzymała maiąc cały ciężar po środku siebie zawieszony.

## §. XII.

Podstawę każdéy kłody, czyli przecięcié do osi kłody prostopadłé można brać Naylepszy

kształt balek.

Fig. 63.

za koło, a podstawę każdey balki wyciesanéy z owéy kłody za prostokąt w tym kole wpisany. A że nieskończoná liczba takich prostokątów w tymże samym kole AEF wpisanych bydź może, iaki iest prostokąt ABDC, z których każdégo przekątnia CB, równá się srzednicy koła. Zaczém z kłód wcale równych różné balki wyrábiać możná iuż szérszé, iuż wyższé. Jeżeli zaś chcémy wiedzieć, któráby balka między innémi náylepszégo kształtu była, szukáymy iaki stósunek między szerokością i wysokością balki, któréy przekątna iest nám wiadomá bydź powinién, ażeby taż balka stała się iak náymocnieyszą, używszy rachunku, znaydziémy, że rzeczony stósunek szérokości do wysokości iest $= 1 \sqrt{2}. =$ (b); z czego się poka-

(b) Dáymy, że $CB = 1$, a będzie bok CD zawsze mnieyszy od iedności, z d daniém, albo uięciém ułomka 9, ieżeli przypuszczámy, że $CD^2 = \frac{1}{3} \pm 9$ a tak będzie $DB^2 = \frac{2}{3} \mp 9$, a moc w balce, którá má bydź z kłody wyrobioná, (gdy długość teyże balki iest iednakowá) iak $DB^2 . CD$ (§. 11.) $= (\frac{2}{3} \mp 9) \sqrt{(\frac{1}{3} \pm 9)}$ Zaczém f2 iest iak $(\frac{4}{9} \mp \frac{4}{3} 9 + 9^2)$, $(\frac{1}{3} \mp 9) = \frac{4}{27} - 9^2 \pm 9^3$. Ze tedy 9 wyráżá ułomek, będzie zawsze $9^2 > 9^3$ a zatém $- 9^2 \pm 9^3$ zawsze ilością odiémną, a przeto $f^2$ iest zawsze ilość mnieyszá niż $\frac{4}{27}$ bądź 9 znaczy ilość odiémną, bądź dodatną. Zaczém 2, a przeto i moc



pokazuie, ze wszystkich balek, których w budowli używámy, tén kształt bydź powinién, ażeby stósunek szérokości do wysokości przypadáł, między stósunkami 2: 3 i 3: 4.

## §. XIII.

Moc w balkach zależy nie od samégo ich kształtu, ale i od innych przyczyn.

Jeżeli iaką balkę dużym ciężarém znacznie skrzywimy, i tak skrzywioná zostanie przez czas dosyć długi n. p. przez kilka miesięcy ciągle, złámie się na koniec, chociáż ciężar którym ią ciśniémy nie przechodzi dwóch trzecich części większégo ciężaru, którégoby użyć potrzeba było, gdybyśmy balkę w przeciągu kilku godzin złámać chcieli. Tego skutku pewnie nie inná iest przyczyna, tylko że drzewa i wielé innych ciáł długo ciśnioné albo ciągnioné, część swoiéy sprężystości tracą, przez zginanié zaś balki się natężaią i rozciągaią. Że bowiém siła, którą balki w łomaniu opór czynią po części od ich sprężystości zależy, a przez sprężystość tém mocniéy się wspiéraią, im więcéy w nich natężéniá i podłużéniá przybywá, (1.) nie iest rzeczą dziwną, iż przez ustawiczné zginanié nieiaką część swéy sprężystości utraciwszy łatwiéy zgiętémi,

P a za-

i moc f balki iest náywiększá, gdy $9 = 0$. W tén czas albowiém $f^2$ iest iak $\frac{4}{27}$; $CD^2$ zaś $= \frac{1}{3}$; $CD = \sqrt{\frac{1}{3}}$ DB zas $= \sqrt{\frac{2}{3}}$, a zatém $CD : DB = \sqrt{\frac{1}{3}} : \sqrt{\frac{2}{3}} = 1 : \sqrt{2}$.

a zatém i złamanémi bydź mogą. Przeto też balka którą wciąż przez kilka miesięcy ciężar przywiększy znacznie krzywił ale nie złamał, potém daleko iest słabszą, niż była piérwéy; gdyż równym ciężarém, owszém i mnieyszym naciśniona znowu często wkrótce się łamie. Zaczém w budowlach długo stać maiących, nigdy nie trzeba obładowywać balek większym ciężarém, iak tylko połową, którymby podług wyrachowania i doświadczénia złamanémi bydź mogły w przeciągu kilku godzin. Balki nawet równé podług różnego drzew rodzaiu, z których się robią, iuż mnieyszym iuż większym ciężarém łamią się. Tak balki z drzew młodych słabszé są, niż balki wyrobioné z drzew które przyszły iuż do pewnégo stopnia doyźrzałości, drewna z gałęzi albo z samégo wiérzchołku kłodziny słabszé są od drewién odziomka, drzewo od kory słabszé iest, niż drzewo od drzénia, także drzewa uschłé słabszé są od żywych. Oprócz tego przez sęki i przez inné włokien przerwania drzewa staią się znacznie słabszémi a czasém przez samę ziémię, na któréy rosną.

## §. XIV.

Ciała łupné i chropowaté.

Są niektóre ciała, w które wbiiaiąc klin, albo rzecz klinowi podobną, łupaią się dosyć daleko, albo téż na wiele się części rozlatuią, zwłaszcza gdy klin uderzéniém



niém wpędzamy w nie a nie ciśnieniém; przyczyna tego zdaie się bydź, że części rzeczonych ciał niby iakiémi nitkami naciągnionémi są złączoné, które to nitki podłużone i targnioné rozrywaią się i rozerwané kurczą się, tak właśnie iako i strony natężoné gdy się rwią, części ich wstecz odskakuią. Z tych ciał iedne pewnym tylko kierunkiém szczepaią się iako to drzewa i kamiénie łupkié (schisty) i té łupnémi nazywamy, drugié ráz iednym, drugi ráz innym kierunkiém na wiele się części rozlatuią, iak szkło, cukier, półkruszce, i te chropowatémi nazywamy (des corps aigres). Z obu tych rodzaiów ciała są twardé i sprężyste, często się łupaią, nawet w tén czas kiedy niektóre ich części bardziéy się podłużą, albo skurczą niż inné, byleby tylko ta nierówność w przedłużéniu albo skurczéniu dosyć wielka zaszła. I tak deski gdy z jednéy strony znacznie bardziéy od ciepła wyschną niż z drugiéy, często z wielkim hukiém pękaią się, gdyż na tén czas włokna w nich bardzo nie równo są ściskané (Wstęp XIV. 17.). Tak i naczynia szklanné albo gliniané, za wlaniém wody wrzącéy pękaią się pospolicie, bo ciepło części ich wnętrzné bardzo rozciąga (Wstęp XIV. 16.). Podobna iest rzecz do prawdy, że z téyże przyczyny i od gwałtownégo dźwięku szkła się rysuią a czasém i pękaią

(III. Rozd. I. 12.); gdyż przez dźwięki iedno brzmiące wiele cząstek we szkle ruchu nabywa, a zatém iedne z nich skrzywiaią się i podłużaią gdy drugie są nieporuszone. Przeto i ciała, które się łatwo rospryskuią, nader kruche bywać zwykły, bo ich części ledwo mogą bydź nieiednostaynie podłużonémi, żeby się nie popsuły.

## §. XV.

Łzy szklanné i flaszeczki Bonońskié.

Szkła i wiele innych ciał twardych przez natężenié gorąca miękkiémi się i giętkiémi staią, zimném zaś twardnieią i tężeią. Mianowicie szkło stopioné, gdy znagła stygnie, to albo samo przez się pęka twardnieiąc, albo téż bardzo małą siłą kruszy się w drobné cząstki. Takim albowiém sposobém studzoné zewnątrz bardzo prędko, wewnątrz zaś bardzo powoli stygnie, a zatém ieszcze ogniém niemal pała, gdy zewnątrz iuż iest zimné, przez co części iego nader nieiednostaynie podłużénia nabywaią i włokna któremi są spoioné, bardzo wielka siła wypręża. Takiéy zaś siły szkło tym sposobém nabywa, znać to na owych kroplach szklannych, które łzami szklannémi (lachrymæ vitreæ) zowiémy, te robią się kapaniém szkła roztopionégo w wodę zimną. Składaią się z główki A, i z cieńkiégo ogónka B, który skruszywszy cała łzownica w proch się rozsypuie, a to ieszcze z taką siłą, iż naczynié

Fig. 64.



czynié szklanné wodą napełnioné cząstkami łzownicy rozpryśnionémi, często przedziurawioné zostaią; gdy główka téyże łzownicy, w niém zanurzona pryska. Naywiększa chropowatość owéy szklannéy kropli zdaie się znaydować w częściach iéy wnętrznych które naypoźniéy ostygły. Bo można uderzać, drapać, owszém zwierzchu osłą główkę przyciérać, a łzownica się nie kruszy. Lecz ieżeli koniec ogónka zginamy, i tym sposobém wnętrzné nitki w kropli bardziéy się podłużaią niż zewnętrzné, kropla natychmiast się kruszy, a to nie tylko w powietrzu, ale i na mieyscu od powietrza próżném. Rzeczona kropla szklanna mocno rozgrzana, a potém zwolna osłudzona traci tę osobliwą własność i za ułamaniém ogónka w proch się nie rozsypuie: łzownicom są podobné owé flaszeczki szklanné nie wielkié Bonońskiémi zwané, które Hutnicy, gdy w nich ieszcze szkło od gorąca prawie iest ciekłé na wolné powietrzé wystawuią, aby znagła ostygły. Bo do tych flaszeczek przez szyykę wpuściwszy kawałek krzémienia dosyć ostry, iżby dno rysował: toż dno acz iest grubé, natychmiast się pęka i wypada, gdy zewnątrz flaszkę można drapać i uderzać bez stłuczénia; gdyż krzemieniém przerznięté nitki wewnątrz flaszeczki, naymocniéy wyprężoné, potężnie się kurczą, a tak dno rozrywaią. Fig. 65.

XVI.

## §. XVI.

Ciała twardé i miękkié.

Wszelkié ciało, które mierną siłą znacznie ściśnioné bydź może, nazywá się *miękkiém*, które zaś tak znacznie się nie ściská *twardém*. Wszystkié albowiém ciała mniéy lub więcéy ściskané bydź mogą nawet naytwardszé (Xię. III. Rozd. II. 10.). Ciała miękkié są dwoiakiégo rodzaiu: *w pierwszym* rachuiémy té, które przez ściśnienié stłaczaią się i gęszczą, iako to: glina mokra, śnieg, piłka, poduszka i t. d. *w drugim* ciała których części ciśnieniu ustępuią, ale nie stłaczaią się n. p. woda, i bardzo wiele innych ciał ciekłych, albo ciepłém zmiękczonych, które pociśnioné rozpływaią się, albo rozciągaią albo w górę idą, a żadnéy odmianie w rozciągu swoim nie podpádaią. Przeto samé ciała stałé na twardé i miękkié dzielić się mogą: bo wszystkie ciała ciekłé są miękkiémi drugiégo rodzaiu. Ale i te albo się mogą zgęszczać, iako to powietrzé, albo niemogą, iako woda (Wstęp X. 1.); pęcherz zaś albo inné naczynié giętkié cieczą zupełnie napełnioné iest na kształt ciała twardégo, gdy ciecza zgęszczać się nié może, a na kształt miękkiégo, gdy przez mierné pociśnienié znacznie się ściská. Ciało miękkié piérwszégo rodzaiu, które téż miękkiém bez żadnégo dodatku zowiémy, bądź iest sprężystém bądź nie iest, pewną siłą, w pewnéy tylko części zgęszczoné bydź



bydź może, ale zgęszczá się tém bardziéy, im większa siła ié ściská. Z czego się pokazuie, iż takowé ciało czyli iest sprężystém, czyli nie iest, opiéra się ściśnieniu, i ieszcze tém mocniéy, im go bardziéy ściskámy, przez ściśnienié zaś staie się twardszém. Tak z doświadczénia mámy, że w budowaniu, albo w biciu palów, nie tylko glina, ale i inné gatunki ziémi tém bardziéy twardnieią, im są mocniéy przyciśnioné. Przeto ciała iednakowo miękkié tém bardziéy się zgęszczaią, im z większą siłą mocniéy ié ściskámy, nie iednakowo zaś miękkié równémi siłami tém więcéy im są miększémi, tak dalece że miękkość w ciałach iest w stósunku składanym z prostégo gęstości, a z odwrotnégo sił, którémi się ciała zgęszczaią.

## §. XVII.

Odpór ciała ciśniéniem zgęszczaiącego się.

Gdy kula twardá na powiérzchnią poziomą gliny miękkiéy i wilgotnéy pionowo spáda, doświadczénié pokazuie, iż głębokości, do których taż kula z mierney iuż większéy, iuż mnieyszéy wysokości spadłszy, w glinę się wbiiá, są w stósunku wysokości spadku. Kula albowiém w glinę wchodząc zgęszczá ią i przebiia. Że zaś siła poiéniá w mokréy glinie iest tylko mała, odpór iéy pewnie naywięcéy od samey gęstości pochodzić będzie, przeto tém większym się stanie, im glina bardziéy iest zgęszczoná, i to im z wyższégo mieysca kula Fig. 41.

la

la spada. Jest więc rzeczą dowodliwą, że spadanie kuli będzie podobne ruchowi strony, która także tém mocniéy się skurcza, im bardziéy od położénia sobie właściwego przez natężénie odstępuie (Rozd. I. 2.) albo też ruchowi wahadła, które z punktu nayniższego N. przez tak bardzo mały łuczek NM, albo ML idzie w górę. Gdy bowiém té łuki są bardzo małe, mogą bydź poczytané za liniie proste, a zatém poprowadziwszy liniie poziomé LQ, MP, prawie będzie LN: MN = QN: PN. Są zaś QN, PN wysokościami, od których zawisły początkowé prędkości na N, a zatém są w stósunku kwadratów z tychże wysokości. Zaczém gdy przez łuki NM, i NL wyrażaią się głębokości dołków w glinie, iasna iest rzecz, że te głębokości powinny prawie bydź w stósunku z wysokościami, z których kula spada, albo w stósunku z kwadratami prędkości, z któremi kula w powiérzchnią gliny uderza.

## §. XVIII.

Odpór ciał, których części, albo się kruszą, albo rozciągaią.

Lecz ieżeli kula z pistoletu wystrzelona w drzewo, albo w inné ciało, którego części mocno są spoione wchodzi, odpór w takiém ciele pewnie od rozrywaniá iego cząstek naywięcéy zależy. Ponieważ zaś każda z osobna cząstka z równą siłą opór czyni w rozrywaniu, iasna iest rzecz, iż całkowity ciała opór, tém większy będzie, im więcéy cząstek w równym czasie rozer-



rozerwaniu podlégá, to iest im z większą prędkością kula na powiérzchnią ciała wpada. Podobnymże sposobém, ieżeli kula spada na powiérzchnią poziomą piasku w kupę zgarnionégo, odpór w tym razie będzie prawie w stósunku prędkości, z którą kula w powiérzchnią piasku uderza. Kula bowiém uderzaiąc w piasek na około go rozpiéra i rozsypuie na boki a ledwie co zgęszcza. Zaczém z równą siłą wszędzie cząstki piasku opór czynią, a zatém cały opór od kupy piasku tém większy iest, im więcéy się cząstek w jednakowym czasie porusza, to iest im z większą prędkością kula w kupę piasku uderza. Lecz dwie kule zupełnie równé z nieiednaką prędkością prostopadle wchodzącé bądź w drzewo, bądź w piasek, równie z swych prędkości tracą, gdy równie głęboko wchodzą, bo tyléż cząstek iedna rozerwała, z mieysca wyruszyła, ile i druga, a każda cząstka tyléż biegu w obu kulach uięła. Zaczém ieżeli iedna kula z prędkością C, druga z prędkością 2C na powiérzchnią ciała nabiégá: piérwsza doszedłszy do głębokości P, cały bieg swóy traci: druga w równéy głębokości, ieszcze będzie miała prędkość C, a zatém do głębokości 2P dóydzie. Powszechnie zaś mówiąc łatwo wyrozumiéwamy, że głębokości wybitych dołków będą w stósunku z prędkościami początkowémi, co się téż do-

doświadczeniem stwierdzą. Jeżeli bowiem na proch stłuczemy suchą glinę, albo kawał cegły, kule równe i podobne spadłszy na powierzchnią poziomą téy kupy prochu wybiiaią dołki, których głębokości są w stósunku trochę tylko większym, niż początkowe kul prędkości; gdyż pewnie byłyby wcale w tym stósunku gdyby proch spadnieniem kuli razem trochę się nie zgęścił (17.).

## §. XIX.

Odporem ciał bieg się zwraca

Fig 66.

Jeżeli kula twarda maiąca za srzodek C, ni prostopadle ale ukośnym kierunkiem CI przez powierzchnią FI, ciała miękkiego P przechodzi; téy kuli nie tylko się prędkość odmienia, ale i kierunek, iakiżkolwiek iest odpór ciała P. Rozdzieliwszy albowiem kuli bieg CI na inné dwa biegi do siebie prostopadłé FI i CF, iasna iest rzecz, że przez odpór ciała P nieiaka część n p. FG, biegu CF ginie, skoro tylko kula do płaszczyzny IF dochodzi w punkcie nayniższym F. Poprowadziwszy więc liniią GH od linii FI równoodległą i równą, można pewnie poznać, iż kula zarznie biédz kierunkiem CH. Potém gdy kula niżéy powierzchni IF zstąpi, ieżeli płaszczyzna DE do kierunku kuli iest prostopadłą, przez srzodek zwolna coráz większá z połowy powierzchni kulistéy DAFE. podobnemuż odporowi podpadá, iak punkt F, od powierzchni krzywéy i równéy ciała P,



P, którá się styka ową cząstką powierzchni kulistéy. Ponieważ zaś bieg kuli równoodległy od powierzchni ciała P, nie może mieć przeszkody od tegoż ciała, a zatém odpór rzeczonego ciała na każdym punkcie iest tamże zwrócony ku C, srzedni kierunek, którym srzodek C przez ténże odpór w górę idzie, przypada między FC i IC. Zaczém ténże srzodek pomału co raz bardziéy odstępuie od linii CA w górę, a zatém przybiéga liniią krzywą COL. Ale skoro cała kula, aż do naywyższego punktu I na kole wielkim, które do kierunku kuli LN iest prostopadłym, zanurzy się pod powierzchnią IF, ow kierunek LN, więcéy się nie odmienia: bo iak łatwo wyrozumieć można, srzedni kierunek odporu na przeciwko połowie powierzchni kulistéy IQM, którá sama odporóm ciała P podléga, przez srzedni punkt Q téyże powierzchni przechodzi, a zatém iest w prost przeciwny kierunkowi srzodek kuli LN. Zaczém kula którá biegła w powietrzu liniią prostą BC w drzewie, glinie, albo w jnném iakiém ciele gęstszém od powietrza, idzie liniią LN, a zatém od prostopadłéy CP odstępuie, tak iako i światło (Wstęp XI. 12.). Tak kule z pistoletów ukośnie wystrzelone w wodzie nawet zbiiaią się z swéy drogi, bo woda bardziéy przeszkadza ich biegóm, niż powietrzé.

Fig. 67.

## §. XX.

## §. XX.

Ciało twarde prostopadle spadłszy na inné ciało miększe od siebie, pospolicie odbiiá się od niego.

Jeżeli ciało twardé na inné miększé z małą prędkością prostopadle nabiegá, tedy od niego pospolicie się odbiiá; gdyż ogólnie mówiąc, ciało uderzoné skruszyć się albo bydź przedziurawioném nié może, chyba że ciało uderzaiące z dosyć wielką prędkością bieży. Jeżeli prędkość iest przymnieyszá, części ciała uderzonégo nie rozrywaią się, ale się tylko stłaczaią (Xię. III. Rozd. II. 16. 17.). Zaczém ciało twardé zwolna wpadaiąc na miększé, albo wcale żadnégo w niém dołku nie robi, ale go stłaczá tylko, i samo się ciężarem ściská i tym się sposobém odbiiá, gdy iest sprężyste, choć tylko po części (Xię. III. Rozd. II 18.) albo téż dołek w niém robi i wbiiá się, lecz nie głęboko, a w tym razie łatwo także odskoczyć może, i w saméy rzeczy odskakuie: bo prędkość iego przez odpór ciała miększégo ustawicznie się zmnieyszá, a zatém przy końcu biegu cząstki rzeczonego ciała, iuż się więcéy nie rozrywaią, ale tylko stłaczaią. Tak kula ołowiana albo żelazná z mierną prędkością uderzaiąc w piéń odskakuie, bo go przedziurawić nié może, a nawet choć go trochę i przedziurawi, odskoczy iednak. Kula ołowiana, maiącá srzednicę $8\frac{1}{2}$ liniy Paryzkich prędkością którą 1600. stóp Paryzkich w jednéy sekundzie iednostaynie przebiédz może, z pistoletu wystrzeloná prostopadle w piéń wiązowy wchodzi do głębokości $4\frac{7}{10}$ calów Paryzkich (Robins Artillerie). Zaczém taż sama kula z wysokości $3\frac{7}{10}$ stóp Paryzkich spadłszy, a zatém pozyskawszy taką prędkość, z którąby w jednéy sekundzie 16 stóp Paryzkich przebiégała (Xię. I. Rozd. V. 2.) gdyby mogła dziurawić piéń, nie weszłaby wéń głębiéy iak tylko na pół linii Paryzkiéy blizko, albo na półsetną cząstkę $4\frac{7}{10}$ calów stopy Paryz: (18.) a zatém łatwoby odskoczyć mogła, chociażby zostawiła nie wielki dołek w drzewie. A że biegąc z tą prędkością drzewa przedziurawić nié może, przeto odskakuie, a drzewo ściśnione sprężystością swoią znowu do dawnégo kształtu powraca, a żadén dołek w niém nie pozostaie. Wreszcie każdy łatwo wyrozumieć może, że odpór w ciałach przymiększych ogólnie zależy od kształtu wielkości i ciężkości gatunkowéy ciał twardych (Wstęp X. 23.).



## §. XXI.

Gdy ciało twardé na miększé wpádá bardzo ukośnie,

Kule z dział woiénnych wystrzelone, wchodzą w ziémię, gdy w nią prostopadle uderzaią, lecz odskakuią, gdy znacznie z ukosa w nią biią. Jeżeli bowiém kierunek kuli CI, do powiérzchni ziémi FI pod kątém CIF dosyć małym, iest schyloný, prędkość CF, w biegu kuli prostopadłym do ziémi zawsze iest mała, a zatém i ku-

choćby też z nayważnieyszą prędkością, tedy iednak od niego pospolicie się odbiią.

i kula małą tylko cząstką około F w ziemię wchodzi i w téy cząstce się stłaczá i odskakuie (20.). Tak więc znowu pod nieco mnieyszym kątem podnosi się (Xię. III. Rozd. II. 20.) i ciężarém swoim przebiégaiąc, tak w ziemię bardzo z ukosa powtórnie uderza, (Xię. I. Rozd. VI. 8.). Tym sposobém kilka razy odskakuiąc na każdém mieyscu, w którém ziémi dopada, bróżdę podługowatą zostawuie, wraz bardziéy w biegu słabieie, á na koniec biédz przestaie. Kule z dział albo z pistoletów bardzo ukośnie wystrzelonć, także od powiérzchni morza, albo ieziora powielokrotnie wystrzelone odskakuią, chociáż odpór z przedziélaniá wody pochodzący iest bardzo mały, tak, że kula gdyby zgoła żadnégo biegu nié miała, własnym ciężarém przez całą głębokość wody, na dnoby poszła. Kula C wyrzucona z wielką prędkością, kierunkiém CD, mało co wyniesionym nad powiérzchnią morza poziomą AB, przez znaczny przeciąg téyże powiérzchni tak bieży, iż wielką iéy część widać nad wodą. Zaczém woda przed kula niby górkę FE czyniąc koło boków téyże kuli nazat spływá, i tém wyżéy się podnosi, im iest większá prędkość kuli (Wstęp II. Rozd. II. 30.). Zaczém dopóki kula tak bieży woda po którey płynie ustawicznie ia w górę podbiia; gdyż słup pionowy FH GE zawsze iest wyższy,

Fig. 68.



wyższy od takowégoż słupa EG IA a zatém ten pośledni ustawicznie się podnosi. Przeto bieg pionowy w kuli iako bardzo mały, tym sposobém ginie, nakoniec ze wszystkiém i kula ściśniona odbiia się, byleby tylko wzniesiénié wody na FE, dosyć wielkié było. Podobnymże sposobém i skorupki albo płaskie kamyki, którémi dzieci czasém dla rozrywki na powiérzchnią ieziora albo rzéki bardzo z ukosa rzucaią, po wielé razy odskakuią, a wreszcie za osłabiéniém rzucénia toną.

## ROZDZIAŁ V.

### *o tarciu*

### §. I.

Tarcié piérwszego i drugiego rodzaiu.

Wszystkich zgoła ciał powiérzchnie nie są zupełnie gładkie, nawet wygładzone i wypolerowané, i ta nierówność ieżeli nie samém okiém doyrzana, tedy przez drobnowidz postrzeżona bydź może. Zaczém gdy dwa ciała stykaią się z sobą, i czyli własnym ciężarém, czyli inną iaką siłą do siebie są przyciśnione, cząstki styrczące iednégo, wchodzą pomiędzy cząstki styrczące drugiégo, przez co bieg ich, gdy ié ciągniémy, albo poruszamy przeszkodę ponosi. Tę zaś przeszkodę w biegu *tarciem* nazywámy (Wstęp XIII. 4.) które tarcié iest dwoiakiego rodzaiu; często albowiém

wiém przez wzmiankowaną niegładkość w powiérzchowniach z sobą się stykaiących nie tylko bieg ciałóm udzielony, tamuie się albo osłabia, ale też nadto inny ruch kołowy w nich powstaie. Tym się sposobém koła wozowé, gdy wóz poziomie idzie, obracaią. Gdy bowiém koło ziémi się dotyka na dole, w jednym tylko punkcie fizycznym pociągnąwszy wóz, części owego punktu styrczące wpadaią na takowéż części ziémi, a koło na rzeczonym punkcie mimosrzodkowému uderzeniu podléga, a zatém obrácá się (Xię. III. Rozd. II. 21.). Podobnym sposobém kule także i inné rzeczy okrągłe na płaszczyznie poziomey popędzone obrácaią się razém i biegą. Zaczém *tarcie drugiego rodzaiu* iest na tén czas, gdy przez chropowatość powiérzchni i ich zetknięcié w jakiém ciele powstaie ruch kołowy: *pierwszego rodzaiu*, gdy żaden takowy ruch nie wynika. Ale trzeba to dobrze pamiętać, że ruch kołowy ciała które podléga tarciu drugiego rodzaiu, od nierówności iego powierzchni, i od nierówności drogi, którą się toczy, pochodzić powiniéń. Jeżeli bowiém ciało dla innéy przyczyny obrácá się, iako to błoczek około swéy osi, gdy z jedney iego strony większy ciężar zawiesimy niż z drugiéy, takié tarcié do piérwszego rodzaiu należy.

§. II.



## §. II.

Gdy ciało D kładziémy na táblicy AB nieruchomey i poziomie stoiącey to własnym ciężárém, albo téż ciężárém sobie przydanym, ciśnie táblicę, a zatém ciągnioné na táblicy poziomie, tarciu podlega, ani się zaczyna poruszać, chyba używszy znacznéy siły, lubo od nayminieyszéy poruszyć by się powinno, gdyby tarcia nie było; zaczém przez samo tarcié poziomie opiéra się, i nieiako odciągá siłą równą téy sile, z którą pociągnioné zaczyna z mieysca się poruszać. Poki albowiém ciągnie go siła, która tarciá nie przewyższa, ruszyć się nié może, lecz skoro owa siła co raz bardziéy lubo zwolna powiększaná, nie co tarcié przewyższy, tedy zaraz ciało się porusza. Zaczém tę siłę zwolna pomnażaną, wtedy kiedy ciało biedź zaczyna sprawiedliwie poczytuiémy za nayblizszéy wyrównywaiącą tarciu. Przeto gdy sznurek iedwabny przyczepimy do ciała, i ténże sznórek założymy na bloch C, w końcu táblicy wprawiony, można wynaléźć wielkość tarcia przez zawieszony ciężar E. Bądź albowiém, że bieg ciała D podléga przeszkodzie od tarcia, które blok ma około swéy osi, przecięż tá przeszkoda, tak iest mała, iż zaniechaná bydź może, byleby tylko szérokość bloku, względém grubości osi, dosyć znaczna była, a obie powiérzchnie należycie gładkié,

Jakim sposobém wynalezioné bydź może tarcié przez ciężar którym ciało na tablicy poziomey, trzeba ciągnąć, nim biédz zacznie

Fig 69.

gdyż ogólnie wielkość tarcia nawet między ciałami zupełnie równémi i podobnémi, które wcale w jednakowy sposób poruszane bywaią, znacznie iuż większą, iuż mnieyszą postrzegamy, tak dalece, że iey dokładnie nigdy określić nie można, lecz tylko przez przybliżénié do granic, które ona przechodzi, lub nie dochodzi. Te zaś granice inaczéy wynalezioné bydź nié mogą, iak tylko przez wielé doświadczéń. Náywiécéy baczénia na to mieć należy, żeby część sznórka FC była pozioma, bo ta tylko przeszkoda w biegu do tarcia należy, przez którą ciało kierunkiém powiérzchni AB niby się wstecz cofa. To wszystko zachowawszy, gdy zawiesimy szalę na E, kładąc na niéy coraz więcéy ciężarów, póki ciało z mieysca isdź nie zacznie, summa tych ciężarów i ciężaru szali, będzie równa tarciu ciała D.

## §. III.

Jak wynalezioné bydź może tarcié za pomocą płaszczyzny pochyłéy.

Drugi sposób do wynaleziénia tarcia iest takowy, ciężar P, ciała położonégo na płaszczyznie nachylonéy pod kątém A do płaszczyzny poziomey można rozdzielić na dwie siły, na iednę V, przez którą ciało płaszczyznę ciśnie, i która iest = P. dost. A. na drugą F = P Wsta: A, która nagli ciało do spadania (Xię. II. Roz. III. 16.). Zaczém gdy iest $P, = \frac{V}{\text{dost. A}}$, będzie $F = \frac{V}{\text{Wsta.}}$



$\frac{V}{\text{dost. A}}$ = V. Stycz. A. Położywszy więc ciało na táblicy ruchomey, i podnosząc ié zwolna co ráz bardziéy nad płaszczyznę poziomą, ieżeli ciało po niéy spádać nie zaczyna, iedno w tén czas kiedy kąt nachylénia, między płaszczyzną poziomą i táblicą iest = r, toż ciało na téyże táblicy poziomie siłą V Stycz. r pociągnioné, zapewnéby się ruszyło z mieysca, gdyby táblica była pozioma, a w ciele sam tylko ciężar P, dosta. r = V znaydował się. Zaczém tarcié ciała iest = V stycz. r (2) Tak gdy na desce miernie wygładzoney kładziémy graniastosłup z drzewa albo z kruszcu zrobiony, nie bardzo ciężki, doświádczénié pokazuie, iż kąt r iest pospolicie od 18. stopniów nieco mnieyszy. Gdy tedy styczna 18°. iest = 0, 32, idzie stąd, że tarcié piérwszégo rodzaiu takowych ciał pospolicie iest mnieyszé od trzeciéy części téy siły, z którą ciała płaszczyznę cisną.

## §. IV.

Prawa tarcia piérwszégo rodzaiu.

I takié to mówiąc ogólnie bywá tarcié piérwszégo rodzaiu, w drzewach, kruszcach, kamiéniach, gdy powiérzchnie tych ciał, ani są chropowaté, ani z wielka dokładnością wygładzoné, ale miernie gładkie, gdy szérokość i długość powiérzchni z sobą się stykaiących iest znaczna, ani tak szczupła, iżby ciała w częściach dotknięcia kończatémi nazwać się mogły; gdy na koniec

niec i siłą, która ciała iedne do drugiego przyciska, iest znaczna. Te trzy warunki przypuściwszy postrzeżono z wielu doświadczeń, że tarcie pierwszego rodzaiu, między drzewami, kruszcami, i kamieniami, koniecznie nieco się powiększa, gdy powierzchni z sobą zetkniętych znacznie przybywa, wszakże naywięcéy zawisło od saméy siły, która ciała przyciska i téy siły pospolicie iest naywięcéy trzecią częścią, a często ieszcze i mnieyszą, kształt zaś powierzchni, które się z sobą stykaią, wcale nic do pomnożenia albo zmnieyszenia tarcia nie wpływa; wreszcie bardzo ciężkich ciał których powierzchnia dotykaiąca się, iest mierna, tarcie daleko mniéy wynosi niż trzecią część ciśnienia. Tak okręty na ziemi nowo zbudowane, przy spuszczaniu na morze własnym ciężarem zsuwać się zaczynaią po płaszczyznie $4\frac{1}{2}$ stopniami do poziomu nachylonéy, i tarcie ich nie dochodzi dwunastéy części ciśnienia, gdyż styczna $4\frac{1}{2} = \frac{787}{10000}$. Co się zaś tycze ciał kończastych chropowatych, albo z wielką dokładnością wygładzonych, lub téż bardzo gładkich, albo małą siłą do siebie przyciśnionych, tych tarcie wprawdzie iest większe, niż w innych, iednakże tak niepewném bywać zwykło, iż go określić zgoła nie można.

§. V.



## §. V.

Przez co się tarcie powiększa albo zmnieysza.

Tarcie się zmnieysza przez gładzenie i polorowanie mierne, ale przez bardzo wielkie, znowu się pomnaża: zmnieysza się téż często wlewaniem cieczy pomiędzy powierzchnie zetknione. Tak między kruszcami, tarcie łoiem albo oleiem, między drzewami i kruszcami łoiem; między drzewem a drzewem mazią, albo mydłem, między drzewem i kamieniami wodą się zmnieysza prawie na szóstą część. Lecz tarcie drzewa o drzewo pomnaża się oleiem i w powszechności wszystkich ciał tarcie miększém się staie, przez rozsypanie prochu czyli piasku, albo téż gdy się ciała bardzo rozgrzeią (Wstęp XIII. 5.). Nad to tarcie między stalą i stalą, między mosiędzem i mosiędzem większe zachodzi niżeli między stalą i mosiędzem, a ogólnie mówiąc pospolicie dostrzegamy, że większe tarcie iest między ciałami iednego niż różnego rodzaiu, ale nie zawsze; gdyż stal w drzewie większemu tarciu podlega, niż drzewo w drzewie, kruszców zaś z kruszcami mnieysze tarcie pospolicie bywać zwykło, niż drzewa z kruszcami, albo kruszców z drzewem, naymnieysze iest między mosiędzem i stalą, a ledwie kiedy szóstą część siły cisnącey przechodzi, gdy iest z piérwszego rodzaiu. Są téż niektóre drzew rodzaie, na których powierzchni żyłki styrczą, twardsze od innych cząstek drze-

drzewa iako to: w jodle w sośnie; w takich drzewach tarcié iest bardzo wielkié, i często połowę ciśnienia przechodzi, gdy ciężar na nich położony ciągniémy, albo popychamy kierunkiém do żyłek prostopadłym, inaczéy się dzieie gdy go toczymy. W innych zaś drzew rodzaiach tarcié prawie iest zawsze iednakowé, bądź po nich tym albo owym kierunkiém ciężar położony suniémy.

## §. VI.

Przyczyna tarcia piérwszego rodzaiu.

Jeżeli iedno ciało ciśnie drugié, i razém po iego powiérzchni bieży, cząstki styrczącé powiérzchni zetkniętych niektóre się stłaczaią, drugié się kruszą i odrywaią, co bez wątpienia iest przyczyną tarcia. Gdyby tylko styrczącé się cząstki zniżały, tarcié zupełnieby było w stósunku ciśnienia, bo cząstki ciał tęgich, sprężystością swoią tém mocniéy się opiéraią, im bardziéy są ściśnioné. I w takowym razie nie trzebaby mieć żadnégo względu na powiérzchnie. Albowiém całkowité ciśnienié na powiérzchnią iest iak mnogość ściśnienia, którému każdy punkt powiérzchni podlégá, przez liczbę punktów, to iest przez powiérzchnią. W tymże samym stósunku byłoby i tarcié, to iest tém większé im większy opór każdégo punktu, i liczba punktów większá. Zaczém tarcié byłoby zawsze w stósunku całégo ciśnienia, tak w powiérzchni mnieyszéy, iako i w większéy.

Ale



Ale gdyby wszystkié cząstki kruszyły się albo odrywały, każdaby z nich z pewną i okryśloną siłą opór czyniła, a zatém do przezwyciężénia tego oporu tém większéy by siły potrzeba było, im większáby liczba cząstek znaydowała się. Zaczém wielkość tarcia w tym razie zależałaby od saméy wielkości owych powiérzchni którémi się ciała z sobą stykaią. Ponieważ tedy tarcié piérwszégo rodzaiu pospolicie naywięcéy zależy od ciśnienia, a naymniéy od powiérzchni, iawną iest rzecz, iż cząstki styrczącé gdy iedno ciało po drugiém bieży po większéy części nie kruszą się, ale stłaczaią. Jeżeli zaś ciało poruszoné natychmiast cięższém się staie bez powiększénia swéy powiérzchni zetkniętéy, tedy cząstki styrczącé z taką siłą cisnąć powinno, iżby ich bardzo wiele straciwszy spoienié, odrywało się albo kruszyło. Potém ieżeli nie przestaiémy przyczyniać ciężaru w ciele, iawnie widać, że się iego tarcié ledwie co pomnaża, a prawie iednakowe zostaie; zaczém też tém mnieyszą iest cząstką całkowitégo ciśnienia, im też ciśnienié bardziéy się pomnożyło. I ta iest dowodliwá przyczyna, dla którey ciał bardzo ciężkich, które mierną powiérzchnią się dotykaią, tarcié tak małą pospolicie iest cząstką całkowitégo ciśnienia.

## §. VII.

Tarcié

Jeżeli krążka EFD, srzodek C na płaszczyznie pionowéy iest umocowany sam zaś krą-

drugiego rodzaiu.

Fig. 70.

krążek tablicy albo linii pionowéy AB dotykaiący się na D siłą zewnętrzną pociągamy kierunkiém stycznéy FG, a przeto obraca się tarcié około D, do piérwszégo rodzaiu należy. Bo krążek ciężarém swoim ciśnie liniią AB, i cząstki iego około D kierunkiém téyże linii biegą. Tému zaś biegowi liniia się opiéra, a przez tarcié żaden inny bieg nowy nie powstaie, lecz ieżeli nie krążek, ale liniią AB ciągniémy kierunkiém AB, cząstki styrczące krążka popędzone będą od cząstek styrczących w linii około D, a tak krążek około punktu C ruchomy obracać się zacznie, i to ieszcze, gdy przeszkody do obrotu nié ma, tymże samym kierunkiém, i z tąż samą prędkością c, z którą liniia AB uchodzi, bo cząstki z sobą zetknięté nie z inną, tylko z jednakową prędkością c, i iednymże kierunkiém biédź mogą. Daymy teraz, że liniia AB leży na téyże saméy płaszczyznie, do któréy srzodek krążka przybity, i że ta płaszczyzna pionowa bieży z prędkością c, kierunkiém przeciwnym BA, a iawną iest rzecz, iż tén bieg żadnéy odmiany sprawić nié może w obrocie krążka. W takowym zaś razie krążek postępować będzie biegiém składanym z prędkością c, ku BA, i razém z tąż samą prędkością c, obracać się będzie kierunkiém wprost przeciwnym, liniia zaś AB spocznie. Zaczém krążek pionowy na tablicy nieruchomey postąpiwszy z prędkością c, kierun-



kiérunkiém którymkolwiek od tablicy równoodległym, razém obracać się będzie, ieżeli do obrotu nié masz przeszkody, z tąż samą prędkością c, ale kierunkiém wprost przeciwnym, tarcié zaś którému na tablicy podlégá, będzie tarciém drugiégo rodzaiu, bo przez nierówność powiérzchni z sobą się stykaiących nowy bieg kołowaniá w krégu powstaie.

## §. VIII.

Tarcié drugiégo rodzaiu iest mnieyszé, niż tarcié piérwszégo rodzaiu.

Ogólnie mówiąc, tarcié drugiégo rodzaiu mnieyszé iest od tarcia piérwszego rodzaiu. Z samych wozów i karét można to poznać które daleko łatwiéy biegą kołami wolnémi, iak zahamowaniém; bo tarcié w kołach wolnych iest drugiégo rodzaiu, gdy się wolnie obracaią, piérwszégo zaś rodzaiu w kołach zahamowanych. Podobnież kula, albo wałek gdy się wolnie toczyć może, skoro go siła choć naymnieyszá na płaszczyznie ruszy, wstecz się potaczać zaczynà, albo własnym ciężarém spada, gdy płaszczyzna choć trochę ma pochyłości. Zaczém w poruszaniu ciężarów wielé iest ulgi, gdy tarcié piérwszégo rodzaiu przemiéniamy na tarcié drugiégo. Tak pod ciężary bardzo znaczné, walce albo kule podkładaią, gdy potrzeba ich przepchać, albo przeciągnąć z mieysca na mieyscé. Różné są gatunki tarcia drugiégo rodzaiu, bo niektóré ciała, bądź dla przeszkody zewnętrzney, bądź dla swego kształtu mniéy wolnie na wszystkié

stkie strony ruszane bydź mogą, a zatém większemu tarciu podlégaią, niż inne. Tak tarcié drugiégo rodzaiu, gdy inné okoliczności są równe, mnieyszé iest w kuli, a nieco większé w wałku. Gdyż kula może bydź wolnie taczaną na wszystkie strony iakożkolwiek ią popędzimy, ale wałek popychać trzeba samém kierowaniém do iego osi prostopadłém.

## §. IX.

Tarcié nie zależy od prędkości w biegu.

Jeżeli po iedney stronie blochu zawieszamy ciężar M, po drugiéy ciężar M + N a N dosyć ma wagi, bloch się obracá i ciężar M + N na dół idzie, ciężar zaś M z takąż samą prędkością w górę postępuie. A że tén cały bieg pochodzi od ciała N, gdyż bloch stałby w równoważności, gdyby z obu stron równé ciężary wisiały M i N. Przeto ieżeli siłę którą ciężkość wywiéra na każdy punkt ciała N. (my tę siłę piérwiástkową *elementaris* mianuiémy, bo ona pierwiástki ciał, czyli każdy z osobna punkt porusza) nazwiémy G, będzie siła całkowitá od któréy wszystek bieg ciężarów M i M + N pochodzi = GN. Zaczém rozdzieliwszy siłę całkowitą przez liczbę wszystkich punktów, które z równą prędkością biegą, to iest przez 2M + N mamy siłę piérwiástkową $\frac{GN}{2M+N}$ z którą każdy punkt w obu ciałach rzeczywiście bieży. Zaczém



ztém ta siła iest do siły ciężkości G, iak N do 2M + N, a zatém iednostayną (lubo stósunek N : 2M + N iest stały) a bieg ciężarów M i M + N iednostaynie przyśpieszony; ponieważ rzeczoné ciężary tak się poruszaią iak gdyby spádały na płaszczyznie pochyłéy, któréy wysokość iest do długości, iak N do 2M + N (Xię. II. Roz. I. 2.). Toż ieżeli sznurek, na którym się ciężary zawieszaią, iest bardzo giętki, tak że tęgość iego bez błędu może bydź zaniechana w mieyscu od powietrza próżném, samo tarcié blochu około swéy osi biegowi ciał zawieszonych znacznie przeszkadzać może. Trzeba bez watpiénia odciągać tarcié od siły całkowitéy GN że zaś ta siła iest iednostayna, idzie stad, że i pozostała siła będzie iednostayna, i bieg ciał zawieszonych iednostaynie przyśpieszony dopóty, dopóki się tarcié nie odmiéni. Jeżeli zaś za przybyciém prędkości w tych ciałach, tarcié w blochu albo się powiększá, albo zmnieyszá znacznie, w tén czas bieg ciał iednostaynie przyśpieszony bydź nie może. Z tych zaś rzeczy, któreśmy wyżéy o spádaniu ciał powiedzieli, wyrozumieć można, że biegowi ciał kolistych iednostaynie przyśpieszonému, byleby tylko ciała gatunkowo mocno ciężkié były, a nie bardzo prędko spádały odpór powietrza znacznie nie szkodzi. Gdy więc przez wielé doświádczéń poznano, że chociáż

ciąż ciała na bloku zawieszoné przebiégaią przez bardzo znaczné mieysca przeciągi, wszelako bieg ich iest zawsze iednostaynie przyśpieszony (Schober Theorie von der überwicht). Stąd wynika, że tarcié, przez prędkość ciał bieżących, nié odmiénia się, ale iest zawsze iednakową, bądź ciała powoléy, bądź prędzéy biegą.

## §. X.

Pożytki z tarcia.

We wszystkich silniach, których dla tego używamy iedynie, żebyśmy bardzo małą siłą ruch sprawić mogli, trzeba zmnieyszać tarcié, ile bydź może, bo na przezwyciężénié tarcia zawsze iakaś część znaczna całkowitéy siły idzie, z którą silnie poruszamy. Zaczém każda silnia powinna bydź tyle lekka i prosta, ile iéy używanie dozwala. Nad to trzeba, żeby części silni wolné były od ciśnienia zbytniégo, czopków stałowych podpór mosiężnych nasmarowanych, słowém tego wszystkiégo, co bieg łatwieyszym czyni, w silniach używać należy. W innych iednakowo rzeczach tarcié iest bardzo użyteczné, owszém i nader potrzebné; Gwoździ wbity wypadałby, gdyby nie było tarcia: tarcié budowlóm, okrętóm, owszém wszystkim ciałóm, których części w jakikolwiek sposób są połączoné moc daie. Bez tarcia, ani siedzieć, ani stołów używać, ani stać nawet mocno nié mogliby śmy, bo wszystkié rzeczy iedné na drugich kładzioné, bardziéy by się chwiały, i dale-



i dalekoby prędzéy upadły, niż na gołoledzi. Przez tarcié noże i inné narzędzia, albo się wygładzaią, albo ostrzą. Przez tarcié na koniec samo zboże kamiéniami młyńskiémi miele się i w mąkę obraca.

# XIĘGA IV.

## *o biegu i siłach płynów.*

## ROZDZIAŁ I.

### *o ciśnieniu powietrza.*

## §. I.

Próżnia Boyłego.

Maiąc dochodzić własności i skutków powietrza, poznać nasamprzód potrzeba skład i użycié pompy powietrznéy, zwaney *powietrzociągiem* (machina Pneumatica), za pomocą którey náyliczniejszé i náyważnieyszé doświadczénia około powietrza czynić się mogą. Jużeśmy wyżéy widzieli, że pomienioną silnia służy do wydobywania czyli pompowania powietrza z naczynia zamkniętégo, oraz zmnieyszania ilości iego do tego stopnia, żeby toż naczynié prawie zupełnie wypróżnioné z powietrza zostało. Wiémy (Wstę. X. 20.) że *Otto Gericke* Rayca Magdeburski za pomocą powietrzociągu różné czyniąc doświadczénia z powietrzém pod czas Seymu w Ratyzbonie R. 1654. w obecności Cesa-

Césarza Ferdynanda III. i wielu Xiążąt tamże na tén czas znayduiących się, piérwszy okazał ciśnienie powietrzokręgu do owego czasu nieznane. Nie długo potém *Robert Boyle* Anglik wiele się przyłożył do polepszénia téyże silni, i od iego imiénia próżnią pompy powietrznéy nazwano *Próżnią Boylego*, i tym sposobém rozróżniono ią od *Próżni Torycellego* (Wstę. IX. 21.). Co do składu różné bydź mogą powietrzociągi: wszakże naylepszé są składu *Smeatona* Anglika.

## §. II.

Opisanié wiatrociągu.

Fig. 71.

Wiatrociąg składa się z tych istotnieyszych części: z *Walca*, *Stępla*, *Talérza*, *Obiętni* (recipiens), *Czopka*. Walec mosiężny miernéy a wszędzie iednakiey grubości wewnątrz wydrążony, ma w sobie stępel ruchomy K I, którégo koniec L M nazwany szpunt, otwartość walca dokładnie wypełnia. Dno walca przedziurawioné przy C. łączy się z jednym końcém rurki prostéy lub krzywéy, drugi zaś koniec téyże rurki dochodzi do srzodka O. talérza mosiężnégo płaskiégo E. F. Na talérzu takowym stawią się naczynié szklanné G. czyli obiętnia, maiąca się wypróżniać z powietrza: rurka C O ma czopek H tak przedziurawiony, iż podług różnégo onegoż obrócénia, może się zamykać lub otwiérać, to iest gdy tenże czopek zostaie w jedném położéniu, cała rurka od C aż do



do O iest otwartá, a powietrzé zewnętrzné żadnégo nié ma wnisciá, w położeniu zaś drugiém część rurki D O zamyka się, część zaś iéy niższa pod czopkiém H otwiéra się; a tak powietrzé zewnętrzné ma wolné wniscié do walca. Skoro więc się tak obróci czopek, żeby cała rurka C O była otwartą, i razém pociągnie się stępel ku B, powietrzé z obiętni wychodzić będzie do walca, i tam się rozpościéra. Obróciwszy znowu czopek, ieżeli stępel nazad się odepchnie ku C, powietrzé z walca ustępować poczyna, a gdy koniec stępla dotknie się rurki przy C, na tén czas zupełnie z niego ustępuie. Powtarzaiąc podobné robiénié stęplém i czopkiém, powietrzé będącé w obiętni coráz bardziéy rozrzedzać się będzie. Bydź ieszcze może walec z dném czyli szpuntém nieruchomym maiącym klapkę L N i otwór pod nią: klapka ta trochę tylko może się od powietrza do góry podnosić, ale na dół ciśniona tamuie mu wyściá. Podobnáż klapka znayduie się w końcu stępla ruchomégo przedziurawionégo przy O. w tym więc razie za popchnięciém stępla powietrzé przycisnąwszy klapkę L N. a podniósłszy klapkę w końcu stępla znayduiącą się, przez otwór O wychodzi. I takowé to powietrzociągi powszechnie prawie teraz używaią się. Klapy pospolicie bywaią z pęcherza lub materyi iedwabnéy ciénkiéy woskowanéy, wiel-

Fig. 72.

wielkość klap ma bydź taka, aby otwory dokładnie zawiérała; kształt ich bydź może różny, pospolicie jednak bywaią odcinkami kręgu; też klapy za pomocą srzób mocno się wyprężaią i przytwiérdzaią do płaszczyzn, na których się znayduią. Położénié walca różné bydź może, podług upodobaniá, to iest poziomé, pionowé, lub też pod pewnym kątém do poziomu nachyloné. Stępel także może bydź obrócony do góry lub na dół; a częstokroć powietrzociągi maią po dwa walce spółkuiące z sobą przez rurki, i w takich stęple zębaté za pomocą korby podnoszą się i zniżaią. Obiętnia postawiona na talerzu powinna brzegami swoiémi iak naydokładniéy do niego przystawać, aby powietrzé zewnętrzné nié miało przystępu, czyli raczéy spółkowania z powietrzém w niéy się znayduiącém; a zatém iak brzegi obiętni, tak powiérzchniá talérza iak naydokładniéy bydź maią wygładzoné, gdyż inaczéy nie podobna byłoby nawet do pewnégo stopnia wypróżnić z powietrza obiętni. Że zaś pomimo naylepszą usilność trudno iest mieć dokładnie wygładzoné rzeczoné powiérzchnie, dla tego, dobrze iest nasmarować ié oliwą, lub też przełożyć skórą w wodzie zmoczoną, a w srzodku wyciętą tylé, ilé potrzeba, aby obwód obiętni mógł bydź na niéy pomieszczony.

§. III.



## §. III.

W jakim stósunku rzadnieie powietrzé przez pompowanié.

Fig. 71.

Lubo powietrzé w obiętni coráz bardziéy się rozrzedzá przez pompowanié, z tém wszystkiém niepodobna go całkowicié z niéy wyciągnąć. Jeżeli bowiém część walca po któréy chodzi stępel ruchomy nazwiémy A. obiętość zaś, czyli przestrzéń obiętni G. wráz z obiętością rurki O C i obiętność samego walca aż do bębenka nazwiémy B, gdy ténże szpunt będzie przy dnie walca, mieć będziémy A : B. = 1 : m, a zatém za pociągniéniém stępla z całéy przestrzéni A, powietrzé wypędzoné zostanie, a tém samém część powietrza wypędzoná, mieć się będzie do całkowitéy miąższości powietrza będącégo nad bębenkiém, iak 1 : m; to iest za każdém pociągniéniém stępla wypędzá się część powietrza $\frac{1}{m}$, zostaie zaś w obeymi część iego $\frac{m-1}{m}$. Położmy n. p. że m = 2. za piérwszém popchnięciém stępla wypędzi się $\frac{1}{2}$, za drugiém $\frac{1}{4}$, za trzeciém $\frac{1}{8}$, za czwartém $\frac{1}{16}$, za piątém $\frac{1}{32}$, i t. d. część powietrza tego, które się przed pompowaniém znaydowało nad szpuntém. Rzecz przeto widoczná, że im częściéy powtarzać się będzie robiénié stęplém, albo co toż samo iest, im większá będzie liczba m, lub im mnieyszá będzie przestrzéń obiętni, i części znayduiących się między obiętnią i szpuntém blizkim

kim dna walca, względém obiętości tegoż walca, po którey chodzi stępel, tém większy będzie stósunek rzedniénia powietrza w obiętni.

## §. IV.

Sposób miarkowaniá ile się rozrzedzi powietrza w obiętni.

Różné bydź mogą sposoby dochodzénia stopniów w jakich się powietrzé rozrzedza w obiętni, z tych náyprościeyszy bydź może następuiący: wezmiy iaką rurkę szklanną długą n. p. na 3. stopy paryzkié z obu końców otwartą, niech iéy iedén koniec zostaie pod obiętnią maiącą się z powietrza wypróżniać, drugi zaś zanurzmy w żywém srebrze na wolném powietrzu zewnątrz obiętni, potém pompuymy powietrzé z pod obiętni, co czyniąc postrzeżémy, że żywé srébro tém wyżéy w niéy podnosić się będzie, im bardziéy się rozrzedzi powietrzé, tak dalece, że wysokość podniesiénia się żywégo srebra, będzie okazywać stopień rozrzedzénia i sprężystości powietrza zostaiącégo ieszcze pod obiętnią. Podobnież ieżeli małą rurkę szklanną akrzywioną, maiącą iedno ramię A B zasklepioné i żywém srebrém napełnioné, drugié zaś ramię B C otwarté i powietrzém zaiętć, ieżeli mówię takową rurkę zawiesimy pod obiętnią i z niéy powietrzé pompować będziémy: żywé srébro pocznie się zniżać w ramiéniu A B, przechodząc do ramiénia B C. tak, iż ilość zniżénia się iego w jednem a podniesiénia się w drugiém

Fig. 73.

ramié-



ramiéniu, będzie w stósunku rozrzedzénia i sprężystości reszty powietrza w obiętni. I tak gdyby przy końcu pompowaniá żywé srébro w ramiéniu A B. na iedén tylko cal było wyższé niż w ramiéniu BC, i razém ciężkomiérz miał wysokość 28," wnieśliby śmy, że powietrzé w obiętni 28 razy iest rzadszé, i tylé razy mniéy sprężyste od powietrza zewnętrznégo: ponieważ ono iedén cal żywégo srébra utrzymać może, gdy tym czasém zewnętrzné 28" żywégo srébra utrzymuie. Pomnieć w téy mierze należy, że sprężystość powietrza nie od saméy tylko iego gęstości i ciepła, ale téż i od innych okoliczności zawisła, zwłaszcza gdy toż powietrzé znayduie się złączoné z wyziewami sprężystémi.

## §. V.

Inny sposób doświadczénia gęstości powietrza w obiętni.

Gęstość powietrza w obiętni będącégo oznaczyć się ieszcze może za pomocą naczynia szklannégo od kształtu i podobieństwa do gruszki nazwanégo *gruszką*, które my nazwiémy *Rzadkomiérzém*. Naczyniém tém, iest to rurka szklanna, blizko sześć calów długá A B. w górze zasklepiona, w niższéy zaś części swoiéy coraz grubszéy otwarta. Zawiesiwszy ią pod obiętnią na pręcie ruchomym F A. nad naczyniém C napełnioném żywém srébrém, wyciągá się powietrzé z pod obiętni; gruszka zaś tak się zniżá, żeby iéy koniec niższy zanurzył się w żywém srébrze, po czém wpusz-

Fig. 74.

cza się w obiętnią powietrzé zewnętrzné: to uczyniwszy żywé srébro w gruszce podnosi się do góry, a to tém wyżéy, im powietrzé w obiętni bardziéy rozrzedzoné było. Skutek takowy przypisać potrzeba działaniu powietrza wpuszczonégo na żywé srébro, to zaś działaiąc na powietrzé w gruszce nad niém będącé iuż rozrzedzoné, zmnieysza iego obiętość do tego stopnia, aż poki moc ciśnienia powietrza zewnętrznégo z mocą ciśnienia powiétrza zamkniętégo i słupa pionowégo żywégo srébra w rurce nierówno ważą między sobą. Wydobywszy gruszkę z naczynia C, nieiakaś część żywégo srebra z niéy wypłynie, po czém ieżeli tęż gruszkę wyymiémy z pod obiętni i przewrócimy poziomo, część pozostała żywégo srebra, będzie wymiarém gęstości i sprężystości powietrza tego, które było w obiętni po pompowaniu, byleby ono nie było połączoné z wyziéwami, a miało ténże sam stopień ciepła co i powietrzé zewnętrzné. Żeby zaś w tym razie tém dokładniéy oznaczyć można było ilość gęstości powietrza pod obiętnią pozostałégo, potrzeba aby gruszka miała rurkę walcowatą przy A zaskiepioną, podzielona na wiele części równych n. p. tysiąc. Na tén czas bowiém ieżeli n. p. powietrzé rozrzédzoné zaymuie iedną lub dwie tylko części takowey gruszki, wnieśiémy, iż powietrzé w obiętni tysiąc lub pięć-



pięćset razy było rzadszé od powietrza zewnętrznégo. Ponieważ zaś pompowanié powietrza z obiętni nié może się udać, gdy powietrzé zewnętrzné ma do niéy wniscié, przeto w tém i podobnych doświadczéniach mieć potrzeba baczność na to, aby przy podnoszéniu i zniżaniu pręta, na którym gruszka wisi, powietrzé zewnętrzné nie wkradało się do obiętni. Na tén koniec używá się obiętnia szklanna w górze otwarta z wiekiém D E. mosiężném przełożoném skórkami dobrze odwilżonémi, a iak naysilniéy z sobą ściśnionémi, przez których srzodek podziurawiony przechodząc pręt dokładnie walcowy, przechodzi oraz przez otwór obiętni wypełniaiąc go dokładnie.

## §. VI.

Iak powietrzé może się rozrzedzać, tak téż może się i zgęszczać: do zgęszczénia powietrza tak iak i do rozrzedzénia onegoż służy powietrzociąg wynaleziony przez JP. *Smeatona*. Że zaś iako wyciągaiąc powietrzé z obiętni, powietrzé zewnętrzné nie nayduiąc odporu od powietrza będącego w obiętni przyciskaia do talérza, tak przeciwnie zgęszczaiąc powietrzé w téyże obiętni, podnosić się ona musi i odstawać od talérza; zaczém chcąc tému zaradzić przy talérzu powietrzociąga dadź potrzeba dwa słupki pionowé H E, F I, mocno do podstawy spólnéy szrubami przytwiérdzoné, oraz w koń-

Silnia zgęszczaiąca powietrzé, a w szczególności wiatrówka.

Fig. 75.

w końcach swoich górnych także szrubami opatrzone, kędy poprzeczny drążek drewniany M, N, bardziéy płaski niż gruby przechodzi; za pomocą takowégo drążka obiętnia G może się przycisnąć bardziéy lub mniéy do talérza, a tém samém przeciąć spółkowanié powietrza zewnętrznégo z wewnętrznem. Oprócz powietrzociągu *Smeatona* iest ieszcze inna pompa zgęszczaiąca powietrzé zwana *silnią zgęszczaniá* (machina compressionis) a która w rzeczy saméy nie co innégo iest, iak sikawka A B. z szyyką cieńką, maiącą klapę przy C. mogącą się podnosić od powietrza ku F, ale wcale nic ku B. Blizko rzeczonéy klapy iest czopek D. przez który powietrzé zewnętrzné może bydź wpuszczoné do silni, lub téż zabronioné onému tamże wnisćié podług potrzeby. Obiętnia w któréy się má zgęszczać powietrzé za pomocą takowéy pompy, ma otwór opatrzony podwoyną pokrywką czyli wiekiém mosiężném i skorzanném dobrze odwilżoném, a to dla zapobieżénia wniściu powietrza zewnętrznégo do obiętni. Obydwie pokrywki wraz z drążkiém M N tak są przewierconé przy O, iż szyyka pompy A B gwintowna, mocno się w nie w srzubować może. Tak przygotwawszy obiętnią i pompę, ieżeli wpuścimy przez czopek D powietrzé zewnętrzné, i przez obrócénié tegoż czopka zabronimy weyścia mu stamtąd nazad, oraz popchniémy stęplém na dół,

Fig. 76.

Fig. 75.

powie-



powietrzé z pompy do obiętni wypchnięté zostanie. Zaczém powtarzaiąc wielokrotnie takowé robiénié stęplém i czopkiém, powietrzé w obiętni, coraz bardziéy zgęszczać się będzie, byleby szpunt po walcu pompy tęgo chodził, i żeby był nie przenikły od powietrza, może zaś bydź ténże szpunt przewiercony i maiący klapę tak iak w wiatrociągu, i w tym razie obracanié czopkiém za każdém ruszéniém stępla wcale nie będzie potrzebné. Takowa to pompa znayduie się przy strzelbach powietrznych zwanych *Wiatrowkami* (sclopeta pneumatica) za pomocą któréy w jch kolbie lub gałce przyprawionéy zgęszcza się powietrzé; za podniesiéniem zaś klapki przez pociągniona sprężynę, wpada w rurę strzelby i kulę z niéy wyrzuca (a).

§. VII.

(a) Częstokroć w doświádczéniach z powietrzém równie potrzebná iest znaiomość ilości tego zgęszczaniá w obiętni, iako téż rozrzedzéniá. Toż samo narzędzié, które służyło do oszacowaniá stopnia, rozrzedzéniá powietrza w obiętni, służyć ieszcze może i do ozaaczéniá onegoż zgęszczéniá w obiętni, z odmiennem tylko postępowaniém (§ 5.) to iest zawiesiwszy gruszkę pod obiętnią wiatrociągu na pręcie ruchomym, potrzeba przed zaczęciém pompowaniá powietrza, zanurzyć koniec téyże gruszki w żywém srebrze, a dopiéro potém za pomocą silni temuż służący zgęszczać powietrzé: co czyniąc postrzedz można, że w miarę powiększaiącéy się gęstości powietrza

## §. VII.

Rozmaité doświadczénia około ciężkości i sprężystości powietrza.

Znaiąc silnie zgęszczania i rozrzedzania powietrza, oraz umieiąc się z niémi obeyść użyymy ich do dochodzénia dalszych własności powietrza n. p. ciężkości i sprężystości. Zastanowiwszy się uwagą nad tém, co poprzedziło, łatwo się domyślic można, że obie té główné własności powietrza nié mogą bydź okazané za pomocą powietrzociągu; gdyż samo rozpoznanié składu téy silni, wyciąga znaiomości poprzedniczéy ciężkości i sprężystości powietrza; skutki iednak tych własności powietrza za pomocą powietrzociągu bardziéy pod zmysły podpadaią. I tak pęcherz zawiązany spłaszczony, a tém samém ledwie odrobinę powietrza w sobie maiący, podłożony pod obiętnią, nadyma się w miarę wypompowania z niéy powietrza. Dzieie się to zaś dla tego, że powietrzé w pęcherzu, które przedtém było równéy gęstości z powietrzém zewnętrznem, za rozrzedzéniém tego ostatniégo, sprężystością swoią rozszérza się, dążąc z niém do równowagi. Skutek więc takowy iest skutkiém sprężystości powietrza. Butelka także szklanna, dobrze

wietrza w obiętni, żywé srébro w rurce gruszki do góry podnosić się będzie, a tém samém ściskać będzie powietrzé po nad sobą będącé w téyże rurce, a tak podniesiénié się żywego srébra, będzie wymiarém zgęszczénia powietrza w obiętni i rzadkomiérz w tym przypádku stanie się zgęszczomiérzém.



brze zaszpuntowaná, podstawioná pod obiętnią, po wyciągnieniu z niéy powietrza, rozrywa się od powietrza wewnętrznégo, w niéy się rozpieraiącégo. Żeby zaś takowé rozpryskiwanié się butelki nie szkodziło obiętni, naylepiéy iest stawiać też butelkę pod przykrywką kraciastą z drótu upleciona, podobnie się dzieie z naczyniém szklanném, maiącém dno płaskié, gdy się z niego pompuie powietrzé. Tafelka także szklanná pokrywaiącá kubek z obydwóch końców otwarty, i doń należycie przystaiąca, trzaská się i pádá przy pompowaniu powietrza z kubka. Pęcherz oraz powłoczący iedén koniec kubka rzeczonégo, należycie wyprężony i wysuszony, za kilkokrotném pociągniéniém stępla powietrzociągu rozpęká się z wielkim hukiém. Rękę nakoniec położywszy na kubku z obu końców otwartym, po wyciągniéniu z niego powietrza, uczuiémy niezmierny ciężar wewnątrz ią z niemałym bólém przyciskaiący. Té i tém podobné doświadczénia są skutkiém i razém dowodém ciężkości powietrza. Tu mieć można widoczną przyczynę, dla czego obiętnie używaią się przy powietrzociągach wypukłé, i nie co przygrubszé.

## §. VIII.

Półkule

Weźmy teraz dwie półkule miedziané A i B. wewnątrz wydrążoné, równéy srzednicy; z których iedna n. p. B. ma szyykę

szyykę z czopkiém D i gwintami na końcu, za pomocą których może bydź wszrubowaną w otwór talérza powietrzociągowego: złożywszy do kupy obydwie te półkule, oráz dlá tém dokładnieyszego ich do siebie przystawania i zabronienia wniściá powietrzu zewnętrznemu, przełożywszy ié skórą odwilżoną, wyciągáymy z nich powietrzé za pomocą powietrzociągu, po czém zamkniymy czopek D, i zdéymy tęż kulę z powietrzociągu: postrzeżémy natychmiast, że pomiénioné półkule mocno się z sobą spoiły, oráz doświadczéniém się przekonámy, że nié mogą bydź rozerwáné bez znacznéy siły. Ale wpuściwszy w nie powietrzé przez czopek D, łatwo od siebie samé odstaią: toż samo się przytrafi, gdy półkule wypróżnioné z powietrza, zawiesimy na pręcie ruchomym pod obiętnią, (§. 5.) z któréy się powietrzé wyciągá: rozłączoné zaś tym sposobém półkule powtórnié się z sobą spoią, gdy wyższá za zniżéniém pręta dotykać się będzie niższéy, a powietrzé tym czasém zewnętrzné wpuścimy pod obiętnią. To doświadczénié równie iak i poprzedzaiące dowodzi sprężystości a bardziéy ieszcze ciężkości powietrza. *Otto Geryke* Obywatel Magdeburski piérwszy był wynaiazcą takowych półkul, które téż dlá tego nazwáné są *Półkulami Magdeburskiemi* (hemisphaeria magdeburgica). Półkule od niego użyté były znacznéy wielkości: ich bowiém srzednice

Magdeburskié.

Fig. 27.



nice miały po $\frac{3}{4}$ łok. Magd. i dlá tego po wypompowaniu powietrza z tak wielką mocą do siebie przylégały, iż 24. koni nié mogło ich rozerwać.

## §. IX.

Dostatecznie przekonani iesteśmy, że powietrzé iest ciałém ciężkiém: ale iakże oznaczymy iego ciężkość względém innych ciał, czyli ciężkość gatunkową? Pamiętaiąc o tém co się wyżéy powiedziało (Wst. IX. 5.) snadno nam przyydzie na myśl sposób oznaczénia takowéy ciężkości powietrza. Weźmy albowiém kulę miedzianą lub szklanną wewnątrz wydrążoną, do któréy rurka z czopkiém dlá wypompowania powietrza iest przyprawioná; zważmy ią na szalkach iak naydokładniéy przed i po wypompowaniu powietrza; różnica zachodząca między dwoma wágami téyże kuli, okáże nam szukaną ciężkość powietrza w niéy się mieszczącego. Wielokrotnie powtarzaiąc takowégo gatunku doświadczénia, przekonámy się, że powietrzé nás otáczaiące, mniéy iak dziewięćset, a więcéy iak siedmset razy lżeyszé iest od wody deszczowéy. Aby zaś w takowych doświadczéniach tém dokładnieyszé mieć wypadki, należy obiętnią zawiészaiąc na wážkach, zanurzyć w wodzie; gdyż tym sposobém naymnieyszá odmiana w ciężarze, naywidocznieyszą się staie (Wst. XX. 22.). Wszakże maiąc wzgląd w tych doświadczéniach na rozmaité

Gatunkowá ciężkość powietrza.

té odmiany powietrza co do suszy i wilgoci, przekonać się można, że powietrzé wilgotné iest cięższé od suchégo. I tak do rurki kuli pomiénionéy przyprawiwszy inną rurkę napełnioną ciałém iakiém przyciągaiącém wilgoć, iakiémi są sole alkaliczné, a w szczególności potaż (Cineres clavellati) powietrzé przechodząc przez takową rurkę, pozbędzie cokolwiek wilgoci, i uczyni kulę leksza niż przedtém, gdy była napełniona powietrzém wilgotném. Nie należy atoli rozumieć, że ponieważ powietrzé osuszoné mniéy cięży niż wilgotné, ciężkość iego wszystka iest skutkiém tylko wilgoci przymiészanych: naysuchszé bowiém powietrzé (o czém doświadczénia nauczaią) ma sobie właściwą ciężkość. Jest zaś i to pewna, że część ciężaru powietrza nas otaczaiącégo pochodzi od wyziewów z niém połączonych.

## §. X.

Powietrzé wyciągać można z rozmaitych ciał.

Kawałek drewna, iabłko, iaie i tym podobné ciała zanurzoné w wodzie pod obiętnia powietrzociągu, pod czas pompowania okrywaią się powietrzém iakoby rosą iaką z nich wydobywaiącém się, któré w postaci bulek na powierzchnią wody wznoszą się, i tamże rozpukaiąc się nikną. Owszém samé przez się płyny iakiékolwiek podstawioné pod obiętnią powietrzociągu pod czas pompowania wydaią powietrzé podobnie iak przedtém w bulkach podnoszące się, a to ieszcze



ieszcze w tém większéy obfitości, im płyn iest bardziéy lipki, iako to n. p. woda mydlastá, piwo, i t. d. Té i tym podobné doświadczénia, nie tylko nas przekonywaią, że ciała wszystkié nas otaczaiącé napełnioné są powietrzém, ale téż, że toż powietrzé może bydź z nich wydobyté, albo raczéy, że samo powietrzé w jakiémkolwiek ciele zamknięté, wydobywa się z niego, skoro tylko uwolnioné zostaie od ciśnienia powietrza zewnętrznégo, czyli powietrzokręga: sprężystość iego sprawuie tén skutek. Jeżeli zanurzaiąc kawałek drewna w wodzie pod obiętnią, zanurzymy go całkiém przez przyczepiony do niego ciężarek ołowiu, po wypompowaniu powietrza z obiętni, ténże kawałek drewna wodą przeięty, znaydziémy oraz cięższy od wody, bo na dół opadać będzie. Co przekonywa, że materya drzewa sama przez się wzięta, iest gatunkowo cięższą od wody, i że, ieżeli drzewa pływaią na wodzie, pływanié to, iest skutkiém powietrza, którém naydrobnieyszé ich dziureczki (pori) są zapełnioné. Gdy bulki powietrzné w znacznéy mnogości podnosić się zaczynaią, cząstki płynu wzruszaią się, co się nazywa *wrzeniem* (ebullitio) Nie należy rozumieć, że tylko wtedy powietrzé wydobywa się z płynu, gdy się on znayduie pod obiętnią powietrzociąga, z któréy go pompuiémy, owszém ieszcze w nierownie większéy obfitości podnoszą się

się bulki powietrzne, gdy płyn do pewnego się stopnia rozgrzéwa. Płyn nie może wrzéć na wolném powietrzu, chyba wtedy, kiedy stopień iego ciepła tak wygóruie, iż mało co więcéy albo wcale nic nié może się stać gorętszym, to iest gdy się poczyna przeistaczać w parę, czyli wyziewy sprężystć. Woda i powietrzé maią ścisły z sobą związek, przeto wydobywaiąc się powietrzé z płynów bądź za pomocą ciepła, bądź przez rozrzedzénié powietrza zewnętrznego, porywa i unosi z sobą cząsteczki tychże płynów.

## §. XI.

W rozrzedzoném powietrzu wielká zachodzi różnica między wrzéniém a gotowaniém się wody.

Woda, albo inny iakikolwiek płyn, podstawiony pod obiętnią wypróżniaiącą się z powietrza, wiémy iuż, że wydaie z siebie bulki powietrzne, które częścią do boków naczynia przylégaią, częścią wyskoczywszy na wiérzch rozpukaią się; bulki te liczniey-szé ieszcze pokazuią się, gdy pompuiąc powietrzé z obiętni, płyn pod nią będący cokolwiek iest odlécony, mnogość zaś ta bulek, sprawi w wodzie wrzénié (ebullitio). Po czém płyn się uspokaia, i żadnych bulek nie wydaie, chociażby coraz bardziéy był rozgrzéwany, aż dopiéro po nieiakiéy chwili, z nierównie iak przedtém większą gwałtownością wrzéć poczyna, a to nawet chociażby był mniéy rozgrzanym iak piérwéy. Skutek tén okazuie nam różnicę zachodzącą między wrzéniém a gotowaniém się



się płynu w rozrzedzoném powietrzu, w którym to razie prędzéy płyn wre, niżby wrzał gdyby w naywiększym stopniu był rozgrzanym. Przyczyna zaś, dla któréy w poprzedzaiącém doświadczéniu wydobywanié się bulek powietrznych z płynu nie wciąż się dzieie, nie insza bydź musi iak tylko, że część powietrza zamkniętégo w płynie tak iak i w każdém inném ciele, iedné bardziéy a drugié mniéy z niém się łączą, a stąd iedné trudniéy drugié łatwiéy od niego się odłączyć mogą, a tak, gdy powietrzé zewnętrzné rozrzedzoné zostanie przez powietrzociąg, część powietrza zamkniętégo w płynie, mnieyszy z nim maiąca związek, pierwéy i tém snadniéy się z niego wywikła, im więcéy ciepło do tego dopomaga: część zaś druga tego powietrza, ściśléy się iednocząca z płynem, dopiéro potém po dłuższém usiłowaniu od niego się oddzieli, gwałtownem zaś wzruszeniém się swoiém, sprawuie poruch, czyli wrzénié w płynie.

## §. XII.

Mgła w powietrzu rozrzedzoném.

Jeżeli maiąc pompować powietrzé z obiętni, postawimy powietrzociąg w mieyscu ciémném tak, żeby promiénie słońca na obiętnią pádaiąc ią oświécała, po kilkakrotném ruszéniu stępla, postrzeżémy powietrzé w obiętni wzruszaiącé się, i wiele drobniutkich pęcherzyków wznoszących się częścią przy samym talérzu, częścią w wal-

ce

cu powietrzociąga: buleczki té formuią iakoby mgłę iaką, która albo natychmiast niknie, gdy nieprzestannie pompuiémy powietrzé lub mało go co pompuiémy, albo coráz na nowo widzieć się daie, gdy pompowanié co kilka minut powtarza się. Skutek takowy przypisać należy powietrzu, podnoszącému się w tych mieyscach silni, które wodą były odwilżone, a zatém do których powietrzé było przyległé. Jakoż na oko o rzeczywistości téy przyczyny przekonać się można części powietrzociągu zamiast odwilżania wodą, napuszczaiąc oliwą, w którym to przypadku żadnéy nigdy mgły w obiętni nie postrzeżemy. Dla tego zaś podczas ciągłégo pompowania, rzeczoná mgła się nie wznosi, że pęcherzyki powierzchné w tym samym czasie, w którym się formuią, natychmiast rozdzielaią się na iak naydrobnieyszé cząsteczki okiém nie doyrzané.

## §. XIII.

Miech wodny.

Fig. 78.

Mocno kłucąc wodę w naczyniu iakiém albo gdy sama przez się woda ze znaczney spada wysokości, postrzédz można wielkié mnostwo bulek, różnéy wielkości, które formuią to, co nazywamy pianą: powietrzé więc, nie tylko bydź może odłączoné od wody za pomocą próżni i ciepła, ale téż przez ruch iéy wewnętrzny, nie pochodzący od żadnéy z tamtych przyczyn, to iest przez wzaiemné cząstek wody pod różnémi



mi kierownościami uderzanié się, gdzie iedné od drugich odskakuiąc, zamknioné wpośrzód siebie powietrzé opuszczaią. Takowé wydobywanié się powietrza, iest przyczyną wiatru, którégo doświadczyć można przy spadaniu wody z wysokości. Niech n. p. będzie naczynié czworograniasté A D, maiacé z boku ciéńką rurkę zakrzywioną L M. i drugą pionową od niéy grubszą, na piętnaście lub dwadzieścia stóp długą I H, na śrzodku dna tegoż naczynia położymy kamień széroko płaski E F. iakakolwiek maiący grubość: niech przy G będzie otwór mogący bydź iuż powiększony iuż zmnieyszony. Zamknąwszy ténżé otwór G, napełniymy naczynie wodą tak, żeby iéy powierzchnia wyrównała powierzchni kamienia F E. Jeżeli teraz w jednymże czasie wpuścimy wodę, przez rurkę I H, i odetkamy otwór pomieniony tylé, aby tyle przeszło z naczynia wyciekało wody, ilé iéy w tymże czasie wpływa przez rurkę, woda spadaiąc na kamień E F, i o niego się uderzaiąc, tylé opuści powietrza, iż wiatr iakoby z naywiększego miecha z rurki L M wypadać będzie, nigdzie nie znayduiąc dla siebie żadnego innego wyyścia. Silnia takowa nazywa się *Miechem wodnym* (Folis hydraulicus.) To doświadczénié tłumaczy nam szum i szelest strumyków, rzek i t. d. daiący się

słyszeć náywięcéy w tych mieyscach, gdzie woda o kamienie lub piasek uderzaiąc się, różnokierowné odbiérá ruchy, rozpryskuie się i opuszcza powietrzé. Aże oddzielanié się powietrza od wody tém się łatwiéy dzieie, im parcie powietrzokręgu iest mnieyszé, nie dziw więc, że szum rzek i strumyków większy lub mnieyszy bywá podług tego czyli Ciężkomiérz zniżá się albo się podwyższa. Nadrzeczni mieszkańcy tego náylepiéy doświadczaią.

## § XIV.

Młot wodny.

Fig. 79.

Z jak wielką łatwością i iak małym stopniém ciepła odłączyć można w próżni powietrzé od wody, przekonywaią nas o tém rurki szklanné przyszérszé, z jednego końca B zasklepioné, z drugiégo zaś kończysté, z powietrza wypróżnioné i blizko do połowy wodą napełnioné, które *Młotkami wodnemi* (mallei aquae) nazywaią się. Za wstrząśnieniém ich woda uderzywszy się o powierzchnią B, taki łoskot wydaie, iakiby wydadź mogło ciało stałé o tęż powiérzchnią uderzywszy się: przy tém daią się widzieć na powiérzchni wody bulki dosyć znacznéy wielkości: owszém ieżeli rurka w wyższey części swoiéy C, nie co iest wydętá nakształt kuli małéy, mogącéy się ręką obiąć; przewróciwszy tęż rurkę poziomie i kulę dłonią obiąwszy, postrzeżémy wodę uchodzącą ku B, i razém



zém iakoby wrzącą. Powietrzé bowiém będącé w rurce przez ciepło ręki ią obéymuiącéy rozgrzané, wydobywá się z wody, a sprężystością swoią rozpościeraiąc się, wodę ku B pędzi; ruch zaś ten w wodzie wzniécony, ieszcze bardziéy dopomágá dalszému wydobywaniu się z niéy powietrza, co sprawuie wrzénié.

## §. XV.

Rurka Franklina.

Fig. 80.

Tenże sam skutek powietrza ieszcze oczywistszym się wydaie na rurce AB, zwanéy *Rurką Franklina* (Tubus Franclini). Rurka ta z obydwóch końców swoich iest zakrzywioną, maiącą dwie kule A i B, które do połowy wodą się napełniaią, reszta zaś ich przestrzeni (*Capacitas*) z powietrza iest wypróżniona: iedną którąkolwiek z kul pomiénionych bądź miernie ogrzawszy, bądź téż oziębiwszy, natychmiast postrzeżémy wodę uchodzącą z kuli ciepleyszéy do zimnieyszéy i tamże wrzącą. Przyczyną takowego skutku nie co innego iest, iak zniesiénié równowagi między gęstością powietrza, znayduiącégo się w płynie iednéy a drugiéy kuli: przez rozgrzanié bowiém większé iednéy a niżeli drugiéy kuli, powietrzé w kuli ciepleyszéy staie się rzadsze, a w zimnieyszéy gęstszé, przeto natychmiast w rzadszém powietrzu bulki z wody się podnoszą, oraz sama woda od powietrza rozszérzaiącégo się popchniętą zostaie, który to

ruch wody wewnętrzney ieszcze bardziéy ułatwia wywikłanie się z niéy powietrza, przez co wzniéca się w wodzie wrzénie. Gdyby zaś rurka A B, w przestrzéni swoiéy niezaiętéy wodą była napełniona powietrzém gęstém, iakiém iest powietrze oddychalné, na ten czas postrzegłbyśmy, że ani przez oziębienie, ani przez rozgrzanie iéy kul nie będzie się ruszać, ponieważ powietrzé w tym razie od wody się odłączyć nié może.

## §. XVI.

W próżni ani ogień się utrzymać ani zwierzęta żyć mogą.

Jak istotnie potrzebné iest powietrzé do utrzymania ognia, życia zwierząt i roślin, przekonywaią nas doświadczénia czynioné w próżni. Zwierz lub ptak iakikolwiek, podsadzony pod obiętnią, wypróżniaiącą się z powietrza, w jednéy lub we dwóch minutach zdycha; wyiąwszy zwierzęta młodociané n. p. kocięta, choćby iuż miały dni ośm wytrzymuią dłużéy. Ryby zaś gady i robactwo, nie iednaką w téy mierze maią naturę: iedné z nich bowiém przez wiele dni żyią w próżni, a drugié natychmiast zdychaią. Rośliny nawet w próżni wiednieią i usychaią; ich nasiona chociaż w nayżyżnieyszą ziémię wrzucone, nie wschodzą tak, iak na wolném powietrzu. Płomień także gaśnie w próżni, co większa żadné ciało palné nie zaymuie się płomiéniém, nawet od samego szkła palącégo. Proch sam w ogni-



w ognisku szkła palącégo położony, dymi się tylko i rozpływa bez naymnieyszégo wybuchnienia. W tém ostatniém doświadczéniu nie należy brać, tylko kilka ziarn prochu, i te kładź pod obiętnią znacznéy wielkości, aby uniknąć niebezpieczéństwa mogącego wyniknąć z przeistoczénia się prochu na wyziéwy sprężyste, które zastępuiąc mieyscé powietrza, mogłyby tenże sam skutek uczynić, zwłaszcza gdy obiętnia iest przymała. Lubo zwierzęta żyć nié mogą w próżni, z tém wszystkiém naucza doświadczénié, iż tak ludzie iak i inné zwierzęta żyć mogą bez uszkodzénia w powietrzu nie równie rzadszém albo gęstszém od powietrza pospolitégo, iako to: na wiérzchołkach wysokich gór, gdzie toż powietrzé znacznie mnieyszéy iest gęstości, niż przy ich podstawie. Nurkowie także wpuszczaiący się w głębia morza, za pomocą naczynia zwanégo *dzwonem nurkowym* (Campana urinatoria) oddychaią tamże bez uszkodzénia powietrzem przez parcié wody zgęszczoném. Dzwon zaś nurkowy, iest to naczynié wielkié drewniané, ołowiém pobité, maiącé w dolnéy części swoiéy poprzyczepiané ciężary dla wagi; kształt iego podobny iest do kształtu dzwona, czyli raczey ostrokręgu uciętégo: w części swoiéy górnéy zasklepioné, a w niższéy otwarté, gdzie nurek siedzi. Naczynié to tak za-

nurzy-

nurzywszy w morzu, aby płaszczyzna otworu iego była równoległą do poziomu, powietrzé w niém się znayduiącé, nié mogąc nikędy wyyśdź, ściska się, zgęszcza od wody, a zatém wyższą część tego naczynia zaymuie, gdzie nurek zgęszczoném powietrzém oddycha pod wodą, a nawet kiedy tego potrzeba, może go odmieniać na świeżé przez otworzénié rurek spółkuiących z beczkami tuż obok obiętni nurkowéy będącémi, powietrzém napełnionémi.

## §. XVII.

Dźwięk w próżni wydany bydź nié może.

Jakiékolwiek ciało głos czyli dźwięk wydaiącé, n. p. zégar biiący, podstawiony pod obiętnią na wełnie, po wypróżnieniu z niéy powietrza, żadnégo dźwięku nie wyda, choć młotek iego bić będzie w dzwonek, które to doświadczénié przekonywa nas, że dźwięk w próżni wydany bydź nié może, a tém samém, że do wydania głosu istotnie iest potrzebné powietrzé. Ponieważ zaś nie przez samo tylko powietrzé głos się rozchodzi, ale téż i inné ciała twardé sprężyste ku temu skutkowi służą (Wst. Roz. X. 33.) dla tego czyniąc pomiénioné doświadczénié baczyć potrzeba, aby młotek zegarka żadnéy ze stałych części powietrzociągu nie dotykał się. Gdyby więc w temże doświadczéniu był użyty do poruszénia młotka pręt o którym mówiliśmy w §. 5. w takim



w takim razie potrzebaby iak nayprędzéy pręt cofnąć, nim młotek uderzy, dla przecięcia spółkowania dźwięku. Przeciwnie się dzieie z głosém w powietrzu zgęszczoném w obiętni: tém bowiém iest mocnieyszy i wyraźnieyszy, im bardziéy zgęszczoné iest powietrzé; do czego zaiste wiele się przykłada samo drżénié cząstek obiętni od drżénia powietrza w niéy się znayduiącégo wzbudzoné. I dla tego to ow nurek, co niegdyś w powietrzu miernie zgęszczoném w obiętni zanurzonéy w wodzie zadał na trąbce, mocą iéy dźwięku tak był rażony, iż prawie od zmysłu odszedł (Sturm. Colleg. curios. Tom II. Tent 1.).

## §. XVIII.

Wszystkié ciała iednakową spádaią prędkością w próżni, w niewielkich wysokościach na iakich tylko doświadczéniá czynić można.

Jeżeli walec szklanny blizko sześć stóp długi, a 2½. calów széroki, z obudwóch końców otwarty, z podstawą nieco przyszérszą, w gornym zaś końcu swoim mogący się zamykać wieczkiém, iakeśmy opisali w §. 5. oraz maiący pręt przez to wieczko przechodzący z kilku na końcu haczykami, na którychby można było z łatwością ciężarki iakié n. p. pióro, czerwony złoty, kawałek ołowiu tak zaczépić, iżby za naymnieyszém iego poruszéniém wszystkié te ciężarki pospádały, ieżeli mówię, walec takowy postawiwszy na talérzu powietrzociągowym wypróżnimy go z powietrza, a z pręta

ta pozrzucámy ciężarki, postrzeżémy, iż pióro wráz z jnnémi zawieszonémi ciężarami iednaka chyżością spádá na talérz powietrzociąga. Przeciwnie zaś trafiá się, gdy ténże walec nie iest z powietrza wypróżniony: ciała bowiém gatunkowo cięższe iako złoto, ołów, i t. d. prędzéy spádaią iak ciała gatunkowo lżeyszé n. p. pióro.

## §. XIX.

Płyny sprężysté, nie kiedy naczyniá, w których się znayduią, parciém ie swoiém z mieysca wzruszaią.

Fig. 81.

Wiémy, że gdy siły działaiace na ciało iakié w kierunkach wprostprzeciwległych są między sobą równé, ciało to koniecznie zostawać musi w spoczynku. Gdybyśmy więc powietrzé, albo inny iaki płyn sprężysty w naczyniu zewsząd zamkniętém, ilé tylko bydź może ścisnęli, płyn tén wywiérać będzie parcié swoie na naczynié ale dlá równégo na wszystkié strony działaniá swoiego, naczyniá z mieysca nie wzruszy. Lecz ieżeli przypuścimy, że część iakaś E, naczyniá AB nié może wytrzymać cáłkowitégo parciá płynu w niém się znayduiącégo, rzecz oczywistá, że w tym przypádku, płyn sprężystością swoią część takową naczyniá z mieysca poruszy, i popychać będzie ku EF, ale w miárę popchnięciá téyże części E, działanié iego na nią słabieć musi: a tak działanié w prost przeciwległé części C ku CD, któré przedtém wyrównywało działaniu ku EF, za poruszéniém części E,



E, stanie się większé od działaniá na tęż część E: zatém naczynié całe AB, ieżeli iest ruchomé, ku CD usuwać się będzie. Czego właśnie doświadczyć możná na rurce maiacéy kształt kuli albo gruszki wewnątrz wydrążonéy z ciénka szyyką (aeolipyla) z miedzi lub żelaza wyrobionéy. Wláwszy bowiém w nia cokolwiek wody, i wolno korkiém zaszpuntowáwszy, położmy ią nad żarzacémi się węglami, skoro tylko woda wrzeć zacznie, i przeistaczać się w parę sprężysta, (Wst. XIV. 23.) natychmiást korek z hukiém wystrzeli, a rurka w tył sie cofnie, byleby dosyć była ruchoma. Doświadczénié to tłumaczy nám cofanié się w tył dział woiénnych przy wystrzeléniu, podnoszénié się do góry rac i t. d. Proch albowiém zapalony rozpływá się, przeistáczá się w parę nader sprężystą, i na wszystkié strony moc swoię wywiéraiącą.

## §. XX.

Sprężystość powietrza ściśnionégo powiększá się, w stósunku powiększaiącéy

Jużeśmy okazali gdzieindziéy, że siła sprężystości powietrza powiększá sie przez iego ściśniénié, że zaś powiększá się w tym samym stósunku, w którym się powiększá gęstość powietrza, to nám okáże następuiacé doświadczénié. Weźmy sobie AB, CD. rurkę szklanną, na trzy lub cztéry linie szeroką, do táblicy drewnianéy przytwiérdzoną; maiącą dwa ramiona równoległe AB i CD, z którychby iedno było

się iego gęstości.

Fig. 82.

było długie blizko na dwanaście calów przy D zasklepione, drugie zaś długie blizko ośm stóp, przy A otwarte, obydwa zaś równey wszędzie grubości. Postawiwszy tablicę z takową rurką prostopadle do poziomu, wliymy przez A cokolwiek żywego srébra, któréby część rurki zakrzywioną, aż do linii poziomey BC napełniło. Powietrzé będące nad żywém srebrém w CD, mieć będzie gęstość i sprężystość taką, iaką ma powietrzé zewnętrzné; gdyż tak żywé srébro samé z sobą, iak powietrzé w CD z powietrzém zewnętrznem, zaymuiącém rurkę AB, równo waży. Przyléymy teraz żywego srebra tyle, żeby się rurka AB, aż do F niém napełniła tak, iżby się stopień ciepła nieodmiéniał. Powietrzé w rurce krótszéy póty ściskać się będzie w mnieyszé mieyscé n. p. DE, aż sprężystość iego tak przez zgęszczénié powiększy się, że będzie mogło oprzéć się ciśnieniu żywego srebra. Doświadczono zaś, że kiedy wysokość ciężkomiérza była = 28," zaś CD = 12," na tén czas CE, było = 4," oraz BF = 18:" albo (poprowadziwszy poziomie GE tak, żeby było CE = BG) GF, = 14". Kiedy zaś było CE = 6," na tén czas GF było = 28." a gdy było CE = 9" na tén czas GF było = 84". Powietrzé więc dopóki zaymowało mieyscé CD = 12" ciśnione było ciężarém całego powie-



powietrzokręgu, czyli co iedno iest ciężarém słupa żywego srebra wysokiego na = 28." Toż powietrzé skupione w mieyscu ED, = 12 — 4 = 8. ciśnione było ciężarém 28 + 14 = 42" żywego srebra: w mieyscu zaś 12 — 6 = 6" ciśnione było ciężarém 28 + 28 = 56" żywego srebra. Nakoniec toż powietrzé w mieyscu 12 — 9 = 3, ciśnione było ciężarém 28 + 84 = 112" żywego srebra. Jest zaś 28 : 42 = 8 : 12; 28 : 56 = 6 : 12; toż samo 28 : 112 = 3 : 12. Gęstość zaś powietrza będącego w rurce krótszéy musi bydź zawsze w stósunku odwrotnym wysokości ED. Wnosi się więc stąd ogólnie, że sprężystość powietrza, która zawsze wyrównywa sile ściskaiącéy powietrzé, iest w stósunku iego gęstości (Wstęp X. 7.) gdy stopień ciepła zostaie nieodmiénny.

## §. XXI.

Sprężystość powietrza rozrzedzonego zmnieyszá się w stósunku zmnieszaiącéy

Doświadczmy teraz, ieżeli dopiéro odkrytá własność powietrza, może mieć mieyscé wzięta odwrotnie. Niech będzie rurka AB prostá szklannà równéy wszędzie wewnątrz wydętości, z obydwoch końców otwartá blizko 30. calów długa w położéniu pionowém; spodni iéy koniec B zatkáymy palcém, przez gorny zaś A wléymy żywego srebra do iakiéykolwiek wysokości C, to zrobiwszy zatkáymy górny iéy otwór tak, aby powietrzé zewnętrzné wcale przezéń nie wchodziło,

spodni

się iego gęstości

Fig. 83.

spodni zaś otwór odetkáymy trzymaiąc go, zanurzonégo w naczyniu żywém srebrém napełnioném, część iakaś żywégo srebra z rurki wypłynie, reszta zaś zniży się do pewnégo punktu D. W tym więc przypádku powietrzé, które przedtém zaymowało tylko mieyscé AC, zaymować będzie nierównie większé AD, a zatém o tyle się rozrzedzi, o ilé się rozciąg iego powiększył. Doświadczono zaś, że kiedy wysokość ciężkomiérza była = 28,'' AB = 30,'' i AC = $2\frac{1}{4}$, na ten czas było AD = 9.'' Na początku więc powietrzé zaymuiąc mieyscé AC, taką miało gęstość, iaką była w powietrzokręgu, czyli iak gdyby było ciśnioné ciężarém 28'' żywégo srebra, ale za powiększéniém się iego rozciągu aż do AD, a tém samém za rozrzedzéniém się w stósunku AD: AC, ciśniony iest tylko od ciężaru słupa 7'' żywégo srebra. Słup bowiém powietrza AD, wraz ze słupém żywégo srebra DB, który wynosi 21,'' równo waży z powietrzokręgiém czyli ze słupém 28'' żywégo srebra. Od słupa więc 28'' żywégo srebra odiąwszy słup 21,'' zostanie słup 7'' którym samém tylko powietrzé w rurce iest ciśnioné. Jest zaś 7: 28 = $2\frac{1}{4}$: 9. a zatém gęstość powietrza w tymże samym iest stósunku, co iego sprężystość, czyli co i siła toż powietrzé ściskaiąca, byleby stopień ciepła był nieodmienny. Czyniąc wielé innych podo-



podobnych doświadczéń, przekonać się można, że gęstość powietrza, chociażby naybardziéy rozrzedzonégo, iest zawsze w stósunku siły cisnącéy gdy stopień ciepła zostaie nieodmienny.

## §. XXII.

Sposób doświadczenia tychże co wyżéy skutków w powietrzociągu.

Fig. 84.

Poprzedzaiącé własności w powietrzu dostrzeżoné, podaią nam szczególny sposób doświadczénia tychże skutków i w powietrzociągu. Niech rurka szklanna CDE, (z tabliczką swoią AB), wewnątrz wszędzie równéy wydętości, má dwa ramiona równoległé i pionowé, iedno CD, blizko na 12 cali długié, w górze otwarté, drugié DE, krótszé w górze zasklepioné. Napełniymy też rurkę żywém srebrém, aż do linii poziomey iakiéykolwiek AB, przestwór zaś BE niech zostanie zaięty powietrzém téy gęstości, iaką ma gęstość powietrzé oddychalné. Rurkę tę tak zawieśmy pod obiętnią, ażeby powietrzé z niéy przez sam tylko otwór C wychodzić mogło do obiętni: pompuiąc powietrzé z obiętni, powietrzé téż w AC zarówno się rozrzedzi, a zatém żywé srebro w ramiéniu DC, podniesie się, a opadnie w BD przez rozszérzénié się powietrza w EB. Aże dowiedliśmy, że gęstość powietrza, iest zawsze w stósunku iego sprężystości, z podniesiénia się więc żywégo srebra miarkować można o ilé się razy powietrzé w obiętni rzadszém stało od powietrza ze-

zewnętrznégo, albo raczéy, ilé razy sprężystość iego, mnieyszą iest od sprężystości powietrza zewnętrznégo (4.). Przeciwnie się stanie zgęściwszy powietrzé w obiętni: żywé bowiém srebro w ramiéniu dłuższém zniży się, a podniesie się w krótszém, a tak powietrzé w ramiéniu krótszém, przez ciśniénié powietrza zewnętrznégo zgęści się, i zatém podniesiénié się żywégo srebra nad punkt B, pokazywać będzie ilé powietrzé pod banią gęstszém się stało od powietrza zewnętrznégo.

## §. XXIII.

Sprężystość powietrza nié może bydź w stósunku iego gęstości, gdy stopién ciepła i czystości nie iest iednaki.

W poprzedzaiących badaniach o naturze powietrza co do sprężystości i gęstości, zawsześmy go odnosili do iednostaynégo stopnia ciepła i czystości: doświadczmy teraz, ieżeli przymioty służące powietrzu w pomiénionym względzie, służyć mu ieszcze mogą; gdy ani stopién ciepła, ani czystość nie iest iednaka. Daymy przeto, że rurka AB znayduie się w powietrzu wilgotném, któré gdy iéy część AC, zaymuie, niech ma sprężystość = E, gęstość = D; gdy zaś zaymuie mieyscé AD, niech onego gęstość będzie = d, sprężystość = e. Przypuściwszy więc że w tych obydwoch razach stopién ciepła iest iednaki, podług wyżéy dowiedzionych prawd, będziémy mieli E: e = D: d (§. 21.). Wystawmy teraz sobie, że powietrzé obiętności

Fig. 83.



tności AC, nim nabyło obiętności AD, zostaie osuszoné, a stopién iego ciepła nie odmiéniá się; sprężystość iego ieszcze będzie = e, gdyż taż sama siła co przedtém, ciśnie go; ale gęstość iego t, stanie się mnieyszą od gęstości dawnéy d: iest bowiém powietrzé wilgotné gatunkowo cięższe od suchego równie sprężystégo i równie ciepłego: (9.). Będzie więc E: e = D: d, ale nie = D: t, gdyż t < d. Podobnie okazaćby można było, że ponieważ powietrzé suché iest gęstszé, a wilgotné rzadszé, sprężystości obydwu tych gatunków nie są w stósunku ich gęstości. Wnieśmy stąd ogólnie, iż dopoty tylko sprężystość powietrza iest w stósunku gęstości iego, dopoki nie tylko stopién ciepła, ale też i czystości iego nieodmiénny zostaie; czyli co iedno iest, dopoki w pewnéy iakiéy miąszości powietrza gęścieyszégo, tyle się znayduie wyziéwów, ilé ich iest równéy miąszości powietrza rzadszégo, równie iak tamto ciepłego.

## §. XXIV.

Ciśnienie powietrzokręgu ku górze ubywa w po-

Wystawmy sobie iakikolwiek słup powietrzny okrągły, albo graniasty, pomiernéy szérokości od powiérzchni ziémi, aż do ostatniéy krainy powietrzokręgu wznoszący się, podzielony na nieskończénie wiele warstw poziomych równéy grubości, z których iakiékolwiek przyległé sobię

sobie niech będą CD, i EF. Ciśnienie zaś powietrzokręgu na płaszczyznie poziomu AB, niech będzie = P, ciśnienie na płaszczyznę także poziomu CD = p, na płaszczyznę poziomu EF = p'; daymy, że ciężar warstw, CF = g, warstwy AD = G; a tak będzie P = p + G; p = p' + g. Uważaiąc teraz ze wszystkich warstwach słupa powietrznego, których grubość tak iest niezmiernie mała, iż wszystkie się brać mogą za warstwy równey gęstości, stopień ciepła i czystości iest iednaki, będzie się miała gęstość warstwy AD, do gęstości warstwy CF, iak się ma p: p' (23.) Że zaś gęstość powietrza iest w stósunku siły cisnącey, będzie więc G: g = p: p', a tém samém G + p: g + p', albo P: p = p: p'. Cośmy tu widzieli na dwóch warstwach przyległych sobie AD i CF, widzieć by można na innych dwóch iakichkolwiek także sobie przyległych. Skąd się wnosi, że ciśnienie powietrzokręgu ku górze w słupie naszym, coraz się zmnieysza w postępie jeometrycznym; iakąkolwiek iest liczba warstw równo grubych, z których się on składa.

stępie (progressio) jeometrycznym.

Fig. 85.

## §. XXV.

Wiadomo iest, że odmiany zachodzące w wysokości ciężkomierza, okazuią odmienne ciśnienia powietrzokręgu, iakie n. p. bydź mogą w mieyscach AB, CD, EF. Gdy więc przypuścimy, że w mieyscu

Jak zmierzyć wysokość iakiego mieyscu



AB, wysokość ciężkomierza iest = B, w mieyscu zaś CD w tymże samym czasie wysokość iego = b; otrzymamy B: b = P: p. (Wst. IX. 22.) gdzie P i p wyrażaią ciśnienia powietrzokręgu na płaszczyzny AB i CD. Zatém warstwa będzie odległą od spodniéy na liczbę warstw n, a wysokość ciężkomierza w niéy = y, otrzymamy postęp jeometryczny składaiący się z liczby n + 1 wyrazów, którego pierwszym wyrazém będzie B, drugim b, ostatnim zaś y; a zatém $y = \frac{b^n}{B^{n-1}} = \frac{b^n B}{B^n}$ oraz $ly = n\,lb - nl.\ B + l.\ B$ (a) skąd $n = \frac{lB - ly}{lB - lb}$. Uważaiąc więc wszystkie warstwy, iakoby iednakiéy grubości, n. p. = c, ilość nc będzie odległością czyli wysokością warstwy iakiéy odległey od spodniéy AB. na liczbę warstw n: iest zaś $nc = c\frac{lB - ly}{lB - lb}$ przeto nc nazwawszy x, będzie $x = c\frac{lB - ly}{lB - lb}$ wyrazém takowéy wysokości. Ponieważ zaś doświadczénié przekonało, że gdy wysokość ciężkomierza przy powiérzchni morza iest = $\frac{T}{2p''}$

(a) l. oznacza Logarytm. Kréska położona nad liczbą stopy, dwie kréski cale, trzy kréski linie i t. d.

29″ = 348 liniy Paryzkich, a wysokość ciepłomiérza tamże iest = $16\frac{3}{4}$ stopni Reaum: na tén czas potrzeba ciężkomiérz wynieść nad powiérzchnią morza do wysokości 12, 497 sążni, żeby iego wysokość na iedną liniią zmnieyszyła się (de Luc. Recherches §. 561.). Jeżeli więc iest B = 348, i b=347, będzie c = 12, 497, a zatém $x = 12,497 \frac{l.348 - ly}{0,0012,497} = 10000.$

$\frac{l348}{y} = 10000\ l\ 348 - 10000\ l.\ y.$ Zrównanié to służy do wynaleziénia wysokości x, którá oznaczy się w sążniach Paryzkich, gdy wysokość ciężkomiérza y, wyrażona będzie w liniiach Paryzkich.

## §. XXVI.

Za pomocą ciężkomiérza zmiérzyć wysokość gór.

Dáymy, że teraz wynosimy ciężkomiérz ieszcze wyżéy iak do wysokości x n. p. do wysokości x', oráz niech tamże wysokość iego wskazuie liniy u, gdy na ciepłomiérzu iest $16\frac{3}{4}$, a zatém gdy przy powiérzchni morza, wysokość ciężkomiérza = 348:''' będziémy mieli x' = 10000 l. 348 — 10000 lu. (§. 25.) ażeby to na ténże stopiéń ciepła x=10000l348 — 10000 ly: odciągaiąc te dwa zrównowaniá od siebie, wypadá $x - x' = 10000\ l\frac{y}{u}$. Jeżeli więc przy górze albo wieży iakiéy, iakokolwiek nad powiérzchnią morza wyniesionéy, wysokość ciężkomiérza iest y, wysokość zaś iego



iego na wiérzchołku téyże góry lub wieży w jednymże czasie wzięta z tamtą iest = u, wysokość góry albo wieży téy x — x' (którą nazywam z) będzie = $10000\ l\frac{y}{u}$, biorąc powietrzé wszędzie iednako czyste i równie ciepłé na $16\frac{3}{4}$ Reaum: Gdy bowiém zimnieyszé iest albo ciepleyszé od rzeczonégo stopnia, nie tylko samo żywé srebro w ciężkomiérzu przez zimno bardziéy się ściągá a przez ciepło bardziéy się przedłużá, w jednakiéy nad powiérzchnią morza zostaiąc wysokości, ale téż w tych przypádkach i samo powietrzé gatunkowo lżeyszém albo cięższém się staie. ~~Zrówn~~anié więc wyciągnioné na wynaleziénié wysokości mieysc danych, potrzebuie dwoiakiéy poprawy, aby wydało wypadki rzetelné: poprawa zaś ta na tém zależy, aby służyła na każdy stopiéń ciepła tak żywégo srebra iak i powietrza.

## §. XXVII.

Piérwszá poprawa wysokości wynalezioné.

Co do piérwszéy poprawy ściągaiącéy się do odmiany obiętości żywégo śrébra z odmiany ciepła pochodzącéy, wiedzieć mámy z doświadczenia, że słup żywégo śrébra walcowy, który w wodzie ścinaiącéy się od zimna má długość = 27 calów, w wodzie wrzącéy przedłuża się na 6 liniy: owszém że w ogólności każdy słup okrągły żywégo śrébra zupełnie w tymże samym stósunku przedłuża

się, w którym się stopień ciepła podwyższa. (de Luc.) Przeto tenże sam słup żywego śrebra stopniami ciepła r przedłuża się na $\frac{6}{80}$ r $= \frac{3}{40}$ r linij, a długość iego na tén czas staie się C $= 27'' + \frac{3}{40}$ r.''' Położywszy więc r $= 16\frac{3}{4}$, wysokość zaś tego słupa na ciepło $16\frac{3}{4}$ nazwawszy D, będzie $D = 27'' + \frac{3 \cdot 16\frac{3}{4}}{40}$. Dwa tu przypadki rozróżnić potrzeba, ieden kiedy $r < 16\frac{3}{4}$ drugi kiedy $r > 16\frac{3}{4}$; w piérwszym przypadku będzie $D - C = 3\left(\frac{16\frac{3}{4} - r'''}{40}\right)$ to iest liczba liniy, któré przydać należy do słupa żywego śrebra C, ażeby znaleźć iego długośc D, odpowiadaiącą ciepłu $16\frac{3}{4}$°; w drugim przypadku wypáda postępowanie przeciwné, to iest też liczbę liniy potrzeba odciągnąć od słupa żywego śrebra C, aby otrzymać długość iego na stopień ciepła $16\frac{3}{4}$. Niech B wyráża liczbę liniy zamykaiących się w wysokości iakiégokolwiek innego słupa walcowégo żywego śrebra na tenże stopień ciepła r; przedłużénié zaś tego słupa w stopniu ciepła r położmy $=$ v; wiedząc z doświádczénia że przedłużénia różnych słupów walcowych żywego śrebra są w stósunku długości samychże słupów, będziemy mieli $27.12 + \frac{3}{4}$ r: B $= 3\left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{40}\right)$ : v, skąd v $= \left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{4320 + r}\right)$ B; to iest liczba liniy szukana, maiącá się przydać albo odciągnąć od słupa B, ażeby otrzymać iego długość stósowną do stopnia ciepła $16\frac{3}{4}$.



## §. XXVIII.

Co się tycze drugiéy poprawy należącéy do odmiany stanu powietrza, zawisłéy od ciepła, tę łatwo nám odkryie następuiącé rozumowanié. Wiadomo nam iest, że ciepło rozrzedzá powietrze, a tém samém ciężar iego gatunkowy zmnieyszá, wystawiwszy więc sobie, że powietrze będące między pewnémi punktami A i B. w których wysokości ciężkomiérzá, są y, i u, rozrzedza się od ciepła większégo niż $16\frac{3}{4}$ stopni, rzecz widoczna, że w tym przypadku ciężar powietrza zmnieyszać się będzie, a przeto potrzeba będzie wyniéść ciężkomiérz wyżey iak do punktu C, ażeby wysokość iego nie insza była iak u. Ponieważ zaś AC iest większe od AB, potrzeba będzie coś przydać do z oznaczonégo przez zrównanié podané § 26, ieżeli ciepło iest większé iak $16\frac{3}{4}$ a odciągnąć od z, gdy ciepło mnieyszé iest iak $16\frac{3}{4}$. Ilość zaś

Drugá poprawa. Fig. 86.

któ-

którą w téy mierze przydać albo odciągnąć potrzeba podług doświadczeń J. P. de Luc, wynosi $\frac{1}{215}$ część wysokości poprawnéy na każdy stopień ciepłomiérza Reaum: to iest na stopień ciepła r przydać albo odciągnąć należy od wysokości z raz iuż poprawnéy sążni $v' = \frac{r - 16\frac{3}{4}}{215}$

Obiaśniymy to wszystko przykładami.

## *Przykład pierwszy.*

X. Fenillée na wiérzchołku góry Pik na wyspie Teneryffie będącéy znalazł wysokość ciężkomiérza = 209''' przy podstawie zaś téyże góry wysokość ciężkomiérza = 334''', ale stopień ciepła powietrzokręgu nie był oznaczony. Przypuśćmy więc, że był = $16\frac{3}{4}$ szukáymy iaka będzie wysokość téy góry.

Postępuiąc podług tego, co się powiedziało w § 26 będzie,

$$\begin{aligned} l\,y &= 2,5237465 \\ l\,u &= 2,3201463. \\ \hline l\,\tfrac{y}{u} &= 0,2036002. \end{aligned}$$

Rozdzieliwszy więc tén Logarytm przez 10000 wypadnie wysokość szukaná góry = 2036,002 sążni. Ale JP. *Bouguer* jeometrycznie wymiérzaiąc tęż górę znalazł iéy wysokość = 2070 sążni.

*Przy-*



## *Przykład drugi.*

Wysokość Latarni morskiéy (*Pharus*) w Genui podług wymiaru jeomytrycznégo wynosi 222' 11'' Paryzkich, szukaymy podanémi sposobami czyli taż sama wysokość iey wypadnie, wiedząc, że przy podstawie onéyże ciężkomiérz wskazywał 338, 656,''' na wiérzchołku zaś 335, 844''', a stopień ciepła srzedni był na tén czas 19, 6° Reaum: Będzie więc podług § 27 $v = \frac{2,85}{43396} B = -0,000657, B$, a przeto wysokość y poprawna czyli $y' = 338, 434'''$, wysokość zaś u poprawna czyli $u' = 335, 624'''$. Skąd ....

$$\begin{aligned} l\,y' &= 2,5294741. \\ l\,u' &= 2,5258529 \end{aligned}$$

a przeto $l\,y' - l\,u' = 0003\,6212$

Iest więc wysokość szukaná Latarni raz poprawna czyli $z' = 10000\, l\,\frac{y}{u} = 36,212$. sążni (26) Aże $v' = \frac{2,85.36,212.}{215} = 0,48$ sążni. Wysokość więc z dwukrotnie poprawná czyli $z'' = \begin{array}{r} 36,212 \\ +0,48 \\ \hline 36,692 \end{array}$ albo 220, 152 stóp, co się bardzo mało różni od wymiaru jeometrycznego.

§ XXIX.

## §. XXIX.

Gęstość powietrzokręgu tak prawie zmnieyszá się postępuiąc do-góry ku górze, iak gdyby powietrzé wszędzie było iednako ciepłe i iednako czyste.

Ale to prawidło podług którégo za pomocą ciężkomiérza wyznaczamy wysokość gór i wież, má tylko mieysce w powietrzu równie wszędzie ciepłém i czystém iakeśmy wyżéy powiedzieli (§ 24.), lubo toż prawidło przy téy nawet iaką iest w rzeczy saméy różnica ciepła powietrzokręgu wyższégo i niższégo, bardzo użytecznem iest i więcéy niżby się spodziewać można dokładném. Doświadczono bowiém, iż rzeczone prawidło wymiérzania wysokości ciężkomierzém przywiązane do iednostaynégo ciepła i czystości powietrzokręgu má ieszcze mieyscé, gdy ani stopień ciepła, ani stopień czystości powietrza nie iest iednaki, byleby tylko wysokość ciężkomiérza na dole i w górze postrzéganą, podług odmiany ciepła była poprawną, oraz w drugiéy poprawie wysokości mieysca znalezionéy brané było śrzednie ciepło; to iest żeby w zrównaniu $v = \left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{4320 + r}\right)B$, ilość v wyrażała ciepło, które się w rzeczy saméy bądź w górze bądź na dole znayduie, w zrównaniu zaś $v = \frac{r}{215} - 16\frac{3}{4}$ z' taż ilość r wyrażała śrzednie ciepło między górném i dolném. Znayduiąc takową zgodę doświadczeń z prawidłém naszém, łatwo się domyślić możémy iéy przyczyny. Iako bowiém powietrzokrąg w dolnéy części swoiéy więcéy się rozrzedza od ciepła niż w górnéy, tak też przeciwnie w teyże części dolnéy daleko więcéy wyziéwów znayduie się, które go o tyle prawie nazad zgęszczaią, o ile się przez ciepło rozrzedziło: a tak powietrzokrąg taką má wszędzie gęstość, iakąby miał, gdyby tak w górze iak i na dole był iednako ciepły i iednako czysty.



## §. XXX.

Jakiégo Ciężkomiérza używać mámy do oznaczéniá wysokości góry.

Chcąc wymiérzać wysokości mieysc przez Ciężkomiérz, nie dosyć iest znać prawidło nie dawno wyłożone, ale potrzeba ieszcze aby ciężkomiérz był do tego iak náylepiéy zrobiony, to iest aby rurka szklaná miała koniecznie $2\frac{1}{2}$ albo náywięcéy trzy liniie śrzednicy wewnętrznéy, doskonale walcowá o iednéy wszędzie grubości, żeby szkło nie było nadto grubé, połowa liniy iest miarą grubości, którą szkło mieć powinno, żeby rurka wewnątrz żadnéy nié miała chropowatości, ale była zupełnie gładką. Jeżeli taki ciężkomiérz składá się ze dwóch rurek spółkuiących, czyli z rurki zagiętéy maiącéy dwa ramiona iaki iest náylepszy, ramie krótszé bydź powinno iednostaynéy śrzednicy i grubości z ramieniém dłuższém, na ramiéniu czyli rurce krót-

krótszéy bydź także powinny podziały i linie poziomo poprowadzone, aby dokładnie poznać można było wysokość słupa żywego śrebra przez powietrzé podniesionego i oddzielić go od tego, co się mocą żywego śrebra w rurce krótszéy podniesionego utrzymuie podług natury ciał płynnych, żywe śrebro w tym ciężkomiérzu bydź powinno nayczystszé, żadnych ob ych części, iakie bydź mogą ołów, Antimonium nie zawiéraiącé: to żywé śrebro ieszcze bydź powinno doskonale wysuszone i z wszelkiéy ogołocone wilgoci. Po tém wszystkiém, co iest naystotnieysza, bydź powinno żywe śrebro przez ogień zupełnie z powietrza obnażone. A ponięważ powietrzé nie tylko się może znaydować między cząstkami żywégo śrebra, ale nawet przyczepione do boków szkła w rurce, więc starać się należy, aby to powietrzé przez ogień zupełnie wypędzić tak ze szkła, iako też i z żywégo śrebra. Na tén koniec w robiéniu ciężkomiérza wypełniaiąc rurkę czystém żywém śrebrém, trzymać ią należy nad zarzącémi się węglami tak, żeby w niéy żywe śrebro wrzało następnie od końca rurki zasklepionégo aż do drugiégo otwartégo. Gdy tym sposobém powietrzé zupełnie będzie wypędzone przez ogień, żywé śrebro dokładnie przylégać powinno zewsząd do szkła mieyscé próżne



żné w górze przy sklepiéniu rurki, które się nazywa *próżnią Torycellego*, nié ma bydź nadto małe, a to dla tégo, że ieżeli nie podobna prawie ogołocić żywégo śrebra z powietrza, to powietrzé zgromadziwszy się potém w to mieyscé próżné, im bardziéy się rozciągnie, tém mniéy przeszkadzać będzie skutkóm ciężącégo powietrzokręgu. Podczas postrzegania czyli obserwacyi bydź powinien ciężarek czyli śrzódwaga przy ciężkomiérzu, aby się zapewnić o iego położéniu zupełnie pionowém. Nakoniec uważaiąc wysokość, potrzeba trochę wstrząsnąć ciężkomiérzém, aby żywé śrebro nie przylégało gdzie do rurki, ale wolną było mocą powietrzokręgu utrzymywané. Co się tycze podziału ciężkomiérza, ten może bydź następuiący: Rurka dłuższa AC, w górze za klepioną bierze się blizko 32 calów, krótsza C B otwarta długości upodobanéy. Ciężkomiérz ten tak się podziélá, ażeby przy linii poziomey D E, blizko na 9 calów wyniesioney, nad spodek rurki C było położoné o, żeby od punktu E spuszczaiąc się ku C było 7 calów oznaczonych, od punktu zaś D aż do A, na rurce dłuższéy calów 22 do 23 tym sposobém gdy żywé śrebro w rurce dłuższéy wygóruie n. p. aż do G, w rurce krótszéy opadnie aż do F, i będzie D

G + EF prawdziwą ciężkomiérza wysokością n. p. = 27. calów, gdy DG = 22,″ i EF = 5,″ ; w wymiérzaniu wysokości mieysc nie dosyć mieć takowy ciężkomiérz, potrzeba ieszcze żeby do niego był przyłączony ciepłomiérz, a to dla iak naydokładnieyszégo oznaczénia odmian ciepłomiérzowych ciężkomiérza. Maiąc bowiém ciepłomiérz obok ciężkomiérza, snadniéy iest w jednymże momencie ich wysokości dostrzégać w jakiémkolwiek stanowisku. Wszakże naylepszé maiąc ciężkomiérze, zawiesiwszy ié obok siebie zdarzá się częstokroć doświadczyć, że się nie zgádzaią co do wysokości, owszém że się różnią $\frac{1}{16}$ a niekiedy $\frac{1}{8}$ częścią liniy Paryzkich. A zatém można powiedzieć, że znaleziona wysokość mieysca przez ciężkomiérz w tylu stopach nie iest pewna, ile ich odpowiadá $\frac{1}{8}$ części liniy żywégo śrebra w ciężkomiérzu.

## §. XXXI.

Ciężkość gatunkową powietrza iak oznaczyć przez ciężkomiérz.

Powiedzieliśmy wyżéy, że ciężkomiérz przy powiérzchni morza wskazuie 348 liniy, kiedy na ciepłomiérzu iest $16\frac{1}{4}$ podniesiony zaś nad tęż powiérzchnią na 12, 497 sążni (25) czyli 10797,408. liniy przy tymże stopniu ciepła zniżá się na iednę liniią. Idzie więc zatém, że iedna linia żywégo śrebra równo waży z 10797, 408 liniiami powietrza, a przeto że powietrzé zawarté w rozległości 10797, 408 liniy



liniy iest tyléż razy lżeyszé od żywégo śrebra. Albo ponieważ żywé śrebro 14 razy cięższé iest od wody deszczowéy, powietrzé lżeyszé bydź musi od wody razy 771. Ale iak to bydź może, kiedy gęstość powietrza nie wszędzie iednaka? Lubo gęstość powietrza odmiénna bydź musi, podług odmiénnéy wysokości iego nad powiérzchnią ziémi, z tém wszystkiém w wysokości 12 sążni różnica téyże gęstości tak mała bydź musi, iż bez znacznégo a prawie żadnégo uchybiénia może bydź nierachowaną. Powietrzé im odlegleyszé iest od powiérzchni ziemi, tém rzadszé bydź musi, ale nié może nieskończénie rzadnieć. Jest bowiém powietrzé płynem, którégo cząstki maią z sobą pewny związek, związek ten formuie iému gęstość właściwą czyli przyrodzoną. Ciało naysprężystszé nawet, ani się rozrzádza ani zgęszcza wtedy, kiedy iuż wszędzie do iednakowéy postaci przyszło. Powietrzé więc rozciąganiém się swoiém przyszedłszy do stanu przyrodzonéy sobie gęstości przestać musi daléy się rozrzedzać (Wst. X. 2.). Atoli ieżeli powietrzé gęstszém się staie, iak iest w stanie sobie przyrodzonym, zgęszczénié to nié może bydź tylko skutkiém ciśnienia, oraz gęstość nabytá powietrza czyli powiększania gęstości (*incrementa*) są w stósunku ciśnień im odpowiadaiących. I tak ieżeli gęstość powietrza przyrodzoná iest A, gęstość zaś

zaś powietrza ściśnionégo przy powiérzchni ziémi m; gdzie ciężkomierz wskazuie stopni B, gęstość zaś powietrza ściśnionégo nie iuż przy powiérzchni ziémi ale w wysokości x nad tąż powiérzchnią będącégo iest u, gdy ciężkomierz wskazuie stopni b: będą się miały powiększania gęstości m—A, n—A, iak ich ściśnienia czyli B: b, wtedy kiedy powietrzé iest wszędzie równo ciepłe, i równo czyste. Zatém $n = \frac{mb - Ab + AB}{B}$. W ostatniéy krainie powietrzokręgu iest b = o więc tamże n = A. Aże gęstość przyrodzona powietrza A iest nieskończénie małą względém gęstości powietrza będącégo przy powiérzchni ziémi, albo w nie wielkiéy od niéy odległości x; można więc iéy nie rachować bez znacznégo uchybienia: a tak będzie m: n = B: b. Co przekonywa nas, że zrównanie nasze $z = 10000.\ 1\frac{y}{u}$ ma tylko mieyscé w dolnéy krainie a nie górnéy powietrzokręgu: w górnéy bowiém części gęstości powietrza znacznie odchodzą od stósunku ciśnień, i daleko mniéy tam się powietrzé rozciąga w porównaniu zmnieyszonégo ciśnienia, aniżeli w powietrzokręgu dolnym.

## §. XXXII.

Wysokość

Jak daleko się powietrzokrąg rozciąga, dokładnie oznaczyć nie podobna. Prze-



powietrzokręgu.

Przeciąg trwałości mroku i świtu, które są skutkiém łamania się promieni światła słonecznégo w powietrzokręgu okazuie blizko 4. milę iego wysokości. Ale wysokość ta, nié może się brać za wysokość prawdziwą powietrzokręgu, chyba raczéy za wysokość téy części iego, w któréy łamanié się promieni światła iest znacznieyszé. Jakże oznaczymy resztę wysokości powietrzokręgu? Doświadczénia przekonały, że za pomocą naylepszych wiatrociągów powietrzé pod obiętnią nigdy tysiąc razy rzadszém stać się nié może od powietrza zewnętrznégo, ale tylko blizko 500. lub 600. razy. Rzecz zaś iest dowodliwą, że przyrodzona gęstość powietrza, nié może bydź mnieysza od gęstości powietrza iak naybardziéy rozrzedzonégo. Przypuściwszy więc, iż gęstość przyrodzona powietrza iest 1500. razy mnieysza od gęstości powietrza nas otaczaiącégo i że to ubywanié gęstości idąc od nayniższéy aż do ostatniéy warstwy powietrzokręgu, dzieie się podług iednostaynégo prawa, w ostatniéy krainie powietrzokręgu, gdzie powietrzé iest razy 1500. rzadszém od powietrza dólnégo, będzie wysokość ciężkomierza $\frac{348'''}{1500}$, gdyż przy powiérzchni morza iest 348.''' Przeto w tym razie będzie $z = \frac{10000}{1348}$

$\frac{348\ (25)}{l.^{u}} = 10000.\ l.\ 1500$, to iest wysokość powietrzokręgu wypádá prawie = 9 mil, z którychby każda zamykała w sobie 3600 sążni paryz. Chociażby gęstość powietrzokręgu górnégo była większą razy 5000. od gęstości powietrzokręgu dolnégo, z tém wszystkiém zrównanié nasze, nie dałoby nam większéy wysokości powietrzokręgu, iak około 10. mil. A że wiémy (31.) iż powietrzé daleko mniéy się rozciąga w górnéy części powietrzokręgu, iak w dolnéy, przeto słusznie wnieść można, iż podług wszelkiégo do prawdy podobiéństwa, wysokość powietrzokręgu, nié może daléy zachodzić, iak do 8. blizko mil.

## §. XXXIII.

Bania Montgolfiera.

Jeżeli ciała gatunkowo lżeyszé od powietrza nás otaczaiącégo wznoszą się do góry, łatwo się domyślić można, że i kula iakażkolwiek wewnątrz wydrążoná, a płyném gatunkowo lżeyszym od powietrza pospolitego napełniona, wznosić się będzie do góry, chociażby była z ciała przycięższego wyrobiona, gdy dosyć iest cienką i znaczney wielkości. Nikt zaiste o tym skutku nie powątpiwał: ale wynaleziénié płynu gatunkowo lżeyszégo od powietrza, równie zaś iak one sprężystégo, to iest takiego, któryby wypełniaiąc kulę nie dopuszczał iéy się spłaszczać, zawsze



wsze było rzeczą trudną. Piérwszy JP. *Montgolfier* we Francyi w Roku 1783. uiścił myśl takową, potrafiwszy puścić banię znacznéy wielkości, która przez samo popychanié powietrzokręgu do znacznéy się wysokości wyniosła. Bania ta była płóciénná, papiérém wewnątrz wyklćiona, szwy czyli spoiénia iéy powrózkami przeplatanémi wzmocnioné były. Obwód bani był prawie = 100. stóp, a bryłowatość iéy koło 22000 stóp sześciénnych; od dołu miała otwór kwadrowaty, którégo boki a bardziéy listwy drewniané, iakoby za podstawę téy bani służące, miały długości po 16 stóp, w srzodku tegoż otworu wisiała faierka żelazna na łańcuszkach, na któréy przez dorzucanie słomy wráz z wełna siekanéy ciągle się ogień utrzymywał, gdyż obydwa te ciała, maiąc w sobie podostatek materyi palnéy, płomieniém goreia náymniéy dymiąc. Tym więc sposobém powietrzé w kuli będące, nie tylko się rozrzedzało, ale też płyn dobywaiący się ze słomy i wełny goreiącéy, gatunkowo lżeyszy od powietrza, wypędzał go z niéy sam iego zaymuiąc mieyscé. Płyn tén był lżeyszy od powietrza otaczaiącego prawie połową, lubo zarówno z niém był sprężysty: ważył zaś funtów 990. Aże sama kula przez się ważyła funtów 500, ieżeli więc 22000 stóp sześciennych powietrza

ważą około tysiąc dziewięćset dwadzieścia pięć funtów, uważaiąc powietrzé iako lżeyszé od wody 800 razy, kula owa musiała zaczynać się podnosić do góry siłą blizko 435. funtów.

## §. XXXIV.

Inná bania powietrzná.

Wynalazek ten JP. *Montgolfiera* dał pochop do innégo sposobu robiénia kuli powietrznéy w Paryżu w tymże roku. Znano bowiém iuż na ten czas szczególny gatunek powietrza z rozmaitych ciał, a mianowicie z żelaza przez kwas koperwasowy rozpuszczonégo dobywaiący się, nie równie lżeyszy od powietrza pospolitégo, to iest *powietrzé palné*, tak nazwané od własności łatwego zapalania się, gdy iest zmiészané z powietrzém pospolitém: takowym więc płyném starano się banię napełnić. Że zaś powietrzé palne składaiąc się z cząstek drobniuchnych, łatwo inné ciała przenika lub trawi, przeto rzeczoną kula była z materyi iedwabnéy, wewnątrz należycie nawiedzioną klyiém zwanym *gumą sprężystą*, część iéy dolna zamiast otworu miała rurkę z czopkiém ruchomym, którędy można było powietrzé wewnętrzné wypędzić przez samo iéy ciśnienié czyli spłaszczénié, zabronić zaś weyścia powietrzu zewnętrznému przez zakręcénié kółka. Była ieszcze do tego beczka, do któréy przez otwór poboczny opiłki żelazné czyste, i kwas koperwasowy także



także czysty, należycie wodą roztworzony wpływał, po czém tenże otwór zamykał się, a rurka tuż obok niego będąca, łączyła się z otworém rurkowym kuli. Powietrzé palné wielkiéy obfitości z beczki do kuli przechodząc, wydymało ią i napełniało, a robiło lżeyszą od powietrza otaczaiącégo, tak dalece, iż kula kółkiém zamknięta do znacznéy wysokości się wyniosła. Rozmaité potém kule powietrzné tego i tamtego gatunku, różné co do kształtu i wielkości robiono i puszczano, za pomocą których ludzie nawet na łódkach pod niémi wiszących, do znacznéy wysokości wynosili się.

# ROZDZIÁŁ II.

## *o ruchu płynów w ogólności*

## §. I.

Prędkość wody wypływaiącéy z naczynia przez otwór nieskończénie mały.

Wystawmy sobie naczynié iakié ACDB, napełnioné wodą lub innym iakimkolwiek płyném aż do powierzchni poziomey AB, maiącé na dnie otwor pionowy EFHG, walcowy lub graniasty, nieskończénie mały, przez któryby woda własnym ciężarém wytryskuiąc, naymnieyszégo nie doznawała tarcia, lub innéy iakiéy przeszkody, a statecznie zachowała kierunek EG, i tenże otwór należycie wypełniała. Co gdy tak iest, podstawa Fig. 88.

rzeczonego otworu EF, wytrzymywać będzie parcié słupa wodnego EF, FI; że zaś przez otwór nieskończénie mały nie może uyść w danym czasie z naczynia, tylko ilość wody nieskończénie mała, przeto wysokość tego słupa, zawsze bydź musi iednaka, a tém samém i siła cisnąca na EF, czyli ciężar słupa EF, FI, będzie siłą iednostayną. Kropla zaś EGHF, wytryska z otworu w przeciągu czasu naymnieyszégo t, i przy końcu tegoż czasu, taką ma prędkość C, z jaką woda płynie przez otwór GH; o czém, aby się przekonać, przypuśćmy, że naczynié AD iest próżné, i że sama tylko kropla LGHM. własnym ciężarém wypada przez GH, w tymże czasie t, a przezto że MH iest wysokością wolnégo spadku należącą do czasu t; a będzie w tym razie siła ciśnienia, czyli ciężar kropli rzeczoney EFMH, siłą iednostayną, z któréy w czasie t, rodzi się prędkość c. Aże siły iednostaynie działaiące są w stósunku biegów ich w równym czasie sprawionych (XII. Roz. I. §. 12.) biegi zaś podstępné są w stósunku mnogości powstaiących z mięższości i prędkości (Xię. I. Roz. II. §. 8.) będzie się więc mieć ciężar słupa EFI. do ciężaru kropli GM. czyli EF. FI: EF. MH. iak C. EF. FH: c. EF. MH, albo zniosłszy spólné mnożniki FI: MH = C. FH: c. MH. Są zaś biegi przez wysokości FH i MH biegami



gami iednostaynie przyśpieszonémi, Xię.) II. Roz. I. §. 11. 12.) bydź więc musi $C = \frac{2FH}{t}$, toż $c = \frac{2MH}{t}$ (Xię. I. Roz. IV. §. 7.) a zatém $C : c = \frac{2FH}{t} : \frac{2MH}{t} =$ FH: MH. A że było FI: MH = C. FH: c. MH. więc będzie FI: MH = $C^2$ $c^2$. Dáymy teraz, że ciało iakié wolnie spadaiąc przez wysokość FI, nabywá prędkości V, a będziémy mieli $V^2 : c^2$ = FI: MH, a zatém $V^2 : c^2 = C^2 : c^2$ skąd wypada V = C to iest: płyn wytryská z otworu EH prędkością odpowiadaiącą wysokości wolnego spadku FI. I ta to iest prędkość, którą wszystka woda z naczynia wypływać będzie, gdy i wysokość FI i ciśnienié na EF nie odmiénia się.

## §. II.

Prędkość wody różna iest w różnych przecinkach (sectio) danego naczynia.

Przypuściwszy, że kanałém AH iakiégokolwiek kształtu płynie woda tak, iż ilé iéy uchodzi z jednéy, tylé przybywá z drugiéy strony, i że w każdym z osobna przecinku AB i GH prędkości cząstek płynu będąc równémi, maią kierunki prostopadłe do tychże przecinków; szukáymy iakié będą prędkości przecinków AB, GH? Dáymy tedy, iż w czasie iakim naymnieyszym t przechodzi przecinek AB, Fig. 89. na EF, i GH na LM, weźmyż tenże czas za nieskończénie prawie mały, to iest taki,

w którym-

w którymby znaczna odmiana biegu stać się nié mogła, a tém samém kierunki i prędkość cząstek wodnych tak w przecinku AB i EF, iako też w GH i LM były téż samé. Co skoro tak iest, biegi z AB, na EF i z GH na LM bydź muszą iednostayne, przecinki zaś same AB i EF, GH i LM, między sobą równoległé. A że w biegach iednostaynych prędkości są w stósunku mieysc w jednymże czasie przebytych, prędkość więc c iakiéykolwiek cząstki przecinka AB, mieć się będzie do prędkości C iakiéykolwiek przecinka cząstki GH, iak się maią odległości AE: GL lub BF: HM w jednymże czasie náymnieyszym t, biegami iednostaynémi przebyté. Ażeśmy przypuścili, że ile płynu uchodzi z przestworu (spatium) ze strony GH, tyle go w równym czasie przybywá z przeciwnéy strony EF, bydź więc musi graniastosłup GHGL równy graniastosłupowi ABAE. a stąd AB: GH = GL: AE = C: c, to iest prędkość C przecinka GH má się do prędkości c, przecinka AB, iak przecinek AB do przecinka GH. Skąd się wnosi ogólnie, że prędkości wody w różnych przecinkach naczynia są w stósunku odwrótnym tychże przecinków.

## §. III.

Prędkość wody wyskończenie mały

Oznaczywszy prędkość wody wytryskuiącéy z naczynia przez otwór nieskończenie mały, oszacuymy prędkość iéy wytry-



wytryskania przez otwór, który má znaczną iakąkolwiek obszérność, iakim iest n. p. otwór poziomy CD na dnie naczynia iakiégokolwiek kształtu HB, przez który to otwór woda własnym ciężarém wyciékać może. Wyciekanié to dziać się nié może bez opadania powiérzchni wody poziomey AB pewną iakąś prędkością: daymy tedy, że każda cząstka rzeczonéy powiérzchni opada pionowo, prędkością zawsze iednaką, i że tąż prędkością odpowiadaiącą wysokości AG, tylé wody ustawnie przybywá, ilé iéy potrzeba do utrzymania się przy iednakiéy wysokości w naczyniu pod czas odchodu. Co łatwo bydź może wyobraziwszy sobie nad AB, naczynié EF. niezmiernéy obszérności, napełnioné wodą do wysokości AG, z którégoby rzeczoná ilość wody nieprzerwanie przybywała do AB: w tym bowiém razie AB, brać się może za otwór nieskończenie mały naczynia EF, nieskończenie wielkiego, a tak prędkość wody przechodzącéy przez AB, odpowiadać będzie wysokości AG. (§. 1.); na iedno więc tu wypada, czyliby kto nieustannie przyléwaiąc wody do AB, wypełniał nią naczynié, czyli też woda sama przez się nieustannie wpływała z naczynia EF. w obydwóch razach ruch przecinka AB naczynia stale pełnégo, zawsze iest iednaki. Aże podług założénia, tylé wody wchodzi

pływaiącéy z naczynia stale pełnégo przez otwór penwnéy wielkości.

Fig. 98.

dzi do naczynia BH przez otwór AB, ile iéy uchodzi w równym czasie przez otwór CD, zaczém biegi przecinków AB i CD są iednakié, a przeto prędkość C, którą każda cząstka przecinka CD pionowo bieży, mieć się będzie do prędkości c każdéy cząstki przecinka AB w takimże kierunku bieżącéy, iak się maią odwrotnie też odcinki to iest: iak AB: CD, (§. 2.) albo przypuściwszy, że te przecinki są figurami podobnémi, i że AB i CD są ich srzednicami lub wymiarami odpowiedaiacémi sobie (dimensiones homologae) będzie $C : c = AB^2 : CD^2$. Że zaś ieżeli AB można było brać za otwór nieskończénie mały naczynia EF, tém bardziéy, że za takiż otwór naczynia EF brać można CD, prędkość więc C, odpowiedać będzie wysokości GH. (§. 1.) prędkość zaś c do wysokości $AG = HG - AH$, a zatém $C : c = \sqrt{HG} : \sqrt{(HG - AH)}$ czyli $C^2 : c^2 = HG : HG - AH = AB^4 : CD^4$. ; Skąd $HG . CD^4 = HG . AB^4 - AH . AB^4$ a przeto $GH = \frac{AH . AB^4}{AB^4 - CD^4}$

Zrównanié to daie szukaną wartość wysokości, któréy odpowiada prędkość wody wypływaiącéy z naczynia stale pełnégo przez otwór pewnéy wielkości, a przeto oznacza też prędkość. Ażeby zaś tén wyraz prędkości wystawić w wzorze, ogólnieyszym, połóżmy wysokość



sokość $GH = b$, srzednicę otworu $CD = d$, wysokość wody w naczyniu $AH = a$, srzednicę górnéy powiérzchni wody $AB = f$; a tak zrównan é powyższé, zamiéni się na $b = \frac{a f^4}{f^4 - d^4}$, gdzie pomnieć należy na warunki, z których takowé prawo ruchu iest wyciągnioné, a zatém w których okolicznościach może i powinno mieć mieyscé.

## §. IV.

Zastanowiwszy się uwágą nad zrównaniém $b = \frac{a f^4}{f^4 - d^4}$ wyrażaiącém prawo biegu przez otwór danéy wielkości z naczynia stale pełnego, następuiącé wypadaią wnioski: 1º w zrównanié to, nie wchodzi kształt naczynia, lecz tylko wchodzą ilości f, a, d; przeto prędkość rzeczonégo biegu bynaymniéy nie zawisła od kształtu naczynia, lecz tylko od obszérności zwiérzchniégo przecinka wody w naczyniu iéy wysokości i obszérności otworu przez który wycieka, 2º ponieważ wysokość b, wyraża się przez ilości stałe f, a, d, musi bydź nieodmiénną, a zatém takąż bydź musi i prędkość onéy odpowiadaiącá (m). 3º Położywszy $d = \frac{1}{10} f$, a przeto $d^4 = \frac{1}{10000} f^4$, bez znacznégo uchybiénia

Woda wyciéká z naczynia stale pełnégo prawie zawsze prędkością odpowiadaiącą iéy wysokości w témże naczyniu.

brać

brać można $f^2 - d^4 = f^2$ w tym zaś razie zrównane $b = \frac{af^4}{f^2 - d^4}$ zamieni się na $b = a$, to iest: wytryskáwoda z naczyniá stale pełnégo, prawie zawsze prędkością swoią odpowiadaiącą wysokości iéy w naczyniu, gdy otwór nie iest zbyt obszérny n. p. nie większy iak srzednicy $= \frac{1}{4}$ f. 4° wziąwszy zaś $d = f$, wypádá $b = \frac{af^4}{o}$, to iest w tym razie prędkość biegu iest nieskończénie wielka. Jakoż przez naczynié z obydwu końców otwarté, samowolnie spádá woda, tak iakby ciało stałe, i bezustannie przyśpieszać powinna bieg swóy.

## §. V.

Zyła wody zwartá (vena contracta aquae)

Fig. 91.

Do płynu przezroczystégo wsypawszy proszek miałki, postrzeżémy, że ten płyn wyciekaiąc z naczyniá AC, stale pełnégo przez otwór EF, wchodzi weń pionowo przy osi GH, w innych zaś mieyscach tém ukośniéy, im bardziéy iest oddalony od téyże osi, tak dalece, iż na dnie naczyniá bierze kierunek poziomy, kierunki zaś srzednié IH, LH, odpowiadaiącé dwóm połowicóm HF, HE, przecinka EF, równo są oddaloné od osi i dna naczyniá, bo czynią kąty GHI, i GHL równé, z których każdy wynosi 45°. Biegi więc równé wyrážaiącé się przez liniie HI, HL, rozebrać



zebrać się mogą na biegi IG, GH, i GL, GH; z których dwa IG, GL, są poziomé i wprost przeciwległé sobie, a zatém iako równé, wzaiémnie się ieden przez drugi znosi znosząc się zaś ściskaią strumiéń (vena) wytryskuiący. Musi więc bydź w tym strumiéniu iakiéś mieyscé n. p. N. gdzie rzeczoné biegi wcale nié maią mieysca, i tylko same biegi cząstkowé GH, GH, czyli bieg całkowity GH pionowy znayduie się, i tym tylko biegiém cały przecinek poziomy MN, odchodzi; przecinek takowy, nazywá się przecinkiém żyły zwartéy (sectio venae contractae) odległość iego FN od otworu (iak uczy doświadczénié) prawie zawsze równa się połowie srzednicy tegoż otworu, to iest prawie FN = FH; sam zaś strumiéń przebywszy przecinek MN, bierze kształt walca lub graniastosłupa, zwłaszcza gdy działanié ciężkości, lub opór powietrza mniéy ku temu przeszkadza. Cały więc przecinek EF uchodzi w kierunku HO prędkością GH; uchodziłby zaś prędkością C = IH = LH, która ma się do GH, iak $\sqrt{2}$ : 1, gdyby wszystkié cząstki płynu w EF bieg tylko miały pionowy, i prędkość c odpowiadała wysokości PH (§. 4.) tak iak w rzeczy samey w przecinku żyły zwartéy MN w tymże kierunku wszystkié cząstki płynu uchodzą prędkością odpowiadaiącą wysokości PO. Gdy tedy

otwór

otwór EF iest arcy szczupły, a tém samém i wysokość PO, prawie równa wysokości PH, mieć się będzie przecinek żyły zwartéy MN do otworu EF prawie iak $1 : \sqrt{2} = 1 : 1{,}41$. Co właśnie Newton odkrył przez doświadczénié: są bowiém prędkości przecinków (§. 2.) w stósunku odwrotnym tychże przecinków, kiedy zaś otwór EF będzie miał pewną obszérność n. p. srzednicy iednocalowéy lub większéy, na tén czas płyn między H i O, znacznie się przyśpiesza, a tak i stósunek przecinków MN i EF nieco się powiększa.

## §. VI.

Doświadczéniá okazuiące prędkość strumiénia, wytryskuiącego przez otwór naczyniá stale pełnego.

Prawdę w § poprzedzaiącym z rozumowania wydobytą stwiérdzić ieszcze można doświadczéniami. Wziawszy naczynié CB, napełnioné wodą aż do CE, maiące otwór poboczny ciasny przy punkcie F (który to punkt bierze się za punkt srzedni przecinka żyły zwartéy) liniia EF

Fig. 92.

(m) Wniosek ten zgodny iest z przypuszczéniém § poprzedzaiącego, gdzie powiedzieliśmy, że biegi górnéy powiérzchni wody i otworu są iednakié, owszém iest on wypadkiém tegoż przypuszczéniá. Wszakże oderwawszy uwágę choć na moment od tegoż przypuszczéniá, przyznać musimy, że prędkość b podług wszelkiéy ścisłości bydź ilością stateczną nié może. Potrzeba bowiém pewnéy chwili czasu, aby ruch iuż sprawiony w otworze naczyniá, udzielił



EF pionową, łączącą tenże punkt z powiérzchnią górną wody, będzie wysokością odpowiadaiącą prędkości wody w przecinku teyże żyły zwartéy. Daymy bowiém, że naczynié CB, z którégo tylé przybywa, ilé ubywa wody, czyli stale pełné, stoi na táblicy poziomey AD, i że żyła wody poziomie wytryskuiącá będąc bardzo cienką spada na pewny iey punkt A; wymiérzywszy więc odległość tego punktu od pionowéy FB, iako też i samą pionową FB, oznaczyć można będzie prędkość c przecinka żyły zwartéy. Tén bowiém przecinek dla zbytniéy cięnkości strumiénia przypada w samym boku naczyniá: bieg zaś strumiénia iest dwoisty, ieden iednostayny i poziomy prędkości c, którym on przebiégłby mieyscé FH = BA w czasie t, drugi pionowy, którym samowolnie spadałby przez FB = HA w tymże czasie t; (Xię. I. Roz. VI. §. 7.) będzie więc $c = \frac{BA}{t}$. Niech g wyráżá wysokość,

lił się dalszym i wyższym częściom wody, a zatém inszy bydź musi bieg na samym początku, a inszy na potém. Że zaś doświadczéniá nauczaią, że różnica ta czasów iest nader mała, tak dalece, że spodniá i górna powiérzchnia wody w jednymże prawie momencie, iednaką prędkością odchodzić poczynaią: przeto téż w podobném zdarzéniu, taż różnica czasów zaniechaną bydź może.

kość, przez którą ciało samowolnie spada w czasie 1″, będzie g: FB = 1 : $t^2$, zatém $t^2 = \frac{FB.}{g}$ i $c^2 = \frac{BA^2}{FB}g$. Oprócz tego niechay a wyraża wysokość odpowiadaiącą prędkości c, będziemy mieli g : a = 4 g : $c^2$, skąd 4 ga = $c^2 = \frac{BA^2}{FB}g$ toż $a = \frac{BA^2}{4FB.}$

To ostatnie zrównanie odkrywa to, czegośmy szukali, bylebyśmy tylko oznaczyli ilości AB, FB, które iak wiemy, łatwo oznaczone bydź mogą przez rozmiar: doświadczénié nawet przekonało, że kiedy otwór F, iest wydrążony w blaszce iak nayciéńszéy, i kiedy FE = 18‴ = FB. na ten czas prawie iest BA = 35,5″; zaś $a = \left(\frac{35,5}{4.\ 18}\right)^2 = 17,5''$. Co dowodzi, że prędkość przecinka żyły zwartéy odpowiada wysokości wody w naczyniu nad tymże przecinkiém. Wszakże wysokość ta mnieysza nieco okazywać się zwykła w doświadczéniach z przyczyny tarcia i oporu powietrza. Używszy zaś zamiast blaszki cienkiéy przedziurawionéy w F, krótkiéy rurki walcowéy, rozlicznémi doświadczéniami przekonać się można, że ogólnie przy iednakich okolicznościach rzeczona wysokość prędkości choćby naywiększa, iest prawie = $\frac{7}{10}$ FE, to iest daleko mnieysza od téy wysokości, która bywa w otworze blaszki cienkiéy, a która nader się zbliża do wysokości EF, zaczém wielka zachodzi różnica między odchodém płynów przez otwór blaszki, i między ich odchodém przez rurkę.



## §. VII.

Odchód wody rzeczywisty przyrodzony (dispendium verum & naturale).

Usiłuymy teraz ustanowić stósunek między przecinkiém żyły zwartéy a otworém blaszki; a naprzód rozróżniymy to, co się nazywać zwykło odchodém w naczyniu wody rzeczywistym, a odchodém stósunkowym, który choć nie właściwie zwą przyrodzonym. Odchod rzeczywisty, iest to ilość wody, która w danym czasie w saméy rzeczy odchodzi z naczynia: odchód zaś stósunkowy, czyli iak go nazywaią naturalny, wyraża ilość wody, którąby w tymże samym czasie co i tamta odeszła z naczynia, przez otwór blaszki cienkiéy, gdyby przecinek cyfki, równał się zwierzchniému otworowi naczynia, oraz gdyby prędkość wody w tymże przecinku, odpowiadała wysokości w naczyniu nad tymże przecinkiém. Położmy więc że powierzchnia zwierzchniégo otworu naczynia = $b^2$, wysokość zaś wody w témże naczyniu nad przecinkiém żyły zwartéy = a, będzie odchód stósunkowy iednéy

iedney sekundy $= 2b^2\sqrt{ga}$, gdzie g wyraża wysokość samowolnego spadku ciała w przeciągu sekundy (Xię. I. R. III. §. 2.) To maiąc nazwiymy $x^2$ powiérzchnią, przecinka żyły zwartéy, i razém przypuśćmy, że prędkość tego przecinka odpowiada wysokości a: w takowym razie $2x^2\sqrt{ga}$, będzie odchodém wody rzeczywistym. Zaczém, ma się odchód stósunkowy mogący się oznaczyć przez rachunek, do odchodu rzeczywistégo odkryć się mogącégo przez doświadczénié, iak się ma $b^2 : x^2$ to iest, iak zwiérzchni otwór naczynia do przecinka żyły zwartéy. Wszakże stósunek ten odchodów wody pomiénionych bywa częstokroć większy od stósunku dopiéro rzeczonégo, a to dla tego, że prędkość wody w przecinku żyły zwartéy nieco mnieysza bywa od téy, która wysokości a odpowiada; co iest skutkiém tarcia i oporu powietrza. A że doświadczénia nauczaią, że stósunek odchodów, przy równych okolicznościach, wzrasta za powiększeniém się wysokości wody w naczyniu; wniéść więc należy, że tarcié wody powiększa się z powiększaiącą się prędkością. Przydać tu potrzeba i to, że przy iednakich wysokościach wody w naczyniu, tém większé iest tarcié, im większa iest powiérzchnia tarciu podlégaiąca; czego doświadczyć można na otworach równéy powiérzchni, lecz nie iedna



iednakiéy Figury n. p. kulistych i kwadratowych. Przy równych bowiém okolicznościach w jednymże czasie, więcéy odchodzi wody przez tamten iak przez ten (*).

## §. VIII.

Wielokrotné przekonały doświadczénia, że kiedy wysokość wody w naczyniu iednakowo zawsze nią napełnioném nie przechodzi 10. lub 20. stóp, srzednica zaś otworu blaszki cienkiéy, nie iest większa iak na iedén lub dwa cale; na tén czas iakokolwiek woda wytryska, poziomo lub pionowo, ma się odchód rzeczywisty do odchodu przyrodzonégo prawie iak 5 : 8 (Bossut Hydrodynamica II. p. 20.) to iest odchód rzeczywisty $= \frac{5}{8}$ odchodu przyrodzonégo: czyli odchód rzeczywisty iedney sekundy nazwawszy m, odchód zaś przyrodzony p, będzie $m = \frac{5}{8}p$. A że odchód przyrodzony iedney sekundy znaleźliśmy $= 2b^2\sqrt{ga}$, więc $m = \frac{5}{8} 2b^2\sqrt{ga} = \frac{5}{4}b^2\sqrt{ga}$. Zrównanié to daie wartość odchodu rzeczywistégo iedney sekundy w funkcyi odchodu przyrodzonégo: maiąc więc daną stałą wysokość wody w naczyniu iakiém i wielkość iego otworu, łatwo

Stósunek zachodzący między odchodém wody rzeczywistym i stósunkowym

W będzie

(*) Obwód koła zawsze iest mnieyszy od obwodu kwadratu lub inney iakiéykolwiek Figury prostokreślney równey iém co do powierzchni.

będzie można oznaczyć ilość wody, któraby w pewnym czasie n. p. w 1′ odéyśdź mogła, to iest wynaleźć odchód iéy rzeczywisty, szukaiąc piérwéy odchodu przyrodzonego, a tén potém mnożąc przez $\frac{5}{8}$. I tak niech będzie srzednica otworu kolistego, w blaszce wywierconego $= \frac{1}{2}'' = 0,5''$; powiérzchnia iego będzie $= 0,19'' = b^2$. Niech wysokość wody w naczyniu czyli a, należącá do prędkości c, $= 2\sqrt{ga}$, będzie $= 9$ stóp, będzie też $c = 2\sqrt{9g} = 6\sqrt{g} = 6\sqrt{15}$ stóp $= 23,32$ stóp $= 279,8''$ przeto odchód przyrodzony iednéy sekundy czyli p. $= 2b^2\sqrt{ga}$ będzie $= 0,196.279,8 = 54,8''$; iedney zaś minuty $= 3290''$. Zatém $m = \frac{5}{8}3290'' = 2056$ calów sześciennych, to iest wartość szukana odchodu istnego na iedną minutę. Ale w rzeczy saméy w tymże czasie odeszło z naczynia wody tylko 2018, calów sześciennych Bossut II. §. 26, co pokazuie iak się zbliżá rachunek do istotnéy prawdy.

## §. IX.

Odchód wody przez otwory poboczne.

Ponieważ woda z naczynia stale pełnego wytryskuie prawie zawsze prędkością odpowiadaiącą wysokości nad otworém, przeto gdy tenże otwór będąc pobocznym mieć będzie położénie pionowé lub ukośné, na ten czas woda odchodząc przezéń nie będzie mogła mieć iednakiéy prędkości w ka-

Fig. 9.



w każdém iego mieyscu, ale cząstki niższé prędzéy, wyższé powolniéy odchodzić będą: w tym więc razie będzie srzednia iakaś prędkość, do któréy się odnosi odchód wody przyrodzonéy, to iest potrzeba będzie mnożyć srzednią iakąś prędkość przez powiérzchnią otworu, aby oznaczyć rzeczony odchód. I tak przypuściwszy że AB, wyráża otwor pionowy, i że AC = CB, oraz że woda aż do A tylko wypełnia naczynié, będzie się mieć prędkość odchodzącéy wody przez B do iéy prędkości odchodzącéy przez C iak $\sqrt{AB} : \sqrt{AC} = \sqrt{2} : 1 = 1,41 : 1$. A że przy saméy powiérzchni wody czyli w A, nié masz żadnéy prędkości, czyli, że ta $= 0$; na spodzie zaś, to iest przy B, iest ona $= 1,41$, przeto srzednia prędkość należącá do punktu C, będzie $= 0,7$. Lecz punkt srzedni C, ma prędkość $= 1$, zatém większą aniżeli srzednia. Toż zdarzénié ma mieyscé, gdy otwór poboczny naczynia iest kolisty, cząstki bowiém płynu srzodkiém iego odchodzącé, odchodzą nieco prędzéy iak srzednią prędkością, iednakże im wyżéy naczynié wodą iest napełnioné, nad otworém, albo im mnieyszy sam otwór, tém mnieysza zachodzi różnica między prędkościami cząstek płynu wyższych i niższych, a tém samém prędkość srzodka otworu, tém bardziéy zbliża się do prędkości srzedniéy; owszém do-

świadczéniá przekonywaią, że choćby też otwor naczyniá był dosyć obszérny, i wysokość wody nader mała, bez znacznégo uchybiénia brać można wysokość wody nad srzodkiém otworu za wysokość należącą do prędkości srzedniéy, przez którą oznacza się odchód przyrodzony.

## §. X.

Prędkość wody odchodzącéy z naczynia przez rurkę krótką.

Fig. 94.

Umieiąc iuż iakokolwiek oszacować ilość wody odchodzącéy z naczyniá stale pełnego przez otwór w blaszce cienkiéy wywierconéy, można będzie oznaczyć odchód iéy przez rurkę krótką n. p. GF. walcową, naczynia AI stale wodą napełnionégo. Idąc zaś od łatwieyszych do trudnieyszych, przypuśćmy, że długość téy rurki, równa się połowie iéy szérokości, albo przynaymniéy mało co się od niéy różni. W tym razie strumień wytryskuiący, żadnégo nie poniesie zwarcia czyli ściśnienia, tak dalece, że każda cząstka płynu przechodzić będzie przez przecinek EF w jednymże kierunku GE. Podczas takowego odchodu uderzywszy młotkiém lub czém podobném rurkę, woda od niéy odskakuie i prędzéy odchodzić poczyna z naczyniá AI. to iest: tyle iéy odchodzi w danym czasie, ilėby odeszło przez otwór blaszki równy GH = EF: co dowodzi, że bieg wody w rurce opoźnia się przez wzaiémne ciał przyciąganié się. Jeżeli AB wyráża powiérzchnią wody



dy przeciągnioną aż do C, liniia zaś CD wyráża wysokość teyże wody po nad osią rurki, a przecinek EF, przecinek żyły zwartéy, będzie prędkość tego przecinka należeć do wysokości CD (§. 9.) prędkość zaś przecinka GH, dla pochyłości kierunków cząstek wodnych w tymże przecinku będzie na ten czas $= c\sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71.c.$ (§. 5.). A że podług doświadczénia z przyczyny wzaiémnégo ciał pociągania się przy obydwóch przecinkach EF i GH równą prędkością odchodzi woda, musi więc przecinek EF opóźniać się w biegu przecinkiém GH, tén zaś wzaiémnie przyśpiésza się tamtym, a tak obydwa srzednią biegą prędkością, która w tym razie iest $= c\frac{1+0,71}{2} = 0,85c.$

A że wysokości są w stósunku kwadratów prędkości im odpowiadaiących, będzie się więc mieć $c^2 : (0,85)^2 c^2$ lub 1: 0, 72 iak się ma CD do wysokosci b, należącéy do prędkości 0, 85c, którą to prędkością żyła wytryskuie z rurki. Jest więc wysokość $b = 0,72.$ CD, właśnie taka okazuie się w doświadczéniach (§. 6.). Z czego wnieść należy, że gdy nie idzie o wielość wody wytryskuiącéy, lecz tylko o iak naywiększą wysokość wytryskania n. p. iak w fontanach i innych narzędziach podobnych potrzeba użyć otworu blaszki cienkiéy a nie zaś rurki.

Pręd-

Prędkość bowiém wody w przecinku żyły zwartéy przy równych okolicznościach zawsze iest większá od prędkości w otworze rurki.

## §. XI.

Rzeczywisty odchód wody przez rurkę krótką.

Chociáż rurki osłabiaią prędkość wody, z tém wszystkiém odchód iéy rzeczywisty przez rurkę krótką walcową, zawsze iest większy przy równych okolicznościach od odchodu rzeczywistégo przez otwór blaszki: żyła bowiém wyszedłszy z rurki naymnieyszégo nie ponosi więcéy ściśnienia, a zatém na każdą sekundę odchodzi przez nią ilość wody = 0,85 cd², gdzie d² wyráżá powiérzchnią otworu EF. Gdybyśmy zaś na to mieysce użyli otworu blaszki równégo co do powiérzchni otworowi rurki, ilość wody przez każdą 1″ odchodzącá, byłaby = $\frac{5}{8}$ cd² = 0,625 cd²; (§. 8.) przeto ieżeli odchód przyrodzony iest = 8cd² tedy odchód rzeczywisty przez otwór blaszki iest = 5 cd² odchód zaś przez rurkę krótką = 6,8cd²; wszakże tén ostatni odchód mnieyszym się pokazuie w doświadczéniach, to iest prawie tylko = 6,5cd² a to z przyczyny tarcia i oporu powietrza. Zaczém w ogólności odchód przyrodzony i odchód rzeczywisty przez rurkę krótką i przez otwór blaszki ciénkiéy prawie zawsze (podług doświadczénia) są w stósunku liczb 16, 13, 10. Ale to tylko w tym przy-

Fig. 94.



przypádku, kiedy długość rurki równá się albo przynaymniéy mało co się różni od połowy iéy szerokości. Gdyby zaś rurka krótká miała kształt ostrokręgu uciętégo LEFM, na tén czasby prędkość wody w przecinku EF wráz z odchodém rzeczywistym powiększałaby się, ponieważ w tym razie przecinek EF nie doznawałby takowego opóźnienia biegu swego, iakiégo doznaie w rurce walcowéy. Naywiększá więc będzie prędkość przecinka EF wtedy, gdy odpowiádá całéy wysokości CD, a tém samém naywiększy będzie odchód, gdy przecinki LM i FM. są w stósunku $\sqrt{2}$: 1, to iest kiedy rurka ma kształt żyły zwartéy. Gdybyśmy zaś podstawę LM ieszcze bardziéy rozprzestrzenili, a niżeli była rozprzestrzeniona wtedy, kiedy prędkość w EF była naywiększá, zmnieyszyłby się odchód rzeczywisty, boby żyła zwarła się ieszcze, nimby przyszła do otworu rurki. Podobnieby się stało, gdybyśmy nie tykaiąc podstawy otworu GH, zmnieyszyli otwór EF, to iest zmnieyszylibyśmy odchód wody powiększaiąc iéy prędkość. Wszakże przeistaczaiąc rurkę walcową na ostrokręgową, nié można bardziéy powiększyć prędkości wytryskuiącéy wody iak w stósunku 13: 16.

## §. XII.

Z naczynia AC woda odchodząca rurą DE, wytryskuie przez otwór poziomy Fontanny przy

czyli źródło biiące.

Fig. 95.

przy E do pewnéy wysokości EF, która znacznie iest mnieysza, od wysokości EG, równaiącéy się wysokości wody w naczyniu AC, w którém liniia AB wyraża powierzchnią téyże wody, liniia zaś AG iest iéy przedłużéniém. Skutek tén opóźnienia biegu wody przypisać potrzeba już oporowi powietrza, iuż ciężéniu górnych cząstek słupa wytryskuiącégo, które wznosząc się biegiém iednostaynym opoźnionym, tracą zupełnie tén bieg w punkcie F, a zatém poczynaią ciążyć na cząstki niższe rzeczonégo słupa, gdyż tén iest pionowy EF: co że tak iest, przekonywa ieszcze i to, iż pospolicie górna część słupa wytryskuiącégo grubszá bywá od spodniéy, wysokość zaś iego nieco się powiększa przez nadanié mu kierunku pochyłégo. Oprócz tego grubszé słupy przy równych okolicznościach, wyżéy nie równie się wznoszą iak cieńszé, a to dla mnieyszégo oporu powietrza w tamtych iak w tych, byleby tylko przy E prędkość była wielka. Toż samo bowiém tu się dzieie, co się dzieie z kulami nie równéy wielkości spádaiącémi w powietrzu (Wstęp X. 23.) przez to iednak rzeczywisty odchód wody nie odmiénia się; bo gdy powietrzé opóźnia bieg wody między punktami E i F, prędkość onéyże w samym otworze, od któréy odchód iéy zależy, żadnéy od parcia powietrza nie ponosi odmia-



odmiany. Żeby zaś wóda EF wygórowała do náywiększéy do iakiéy tylko wyniéść się może wysokości, potrzeba ażeby otwór przy E był z blaszki bardzo ciénkiey poziomey, pionowo wywierconéy; rura zaś DE dosyć obszérna: gdyż ieżeli obszérność rury mało co iest większá od obszérności otworu E, albo mu się równa, woda prędzéy płynie przez rurę, a tém samém znacznie się opóźnia tarciém. Gdy zaś taż rura chociáż obszérna, má iednak otwór przy E szczupły, na ten czas uważać ią można iako naczynié stale wodą napełnioné, przez które zwolna woda odchodząc, mało co doznaie tarciá i opóźniénia biegu. Używszy zaś otworu zbyt małego, słup wody bić będzie z gwáłtownością, a zatém doznawać musi oporu powietrza i opóźniać bieg swóy. Z tych uwág ten wypada wniosek, że chcąc ażeby woda w Fontannach lub innych podobnych silniach iak náywyżéy wytryskała, potrzeba przygotowac sobie wiele blaszek ciénkich z przewierconémi otworami iuż większémi iuż mnieyszémi, i te następnie przykładać do końca rury E uważaiąc, przez którą z nich náywyżéy biie woda.

## §. XIII.

Bieg wody znacznie

Wziawszy naczynié iakie z przyprawioną do niego rurą walcową prostą i poziomie ustawioną, z obu stron otwartą, z blachy żelaznéy wyrobioną, któréyby srzed-

Się osłabiá w rurach przez tarcié.

srzednica wewnętrzna była 16. liniy, i toż naczynié stale napełniwszy wodą do wysokości iedney stopy po nad oś rury, w przeciągu iedney minuty odchodzi z niego wody 6330 calów sześciennych, gdy rurka iest bardzo krótka n. p. na ieden albo na dwa cale: przez tęż samą rurkę w tymże czasie odchodzi tylko 2778. calów sześciennych wody, gdy iey długość iest na 30. stóp; odchodzi 1957. calów sześciennych, gdy długość iéy iest 60. stóp; odchodzi 1587. calów sześciennych, gdy długość iéy 90 stóp i 1051 calów sześciennych, gdy 120. stóp; 1178 calów sześciennych gdy 150. stóp; 1052. calów sześciennych, gdy długość rurki 180. stóp (*Bossut*); co przekonywá, że tarcié bardzo osłabia bieg wody w rurkach, i owszém tak go zmnieyszyć może, że tylko woda kapać a nie wytryskać będzie: co właśnie przydarzá się w rurce wzmiankowaney, gdy iéy długość = 180 stóp, a wysokość wody w naczyniu ponad spodkiém rurki iest tylko koło 16. liniy. Długość więc sama w rurach poziomych przy równych okolicznościach tém bardziéy zmnieysza bieg wody, im iest większá.

## §. XIV.

Bieg wody w rurach prostych

Do naczyniá iakiégo AB równie zawsze wodą napełnionégo przyprawiwszy z boku rurkę walcową lub graniastą prostą i znaczney długości, mogącą się rozmaicie



cie nachylać, postrzeżémy, że dawszy téy rurce położenié poziomé, albo mało co pochyłe, mniéy wody odchodzi przez otwór E, w jednymże czasie, aniżeliby odeszło przez rurkę krótszą równie obszérną przy C przyprawioną. Im zaś bardziéy się nachylá rurka rzeczoná, tém więcéy w równym czasie odchodzi wody otworém E, tak dalece, iż pod pewnym kątém pochyłości CDB, który nazywám r, tylé przez nią odchodzi wody, ilébyodéyść mogło przez rurkę krótszą, a zatém gdy tén kąt będzie większy; tedy więcéy w tymże czasie odchodzić musi wody iak przez rurkę krótszą. Poprowadziwszy więc liniią poziomą BD, kąt CDB będzie kątém pochyłości rurki CE do poziomu, to iest CDB = r; ieżeli zaś ciężar wody w CE nazwiémy P, woda w niéy własnym ciężarém nagloná, przyśpieszać będzie bieg swóy siłą V = P. wst. r. (Xię. II. Roz. I. §. 2. 3.). A że podług przypuszczénia pod kątém pochyłości r tylé wody odchodzi przez rurkę CE, ilébyiéy odeszło w równym czasie przez rurkę krótszą; w tém więc razie bieg wody ani się przyśpiészá ani opóźniá długością rurki, a zatém tarcié rurki pod kątém r pochylonéy = V = P. wst. r. Doświadczénié zaś okazało, że gdy wysokość CF wody w naczyniu po nad osią rurki CE wyżéy opisanéy czyni calów 10. na tén maiących położénié pochyłé. Fig. 96.

czas

czas CB teyże rurki uczyni prawie $= \frac{7}{8}$ CD i w tym razie tyle wody przez otwór E rurki iakokolwiek długiey odeydzie, ile iey odchodzi w równym czasie przez rurkę przy H długą na iedén, lub na dwa tylko cale, to iest że w tych obydwu razach prędkości będą iednakié, czyli odpowiadaiące wysokości $\frac{7}{10}$ GH (§. 10.). Gdy więc albo rurka iest grubszá, albo wysokość wody w naczyniu mnieyszá, podniesiénié mnieyszé CB wystarczy do zniszczénia tarcia wody w rurce: gdyż to zmnieyszá się za zmnieyszeniém się prędkości i wysokości wody w naczyniu (§. 7.). Prawda, że powiększá się tarcié z powiększaiącą się obszérnością wewnętrzną rurki, ale to tylko w stósunku powiérzchni témuż tarciu podlégaiącéy, a przeto w mnieyszym stósunku, iak miąższości wody w rurce powiększonéy, czyli siły P. wst. r. Chcąc więc, aby woda rurą prowadzoná ze zrzódła w takiéy obfitości odchodziła, iléby iéy toż zrzódło w tymże czasie wydać mogło przez rurę náykrótszą, potrzeba tak nachylać rurę, ażeby tarcié zrównało się sile P. wst. r.

## §. XV.

Bieg wody w rurach krzywych.

Jako ciało twardé spádaiąc po płaszczyznach pod różnémi kątami do siebie nachylonych, ponosi stratę w swym biegu, tak podobnie woda płynąc przez rury załamáné, bieg swóy opóźniać musi. Im więc



więc kąty załamáń są mnieyszé, tém też strata biegu mnieyszá będzie (Xię. II. Roz. IV. §. 1. 2. 3.) zwłászcza, gdy rurki iednakowo wszędzie są wydęté. Naucza samé doświadczénié, iż przy równych nawet okolicznościach, rurki prosté mniéy osłabiaią bieg wody, iak krzywé lub załamané, krzywé zaś lub załamané mniéy w położéniu poziomém iak pionowém. A zatém rurki walcowé prosté náywygodnieyszé są do sprowadzénia wody, a z pomiędzy zakrzywionych lub załamanych té lepszé, których załamania lub krzywizny są nie znaczné. Ale w rurkach takowych i opór powietrza wielé się przyczynia do opóźnienia biegu wody, które zakradá się w górné części załamków lub krzywizn rur, a które bądź z saméy wody dobywá się, bądź woda wchodząc w rurę, oneż tam zastawszy, popychá w mieyscé wyższé. Oporowi więc powietrza przypisać należy, że woda wszedłszy w rurę długą za ledwo po kilku dniach odchodzić poczyna, i to w mnieyszéy obfitości iakby należało, a częstokroć zupełnie nie odchodzi. Tym nieprzyzwoitościom zaradzaiąc, zwykły się przewiercać rury w swych górnych załomkach, i w nie się wprawiać inné rurki pionowé, któremiby powietrzé odchodzić mogło, i té potém zatykaią się.

lub załamanych.

## §. XVI.

## §. XVI.

Wody płynącéy parcié na każdy punkt rurki

Wiémy iuż, że prędkość wody płynącéy przez rurę poziomą walcową lub graniastą z naczynia zawsze iednostaynie pełnégo, tém bardziéy się zmnieysza im dłuższa iest rurka. I dla tego przez rurkę n. p. żelazną srzednicy 16''' długości 60' z naczynia napełnionégo wodą do wysokości iedney stopy odchodzi 1957. calów sześciennych wody w przeciągu iedney minuty: przez tęż samą rurę, gdy iest bardzo krótka odchodzi 6330. calów sześciennych (13.) w tymże samym czasie. Skutek więc tarcia w rurze na 60 stóp długiéy, właśnie takiż sam iest, iakiby był, gdyby wysokość wody w naczyniu zniżona była w stósunku $(6330)^2 : (1957)^2$ tak zniżywszy rzeczoną wysokość, wszystko tarcié zginęłoby, oraz na minutę odeszłoby 1957. calów sześciennych wody, gdyż wysokości wody w naczyniu są w stósunku kwadratów prędkości strumiénia wytryskuiącego (70.). Wysokość więc tak zmnieyszoná będzie $= \left(\frac{1957}{6330}\right)^2$ stóp, reszta zaś wysokości $= 1 - \left(\frac{1957}{6330}\right)^2$ stóp, i razém pełnym korytém odchodzić będzie przez końcowy otwór rury. Ale zatkawszy końcowy otwor rury, woda bić poczyna



czyná przez otwór iéy poboczny do wysokości prawie iednéy stopy. A że prędkości maią się iak pierwiastki kwadratowé wysokości tymże prędkościom odpowiadaiacych, przeto też prędkości w obydwu pomiénionych przypadkach, będą się miały iak $1 : \sqrt{\left(\frac{1957}{6330}\right)^2}$. Jeżeli więc zupełnie zatkawszy otwor końcowy rury, przez otworek mały poboczny w czasie 1' odchodzi 196 calów sześciennych wody, odetkawszy go odéyśdź musi przez ténże otwór poboczny $196\sqrt{\left[1 - \left(\frac{1957}{6330}\right)^2\right]}$. czyli $196\sqrt{0,90452}$; to iest: 186, 2 calów sześciennych wody. W istocie zaś saméy po zatkaniu rury odeszło 196 a po odetkaniu 186 calów sześciennych w przeciągu iedney minuty, przez tenże sam otworek poboczny (*Bossut*). Co stwierdzá, że woda płynąc przez rurę przydłuższą wywiérá parcié swoié na iéy boki takié, iakié się przez rachunek okazało, i że toż parcié małe iest w rurach krótkich, wielkié w długich, a zawsze mnieysze niż parcié wody stoiącéy.

## §. XVII.

Jaką siłę woda wywiérá na

Niech będzie koło ADBMA, srzodek iego C, którégoby każdy punkt obwodu był party od płynu siłą v. Poprowadziwszy iakąkolwiek srzednicę AB podzielmy

rozerwanie rury, którą wypełnia.

my całe koło na punkta fizyczne, równe Dd, Mm, i t. d. Niech będą liniie DM, dm prostopadłe do srzednicy AB, przecinaiące ią w punktach E, i e; liniie zaś CD, CM promienie tegoż koła. Siła więc v = DG = ML będzie się mogła rozebrać na dwie inne siły, iako to na siłę DH, lub FG = MN lub OL, i na siłę DF, lub HG, = MO lub NL, z których iedna iest równoległa, a druga prostopadła, do srzednicy AB. Zbiór zaś wszystkich sił DH lub MN w półkole APB lub AQB będzie równy zero, gdyż siły równe i wprost sobie przeciwległe, zupełnie się niszczą. Siła więc, którą płyn usiłuie oderwać iedno półkole APB od drugiego AQB, rowna się zbiorowi wszystkich mnogości (*productum*) FD. Dd lub MO. Mm. Poprowadziwszy styczną do punktu D, przecinaiącą srzednicę przedłużoną aż do T, będzie DT: TE = DC: DE. A że Dd iest łuczkiem nader małym, przeto brać się może za część styczney; będzie zatém DT: TE = Dd: Ee, toż DC: DE = DG: DF. Zatém Dd: Ee = DG: DF, i DF. Dd = DG. Ee; więc mnogość wypadaiącá ze zbioru wszystkich cząstek Ee, to iest: z całéy srzednicy AB i siły parciá stałego v = DG równa się sile całkowitéy, którą płyn usiłuie rozerwać koło APBQ. Daymy, że to koło znayduie się w przecięciu iakiéy kuli prostopadłém, do iéy koła nay-

Fig. 99.

wiek-



większego, maiącego za srzednicę liniią AB. niech taż kula będzie wypełniona powietrzém lub innym iakim płynem sprężystym, którégoby siła sprężystości wyrównywała ciężarowi słupa żywego srebra na 10. calów wysokiego. W takowym razie wystawiwszy sobie, że cała kula podzielona iest na płaszczyzny fizyczne równoległe, siła całkowitá którą płyn usiłuie oderwać iedną półkulę od drugiéy, będzie się równać ciężarowi walca prostego żywego srebra, maiącego za podstawę koło naywiększé AB, za wysokość zaś 10. calów. I tym to sposobém wyrachować można siłę, którą kule powietrzne czyli balony opiérać się powinny sile płynu one wypełniaiącego, aby się nie rozerwały. Podobnież się dzieie, gdy koło APBQA znayduie się w przecięciu prostopadłém do osi iakiéy rury walcowéy maiący srzednicę 10''' wodą napełnionéy. Jeżeli bowiém tak pre woda tę rurę, iak gdyby była wyniesiona do wysokości iednéy stopy, siła całkowitá, którą woda usiłuie rozerwać rurę, równać się będzie ciężarowi graniastosłupa wodnego, któryby miał za podstawę długość rury rozmnożoną przez srzednicę 10''', za wysokość zaś iedną stopę, rury więc, w których woda stoi lub płynie bydź powinny tak grube, aby się nie rozerwały. Jednakże nié masz dotąd odkrytégo pewnego

prawidła na oznaczénié w każdym przypadku grubości rur stosownéy do parcia wody.

## ROZDZIAŁ III.

### o *biegu rzek.*

### §. I.

Różnica między biegiém wody w rurach, a biegiém wody w korytach otwartych.

Zastanawiałiśmy się dotąd nad biegiém wody w rurkach, zastanówmy się teraz nad iéy biegiém w kanałach z wiérzchu otwartych czyli w korytach. Z naczynia iakiégo iednostaynie zawsze wodą napełnionégo, puściwszy wodę kanałém prostym i poziomym, z wiérzchu otwartym AB, ta wéń wchodzi pewną prędkością, a płynąc w nim wznosi się coráz tak, że przecięcié pionowé BC wyższé i większé będzie od przecięcia AD, ilość zaś wody (iak uczy doświadczénié) w równych czasu przeciągach odchodzącá iednaká iest, bądź kanał tén iest dłuższy bądź krótszy, byleby innych iakich do tego zawad nie było. Co okazuie różnicę między biegiém wody w rurach a w kanałach, to iest, że w kanałach lubo tarcié zmnieysza prędkość wody, iednakże ilości iéy w pewnym czasie odchodzącéy, nie zmnieysza. Woda w kanale wzniesiona do C własnym ciężarém nieustannie uchodzi

Fig. 100.



dzi do D, i to to iest, dla czego częstokroć w wodzie, któréy bieg znayduie iakąkolwiek zawadę, rodzą się rozmaité biegi wsteczné. Bieg zaś ow zwiérzchniéy części wody ku D, naywidocznieyszy iest na samym początku płyniénia iéy z naczynia, a potém coráz nieznacznieyszym się staie.

### §. II.

Bieg wody korytami pochyłémi samowolnie odchodzącéy.

Jeżeli koryto proste AB pod różnémi kątami nachylá się, różné téż okazuią się odmiany w biegu wody w niém płynącéy; a naprzód dopoki pochyłość ta iest nieznaczna, acz bieg wody coráz się opoźnia, iednakże zawsze mniéy, iak w położéniu poziomém tegoż koryta opoźniałby się, powiększaiąc nieznacznie tę pochyłość, przyydzie się do kąta pewnégo r, pod którym ani się opoźnia, ani przyśpiésza woda płynącá, a za który kąt gdy przeydzie pochyłość, bieg wody przyśpieszony będzie; skutki té pochodzą stąd, że woda pewną iakąś prędkością wpadaiąc w koryto, zaráz na samym wstępie doznaie tarcia proporcyonalnégo téyże prędkości. Tarcié więc to albo większé iest od siły, którą woda własnym ciężarém naglona w korycie pochyłém bieg swóy przyśpiésza, albo mnieyszé albo iéy równé. W piérwszym przypadku bieg wody opoźnia się, w drugim przyśpiesza się, a w trzecim ani się przyśpiésza, ani opoź-

nią. Doświadczono, że w korycie prostokątném drewnianém na 5" wszędzie szérokiém, którego iedén koniec, przez który woda samowolnie wypływa, na dziesiątą część długości iego niżéy leży, iak koniec drugi, przez który woda wchodzi z naczynia stale pełnego wody na iedną stopę wysokości, przez otwór tegoż naczynia wysoki na dwa cale; doświadczono mówię, że w takowym razie ani się przyśpiésza ani opożnia, lecz zaraz od początku bieg wody iest iednostayny (*Bossut*). Maiąc więc wprowadzać wody korytami, którémi ona samowolnie płynie, iakiémi są koryta młyńskié, przekopy i t. d. należy ié tak nachylać, aby bieg wody mógł bydź ile możności iednostaynym. Dawszy im bowiém mnieyszą niż potrzeba pochyłość, woda opożnia bieg swóy, a zatém małą siła działa na koła młyńskié i łatwo zamarza; nadto zaś nachyliwszy z powiększoną prędkością biegu, powiększa się tarcié tak dalece, że w przydłuższych korytach takowé powiększénié prędkości iest bezużyteczné. Gdy zaś koryta, którémi się sprowadzą woda iedne z drugiemi się stykaią w położéniu coraz niższém, na ten czas opożniać się musi iéy bieg, nie tylko z przyczyny tarcia, ale też i z przyczyny uderzania się, którego doznaie woda spadaiąc z jednego do drugiego. Zaczém kanały i przekopy proste



sté mniéy opożniaią bieg wody iak krzywé lub załamywané.

## §. III.

Niech CABD wyraża przecięcié koryta prostokątnego, w którém wysokość wody DB = AC równa się połowie szerokości AB, niech oraz EFHG wyraża przecięcié podobnego innego iakiégo koryta, także prostokątnego, równie iak tamto długiégo, niech nakoniec tyleż iednem korytem płynie co i drugiém, wody równą prędkością odchodzą, a zatém przecięcia rzeczone, równé między sobą co do powiérzchni. Tarcié więc, którégo w tym przypadku woda doznawać będzie od koryt, będzié proporcyonalné do powiérzchni partych ścian tychże koryt to iest: będzie w stósunku zbioru ścian prostokątów CB, EF czyli w stósunku ilości CA + AB + BD = 2 CA + AB do ilości 2 GE + EF. Aże przeciągnąwszy liniié AC, BD aż do L i M, tak żeby była CL = CA = DM = DB, uformuie się kwadrat LMBA, którégo obwód LA + AB + BM + ML, czyli 4 CA + 2 AB będzie mnieyszy (*) od obwodu iakiégokolwiek prostokąta ró-

Tarcié wody przy równych okolicznościach mniéyszé iest, kiedy iéy wysokość równa iest połowie szérokości koryta.

Fig. 101.

(*) Jeżeli z dwoch części AD, DB, linii danéy AB wykryśli się prostokąt, i ieżeli punkt C iest srzodkiém téyże linii, powiérzchnią takowégo prosto-

równego mu co do powierzchni. Zaczém i połowa iego obwodu 2 CA + AB mnieyszá bydź musi względém połowy powiérzchni CABD = GEFH. Skąd się wnosi ogólnie, że przy równych okolicznościach, tarcié wody w tych kanałach, których szérokość iest dwa razy większá od wysokości, wody po nich płynącéy iest náymnieyszé. I takié to bydź powinny koryta młyńskié, ieżeli chcémy, ażeby tarcié náymniéy opoźniało bieg wody.

## §. IV.

Wyższá część wody samowolnie kanałami płynącéy, powolniéy płynie, iak niższá.

W korycie DE, gdzie woda samowolnie odchodzi otworém CE każda cząstka niższá A wytrzymuie parcié od wody po nad nią będącéy, a zatém iest naglona ku AB, a to tém bardziéy, im wysokość AF iest większá. Ze zaś na ténże sam punkt A żadna więcéy siła w kierunku w prost przeciwległym nie działa, parcié więc takowé przyczynia się do powiększénia

Fig. 103.

prędkości biegu tegoż punkta A. Wnieść więc należy, że cząstki wody końcém kanału koryta odchodzącéy, tém prędzéy odchodzą, im bliższé są dna koryta. A że co się tu powiedziało o przecięciu otworu, toż samo służy każdému innému przecięciu danégo koryta, przeto ogólnie powiedzieć można, że w kanałach wyléwaiących wodę, prędkość wody nie iest iednaka, ale cząstki iéy wyższé powolniéy, niższé prędzéy płyną. Nierówność ta biegów tém iest mnieyszá, im mnieyszá iest wysokość wody w kanale, i z im większą prędkością wpadá do tegoż kanału. Nierówność ta náywidoczniejszą i náyznacznieyszą się okazuie, gdy kanał poziomy z obydwoch końców zamknięty, do pewnéy wysokości wodą się napełnia, a potém przez ieden koniec otworzony taż woda wypuszcza się.

prostokąta będzie = AD. DB = (AC + CD) (AC — CD) = $AC^2 - CD^2$ a przeto náywiększá wtedy, kiedy CD = o. Kwadrat więc náywiększą powierzchnią z pomiędzy wszystkich prostokątów, których obwody równaią się obwodowi kwadratu. Przeto żeby prostokąt miał powiérzchnią równą powiérzchni kwadratu, potrzebaby boki prostokąta przedłużyć: a tak z pomiędzy wszystkich prostokątów iednakiéy powiérzchni, kwadrat má náymnieyszy obwód.

Fig. 102.



## § V.

W rzékach woda niższe, nie płynie prędzéy od wyższéy.

Jeżeli koryto DE wylewá wodę do innego koryta uyściem CE i toż uyście iest napełnione wodą aż do CI iakiémi korytami wpływaią rzéki iedné do drugich, lub do morza albo do ieziora it. d, w takim razie każda wodna cząstka niższa A nie tylko ponosi parcié od wody koryta EL w kierunku AB. ale téż i od wody EI w kierunku tamtému przeciwległym. Obydwa te parcia przeciwné sobie a równé gubią się, cząstka więc A żadnéy odmiany

Fig. 103.

stąd

stąd w biegu swoim doświadczyć nie może; to iest w kanałach takowego gatunku, woda niższa nie może prędzéy płynąć od wyższéy, czego właśnie doświadczyć można na rzékach, które chociaż są kanałami pochyłémi, iednakowoż pochyłość ta mało co, albo wcale nic nie przyczynia się do przyśpieszénia biegu: gdyż w nich woda nie płynie samowolnie, uyścia ich zatkané są, iż tak powiém, wodą morza, ieziora lub inney rzeki iakiéy. Dla tego to w rzece zupełnie poziomy łączącey dwa ieziora lub morza iednakowégo poziomu woda płynąć nie może. Co gdy tak iest, mylą się ci, którzy wszystko cokolwiek służy wodzie prowadzoney korytami samowolnie płynącey, chcą przystósować do rzek. A cóż ieszcze? kiedy w rzekach prawie wszystkich wysokość wody zwykła bywać mnieysza od połowy ich szérokości, i pochyłość nawet nie wszędzie iednaka, pospolicie większa przy źrzódłach a mnieysza ku uyściu (Wstę. V. §. 38.). Wszakże przekonywa doświadczénié, że lubo pospolicie prawie w rzekach mieyscami bystrzéy, a mieyscami powolniéy płynie woda; iednakże znayduią się w nich takowé mieysca, gdzie bieg wody iest iednostayny. W tych więc mieyscach siła tarcia musi wyrównywać sile czyli raczéy części ciężaru wody przyśpieszaiącey bieg z przyczyny pochyłości;

a za-



a zatém każda z tych sił bydź musi = P. wst. r. gdzie P wyraża ciężar iakiéykolwiek warsty wodnéy prostopadłey do osi kanału lub rzeki iednakowo pochyłéy i szérokiéy w rzeczonych mieyscach, to iest pochyłéy pod kątém r.

## §. VI.

Niech będą dwie rzéki A i D równéy szérokości i głębokości ale nierównéy bystrości, niech n. p. A płynie bystrzéy iak B, przypuśćmy ieszcze, że w każdéy z tych rzek znayduie się iedno takié mieysce w téy długości L, przez które płyną biegiém iednostaynym ale każda sobie właściwym. Nie widząc zaś czyli w tych mieyscach kąty pochyłości są równé lub nié, nazwiémy ie r, t, ciężar wody P, w obydwoch rzekach w rozległości L iest ténże sam, siły więc P. wst. r, P. wst. t, przyśpieszaiącé biegi rzek będą w stósunku Wst. r: Wst. t: że zaś obiédwie rzeki płyną iednostaynie w rzeczoném mieyscu, musi więc bydź tarcié iednéy = P. wst. r, drugiey = P. Wst. t, a stąd tarcia te są w tym samym stósunku, co i siły one znoszącé. Powiérzchnie tarciu podlégaiącé w obydwoch razach są iednakié, prędkości zaś różné, będzie więc tarcié rzeki płynącéy bystrzeyszéy większé iak powolnieyszéy, a tém samém r > t. Gdyby więc obiédwie rzeki A i B równie bystro płynęły, na tén czas musi bydź r. = t. Przeto wnieść można

Jak bystrość rzek pochodzi od ich pochyłości.

od-

odwrotnie, że bystrość czyli prędkość rzeki iednostaynie płynącéy, a bardziéy niż drugi równéy szérokości i głębokości pochyłéy większá bydź powinna. Owszém w ogólności prawie powiedzieć można, że przy równych okolicznościach, tarcié wody w rzekach iest w stósunku kwadratu iéy bystrości, czyli prędkości. Doświadczono bowiém, iż z dwoch rzek w przeciągu mili iednakowo szérokich i głębokich iedna, któréy tam e spadek był na cztéry cale, miała prędkość odpowiadaiącą wysokości $1\frac{1}{6}$ stóp w jednéy sekundzie przebywaiącéy się, druga zaś w téyże rozciągłości maiącá spadku 32,″ miała prędkość odpowiadaiącą wysokości $3\frac{1}{4}$ stóp (Brahms §. 208.). Jest zaś $\sqrt{4} : \sqrt{32} = 2 : 5,657 = 1\frac{1}{6} : 3,3$. to iest prawie $= 1\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$. A że w tym razie tarciá są w stósunku Wst. r: Wst. t, to iest $= 4 : 32$; te zaś liczby są w stósunku kwadratowym prędkości, przeto i tarciá w tymże samym stósunku bydź muszą. Gdyby zaś rzéka iaká C była głębszá, a mniéy széroká iak rzeka inná D iéy równá i iednako pochyła, płynąć będzie C bystrzéy aniżeli D, gdyż siły przy piészaiącé bieg rzek tych, a zatém i ich tarciá są równé, gdyby zaś obydwie równie bystro płynéły, na tén czasby i powiérzchnia przytartá i samo tarcié większé bydźby musiało w D iak w C, a zatém rzeka D powolniéy płynąć powinna. Skąd się



się wnosi, że rzek, których nierówná iest szerokość i głębokość, nié można oznaczyć kąta pochyłości z wiadoméy prędkości biegu ich nieiednostaynégo, ale w takim przypádku przez równowágę (*libella*) pochyłości tych rzek dochodzić można.

## §. VII.

Pochyłość rzek pospolicie nader mała bywá, a nawet daleko mnieyszá od kąta, pod którym woda w korycie ciasném drewnianém iednostaynie płynie. Co zapewne pochodzi stąd, że powiérzchnia wody, którá się ociérá o koryto względém wielości swoiéy, większá iest w rzekach iak w korytach ciasnych. Dlá tego to we dwóch kanałach podobnych i równo pochyłych, woda mniéy doznaie tarciá, w szerszym iak w ciasnym. Niech będzie kanáł ABDC, który rozprzestrzéńmy tak, ażeby szérokość AE wyrównywała 2 AB, podobnież wysokość wody AG była $= 2$. AC, długość zaś, i pochyłość niech będzie ta sama co przedtém. Wielość więc wody w kanale większym mieć się będzie do wielości wody w kanale mnieyszym $=$ AE.AG: AB. AC $= 4 : 1$. Powiérzchnie ociéraiącé się w obydwoch razach są w stósunku 2 GA + AE czyli 4. AC + 2. AB do AC + AB, a przeto w stósunku mnieyszym iak 4. 1. Siły więc przyśpiészaiącé bieg wody danych kanałów będą 4. P. Wst. r. i P. Wst. r, a zatém iak 4. 1. Gdyby zaś z obu

Dlá czego pochyłość rzek częstokroć bywá mała. Fig. 104.

z obu stron prędkości były równé, tedy tarcia byłyby w mnieyszym stósunku, a zatém prędkość wody w korycie obszernieyszém, powinna bydź większá, a niżeli w ciaśnieyszém, ażeby tarcia ich były w stósunku 4: 1. (5.). Z czego wyrozumieć można, dla czego rzeki im większé są, tém mnieyszéy potrzebuią pochyłości, ażeby płynęły iednostaynie (Wstę. V. 7.).

## §. VIII.

O rzékach dzielących się na wiele koryt czyli odnóg.

Wystáwmy sobie rzékę iaką AB dzielącą się na ilékolwiek koryt, równéy prawie szérokości n. p. na dwa BC, i BD którémi ona do morza DC wpáda tak, że odnoga BD iest dłuższá od BC. Punkta C i D są punktami powiérzchni morza, więc ich położénié względém punktu B powiérzchni wody rzecznéy iest iednakié: a zatém punkt pochyłości odnogi krótszéy BC, bydź musi większy, a niżeli kąt pochyłości odnogi dłuższéy BD: a tak bystrość czyli prędkość odnogi krótszéy, większá będzie od prędkości odnogi dłuższéy. Stąd odnoga dłuższá powolniéy płynąc, łatwiéy też piaskiém lub inną iaką ziémią zasypać i zamulić się może (Wstę. V. 28.) co bardziéy ieszcze bystrość téyże odnogi osłabiá. Ze zaś rzeka rozdzieliwszy się na odnogi powiększá powiérzchnią tarciu podlégaiącą bez powiększénia ilości wody, nie dziw więc, że za powiększoném tarciém, zmnieyszá się ich bieg, i odnogi coráz bardziéy

Fig. 105.



dziéy zamulaiąc dna swoie, coráz téż szerszémi się staią; gdyż przez nie tylé odchodzić musi wody, ilé odchodzi przez rzekę. I to to iest, dla czego szérokości odnóg razém wzięté przewyższaią szérokość saméy rzeki, a częstokroć iedna odnoga wyrównywá prawie rzéce co do szérokości. Tu też można naznaczyć przyczynę, dla czego rzeki w mieyscach głębszych, gdzie pod równą dna pochyłością tarcié iest nie równie mnieyszé, woda płynie nie równie bystrzéy iak w mieyscach miałkich: i dla téy to przyczyny rzeki podbiéraią i rozprzestrzeniaią koryta swoie. Wszakże prócz przyczyny tego skutku z powyższych początków wypadaiącéy, przydać potrzeba działanié wiatrów, któré w téż stronę co i woda zmiérzaiąc, powiększaią iéy prędkość i uderzaią ią o brzegi i występy, a té z czasém znoszoné bywaią. Naznaczyć mówię można przyczynę, dla czego rzeka zwężoná brzegami górzystémi, mostami lub innémi podobnémi zawadami bystrzéy płynie w mieyscach zwężenia, iak gdzieindziéy: dla czego wezbranié wód powiększá prędkość rzek, kiedy kilka rzek łączy się w jednę, która od każdéy z tamtych iest szérszą, głębszą i bystrzeyszą, zawsze iednakowoż szérokość iéy nie wyrównywaiącá zbiorowi szérokości tamtych. Nakoniec dla czego koryta rzek ku morzu bardziéy są szérszé,

iak

iak głębszé, i że nie w tym stósunku pomnáża się wysokość ich czyli głębokość, w którym pomnażaćby się powinna, względnie do powiększonéy bystrości.

## §. IX.

Upusty kanałów (claustra Canalium)

Dlá wielkiégo kosztu trudno iest tak głębokié kopać kanały, iak głębokié bywaią czasém rzéki względém brzegów swoich, pochyłość więc takowych kanałów, bardziéy zależy od położenia gruntu, przez który przechodzą. Stąd często się trafia, że w nich albo zbytnia bystrość wody, albo-li też niedostateczna iéy ilość przeszkadza żegludze statków. Zapobiéga się takowéy nieprzyzwoitości śluzami czyli upustami (*claustra Canalium*) śluza A, má dwa zamknięcia czyli wrota BC DC, i EF GF; woda wyżéy iest podniesioná przed zamknięciém w H, iak w s méy skrzyni A, w skrzyni zaś A, wyżéy iak za upustém w I. Skoro więc statek przybiiá do H, wrota EC DC otwiéraią się, woda dążąc do równéy wági przechodzi z H do A i wráz z sobą statek unosi; po czém zamykaią się wrota rzeczoné, a na to mieyscé otwiéraią się drugié EF GF, przez któ é statek wráz z wodą powoli zniżaiąc się wychodzi ze skrzyni do I. Podobnież się téż postępuie gdy statek z I do H ma przechodzić. Używaią się pospolicie śluzy takowé i w rzékach maiących progi: kopią się bowiém poboczne kanały omiiaiące te progi, a łączące

Fig. 111.



się końcami swémi z rzeką, i na nich upusty robią się.

## §. X.

Piérwszy sposób oznaczénia bystrości rzéki iakiéy.

Prócz sposobu wyżéy podanégo (Wstę. V. 9) na oznaczénié bystrości rzeki, użyć można dwoch kulek woskowych, nitką połączonych, z którychby iedna była nasadzoná kamyczkami lub kawałkami ołowiu, a to dlá uczyniénia iéy gatunkowo cięższą od wody. Zanurzywszy takowé kulki w rzece, postrzeżémy, że albo obiedwie równo uchodzą, albo-li téż iedna drugą wyścigá, a tak będziém mogli nie tylko oznaczyć prędkość wody powiérzchniéy, ale téż i spodniéy. Tym sposobém przekonano się, że w rzekach powolniéy płynie woda przy dnie, iak z wiérzchu: przeciwnie zaś dzieie się w mieyscach, gdzie mosty albo inné iakié zawady ią ściskaią. Tam bowiém woda wzniesioná własnym ciężarém pre na spodnią część swoią, która przez to bystrzéy uchodzić musi, a niżeli iéy część zwiérzchniá.

## §. XI.

Drugi sposób oznaczéniá prędkości rzeki.

Oznaczyć téż można bystrość czyli prędkość rzeki za pomocą rurki szklanney, od imiénia wynalazcy zwaney rurką *Pitota*. Rurka ta otwartá z obydwoch końców, tak iest zakrzywioná przy B, iż iéy ramię AB wynosi około sześć stóp, i równoległe iest do otworu OC, ramiénia BC długiégo na iedną prawie stopę. Rurka ta wráz z dru-

Fig. 112.

z drugą rurką szklanną szerszą, prostą z obu końców otwartą DE, równéy z nią długości, przytwiérdzą się do Tablicy tak, aby były do siebie równoległe. Obok nich znayduie się podziałka miedziana, do oznaczénia w nich wysokości wody. W tén sposób narządzone rurki zanurzaią się w rzece pionowo tak, aby otwór OC, był wprost przeciwległy nurtowi wody: woda natychmiast napełnia obydwie rurki do pewnéy wysokości to iest, prostą DE do linii poziomey n. p. NF niżéy powiérzchniéy rzeki LM, zakrzywioną zaś AB do G, to iest wyżéy nad powiérzchnią rzeki. Jest więc FG wysokością odpowiadaiącą bystrości wody wpadaiącéy do otworu OC, a to iakożkolwiek ten otwór bardziéy lub mniéy głęboko iest zanurzony. To zaś pochodzi stąd, że gdyby woda, w któréy się zanurzá rzeczone narzędzie była stoiąca, na ten czas obydwie rurki do iednakiéy wysokości, to iest do powiérzchniéy rzeki wodą wypełnione byłyby; w tym razie albowiém iednaka siła, czyli samo tylko parcié rzeki na nie działałoby (Wstę. VII. 10). Ale ponieważ rzeka płynąc ciężarém swoim zmnieyszá parcié swoié, przeto podniesiénié się iéy pochodzące od samégo parcia w rurce DE, nigdy nié może wygórować do powiérzchni LM, gdy przeciwnie w rurce zakrzywioney uderzanié wody na otwór OC, wznosi ią po nad tęż po-



powiérzchnią LM. A że kierunek rzék brać się może za poziomy wszędzie. (Wstę. V. 8.). Żyła więc wodna OPNC, biiąca na płaszczyznę pionową OC, prędkością n. p. C, brać się także może za poziomą, iéy zaś bicié (Illisus) za prostopadłe (Roz. IV. §. 5.). Okáże się niżéy, że siła takowégo bicia, wyrównywa ciężarowi słupa wodnégo, maiącégo za podstawę OC, za wysokość zaś ilość iaką wiadomą A, odpowiadaiącą bystrości C (Roz. IV. §. 13.). Zatém gdy ramié AB, iest pionowé, musi bydź parcié słupa FG na OC, w równowádze z siłą biciá wody na tęż płaszczyznę OC, stąd FG = a; co maiąc, można będzie oznaczyć prędkość rzeki w jakiéy chcąc głębokości, byleby wysokości BF, BG, dokładnie były dostrzégané, co niekiedy z przyczyny kołysania się wody nie iest náyłatwiéy.

## §. XII.

Trzeci sposób oznaczénia bystrości rzeki, to iest za pomocą kwadransu czyli

Można użyć ćwiartki koła do oznaczenia prędkości rzék, do któréy przyprawioné są dwie kulki A i B, gatunkowo cięższe od wody, i w jéy srzodku C na lekkich nitkach CA, CB, uwiązané tak, iż piérwszá krócéy, drugá dłużéy wisi. Cwiartkę tę po nad powiérzchnią rzeki w jéy kierunku tak należy ustawić, ażeby kulka A wisiała pionowo, a zatém ramie ćwiartki CP, było pozłomé, drugá zaś kulka B. zanurzá się w rzece do téy głębo-

kości, w którey chcemy znaleźć prędkość rzeki, kulka ta unoszona od wody odchodzić będzie od kulki A, formuiąc kąt pewny ACB, niech ciężar kulki w wodzie będzie = P. linija BF, pionowa, BE w kierunku nici, linija zaś DB. iako też i FE, niech będzie równoległa do powiérzchni rzeki MN. A tak siła BF wyrażaiąca ciężar P, będzie się mogła rozebrać na dwie inné siły iednostayne BD i BE, z których iedna ciągnie nić przywiązaną przy C, druga zaś BD. kulka opiérá się biciu wody. Im mnieyszy kąt iest ACB, lub FBE, tém mnieysza iest siła FE, czyli BD, i przeciwnie im tén kąt większym się staie, tém siła BD bardziéy wzrasta, tak dalece, że nakoniec ona wyrównywá sile bicia wody i kulka B, w spoczynku zostaie. Jest zaś BD: BF = Wst. DFB: Wst. BDF = Wst. ACB: Wst. MQC, gdzie pion CA przedłużony iest do powiérzchni rzeki M, nić zaś CB przecina téż powiérzchnią w punkcie Q. Jeżeli więc pod kątém ACQ kulka B zostaie w spoczynku, a zatém siła BD wyrównywá biciu wody na téż kulkę, będzie siła bicia rzeki $V = \frac{P.\ wst.\ ACB.}{Wst : MQC}$ gdzie kąt MQC z pochyłości powiérzchni rzeki znany bydź może. Bo niech n. p. MO będzie liniią poziomą przez równo ważénié oznaczona (wst. V. 7.) będzie MQC = MOC — OMQ, kąt zaś MOC dopełnieniém kąta ACB do 90°

Ćwiartki koła.

Fig. 113.



90° Jeżeli więc pochyłość rzeki tak iest mała, że część iéy powiérzchni MQ bez znacznégo uchybienia za poziomą brać się może, będzie $V = \frac{P.\ Wst.\ ACB}{Dost.\ ACB.} = P.$ Stycz ACB.

## §. XIII.

Niech będzie ciężar stopy sześcienney wody = m, ciężar zaś stopy sześcienney materyi, z któréy kula B iest wyrobiona, niech będzie = m + n, srzednica rzeczoney kuli = d, stósunek obwodu koła do srzednicy = p: 1; to maiąc, będzie bryłowatość kulki $B = \frac{d^3p.}{6}$ ciężar zaś iéy w próżni $= \frac{d^3p\ (m+n)}{6}$ w wodzie zaś $= \frac{d^3pn}{6} =$ P. (wst. VII. 21.). Walec wodny maiący za podstawę koło wielkié kuli i wysokość A, będzie $= \frac{1}{4} pd^2a$, ciężar iego $g = \frac{pd^2am}{4}$ Okáże się zaś w następuiącym Rozdziale (Roz. IV. 13.) że siła V bicia rzeki na kulkę iest $= \frac{2}{5} g$, gdy a wysokość walca, iest wysokością odpowiadaiącą prędkości C wody biiącéy. Przeto $V = \frac{pd^2am}{10}$ lecz ieżeli g, iest wysokością wolnégo spadku ciała w przeciągu iednéy sekundy, będzie $c^2 = 4ag$, (Xię. I. Roz. III. 2.) a zatém

Dalszy ciąg tegoż

$\frac{c^2}{4g} = a$, $v = \frac{pd^2c^2m}{40g}$ Oznaczywszy więc ogólnie kąt ACB, przez r, będzie $\frac{pd^2c^2m}{40g} = \frac{d^3pn}{6}$ Sty r i $c^2 = \frac{20gdn.\ Sty.\ r}{3m}$

przeto $c = \sqrt{\left[\frac{20gdn.\ Sty.\ r.}{3m}\right]}$ A tak maiąc znany kąt r z dostrzegania, srzednicę kulki i stósunek iéy ciężkości do ciężkości wody $m + n : m$, oznaczyć można będzie prędkość, czyli bystrość rzeki. Niech n. p. kulka B żelazna má srzednicę $\frac{1}{10}$ stopy kąt zaś $r = 8° 32'$, a przeto Sty $r = 0,15$; będzie $m : m + n = 1 : 7,6$. (Wstę. VII. 28.) i $m : n = 1 : 6,6$; przeto $n = 6,6m$; $c = \sqrt{\left[\frac{20g.\ 0,1.\ 6,6.\ 6.\ 0,15.}{3}\right]}$ A że w kraiach tak iak nasz położonych powszechnie $g = 15,1$. Więc $c = 3,16$, to iest: woda z taką prędkośeią uderzá na kulkę B, iaką w czasie 1" przebiédz może 3,16 stóp Paryzkich.

## §. XIV.

Jak można oznaczyć bystrość rzek przez

Gdyby w jnnéy iakiéykolwiek rzece, bądź w jnném mieyscu téyże saméy rzeki, kąt ACB, pod którym kulka zostaie w spoczynku, był $= r$ powiérzchnia zaś rzeki była prawie poziomá, będzie prędkość á, w tém mieyscu $= \sqrt{\left[\frac{20gdn.Sty.\ r}{3m}\right]}$ a zatém

jedna tylko dostrzeżenie

$c : c' = \sqrt{}$ Sty $r : \sqrt{}$ Sty $r'$. Skąd ten wypadá wniosek, że w mieyscu iakiém maiąc raz oznaczoną prędkość rzeki daney za pomocą iakiégokolwiek ciała pływaiącégo, lub innym iakim sposobém i tamże kąt r, dokładnie dostrzegany, można będzie w każdém innem mieyscu, owszém w każdey innéy rzece za pomocą powyższégo narzędzia, oznaczyć kąt r, a tak bez wielkiego rachunku znaleźć prędkość wody, byleby powiérzchnie rzek wszędzie prawie były poziomé. Niech n. p. na témże narzędziu maiącém kulkę żelazną srzednicy $\frac{1}{10}$ stopy w jnnéy iakiéy rzece zanurzywszy kulkę, będzie kąt $r' = 11° 52'$ a przeto Sty $r' = 0,21$, toż $c : c' = \sqrt{0,15} : \sqrt{0,21} = 1 : \sqrt{1,4} = 1 : 1,2$, a zatém $c = 3,8$ prawie. W takowych działaniach pamiętać potrzeba na to, żeby kulka wpuszczaiącá się w rzekę zupełnie w niéy się zanurzała, i nić, na któréy iest uwiązaná, była iak tylko bydź może naylżeyszá, i nic prawie ciężar iéy nie znaczył, względém ciężaru kulki, a przeto ten bez znacznégo uchybiénia mógł bydź zaniedbany, kulka zaś sama z kości słoniowéy lub innéy podobnéy materyi dokładnie toczoná bydź má; bo gdy ciężkość iéy gatunkowá, znacznie przewyższá ciężkość gatunkową wody, nie iest dosyć ruchomą

gdy

gdy zaś zbyt iest lekká, ustawicznie prawie kołysze się, i wielkości prawdziwéy kąta r zaledwie doyśdź można.

## §. XV.

Wiatromiérz (Anemometrum).

Za pomocą tegoż samego narzędzia oznaczyć można prędkość wiatru, byleby kulka A ołowiana tak była przyprawiona do ćwiartki koła, iżby wiatr iéy wzruszyć nié mógł, kulka zaś B, była gatunkowo lżeyszą. Wiatromiérz takowy nayprościeyszy iest, nader wygodny do użycia. Niech będzie n. p. kulka B drewniana, i niech iéy ciężkość gatunkowa, do ciężkości gatunkowéy wody deszczowéy będzie w stósunku 6, 6; 1, srzednica zaś onéy = 0, 3'; kąt $r = 29°34'$ a przeto Sty $r = 0,567$, a że powietrzé lżeyszé iest od wody deszczowéy ośmset razy, będzie więc m: $m + n = \frac{1}{800}$: $\frac{3}{5} = 1:480$, i m: n = 1: 479. Zatém prędkość wiatru $c = \sqrt{\left[\frac{302.0,3.479.0,567}{3}\right]}$ = 90,6 stóp; (13.) to iest taki wiatr na każdą prawie sekundę 91 stóp Paryzkich iednostaynie przebiéga, maiąc zaś na pewny iaki kąt podniesiénia prędkość wiatru wyrachowaną, na każdy téż inny kąt prędkość iego tak zupełnie iak prędkość rzeki, oznaczyć się będzie mogła (14.). Że zaś powietrzé czasém iest lżeyszé, czasém cięższé, dla tego za każdą razą ciężar iego oznaczać potrzeba za pomocą ciężkomiérza,



rza, albo przynaymniéy rachować prędkość c, stósuiąc do powietrza siedmset i dziewięćset razy lżeyszégo od wody, prawdziwa prędkość wiatru zawsze będzie w tych granicach (Roz. I. 9.)

# ROZDZIAŁ IV.

## *o biciu i odbiciu czyli oporze płynów.*

## §. I.

Siła potrzebna do sprawiénia biegu wody, z naczynia stale pełnégo wypływaiącéy.

Przypuściwszy, że żyła wody lub innégo iakiégo płynu odchodzi z naczynia danégo, i że $b^2$ iest przecinkiém téyże żyły, prostopadłym do iego kierunku; przypuściwszy oraz, że wszystkie cząstki płynu w tym przecinku iednaką prędkością c, i kierunkiém zawsze odchodzą, przekonać się można, że siła potrzebna do sprawiénia takowego ruchu, równa się ciężarowi słupa prostégo płynu, maiącégo za podstawę $b^2$ za wysokość zaś 2a, to iest wysokość dwa razy większa od wysokości, która odpowiada prędkości c. Że bowiém prędkość c, odpowiada wysokości a, więc gdy wysokość nazwiémy g któréy ciała w próżni spadaią w przeciągu iednéy sekundy będzie $c = 2\sqrt{ga}$ (Xię. I. Roz. III. §. 2.) to iest płyn przecinka $b^2$ zawsze odchodzący prędkością c, może przebydź w cza-

w czasie 1" biegiém iednostaynym $2\sqrt{ga}$ stóp, a przeto w czasie t, przebieży ténże płyn $2t\sqrt{ga}$ stóp. Miąższość więc płynu w takowym czasie przez przecinek $b^2$ odchodzącégo, będzie $= 2b^2t\sqrt{ga}$; siła za v potrzebna do sprawiénia tego biegu będzie iednostayna, bo w równym czasie równé miąższości, równa też prędkością w jednymże kierunku zawsze odchodzą, a tém samém w równym czasie równé biegi postępné rodzą się. Mnogość zaś z miąższości płynu w czasie t odchodzącego przez prędkość $= 2b^2t\sqrt{ga}.2\sqrt{ga} = 4b^2tga$. Lecz ieżeli słup $2b^2a$ tegoż płynu własnym ciężarém P wolnie spada, w przeciągu t" spada przez wysokość $t^2g$, i w tymże czasie nabywa prędkości za pomocą któréy biegiém iednostaynym w tymże czasie przebiédz może $2gt^2$ stóp; (Xię. I. Roz. IV. 7.) to iest nabywa prędkości 2gt, a stąd mnogość wypadaiącá z prędkości płynu i miąższości $= 4b^2agt$. A że siły v i P są siłami iednostaynémi, będą się więc miały tak, iak biegi od nich sprawioné w czasie t, rozdzieloné przez ténże czas (Xię. II. Roz. I. 12.) biegi zaś té będąc biegami postępnémi, będą iak wielokrotny z miąższości i prędkości (Xię. I. Roz. II. §. 8.) przeto $v: P = \frac{4b^2tga}{t} : \frac{4b^2agt}{t}$ skąd $v = P$. Wnieść więc należy, że siła v potrze-



trzebna do sprawiénia biegu nieustannégo strumiénia, równa się ciężarowi słupa płynu $2b^2a$, to iest maiącégo za podstawę $b^2$, a za wysokość 2a.

## §. II.

Niech będzie rurka AC tak skrzywioná, żeby przecięcié BE, początku krzywizny BC, było prostopadłé do przecięcia CD zakończaiącégo tęż krzywiznę, to iest niech będzie rurka AC prostopadle zakrzywioná; przypuściwszy, że ta rurka iest walcowa, oraz nie uważaiąc ani na tarcié ani na ciężkość, będzie iakaś prędkość c, odpowiadaiąca wysokości a, którą płyn przez rzeczoną rurkę wszędzie płynąć będzie. Położmy otwór $DC = b^2$, a tak siła sprawuiąca bieg wody w rurce, będzie się równać ciężarowi prostégo słupa wody $2b^2a$ (1.). W rurce więc AC prostopadle zakrzywioney, strumień MB spływaiąc przez krzywiznę rurki, ustawnie pre na nią i przez to coraz bardziéy zmnieysza bieg swóy ku AB, a powiększa ku CF, to iest: bieg tén płynu taki iest, iak gdyby w każdym punkcie G krzywizny rurka nań działała dwoistą siłą, iedną F ku BA, drugą f ku CF. Przeto w punkcie C, gdzie płyn iuż zupełnie odchodzi kierunkiém CF, bieg ku AB całkiém iest zniszczony od siły F, bieg zaś całkowity ku CF sprawiony iest samą siłą f. A tak całkowitá siła f, naglącá płyn przez całą krzywiznę

Bieg wody w rurce prostokątnie zakrzywioney.

Fig. 114.

wiznę BGC, w kierunku CF = $2b^2a$. A gdy AM iest otworém iakiégo naczynia, równym otworowi DC, płyn odchodzić będzie przez otwór AM, prędkością równą C w kierunku AB, siła zaś bieg tén sprawuiącá, będzie się równać ciężarowi płynu $2b^2a$ (1.) a że w każdym czasie danym, w równéy ilości płynu bieg całkowity przy AM sprawiony znosi się, musi więc rzeczoną siła przy AM, wyrównywać sile F; stad F = f, to iest płyn tak odchodzi, iak gdyby ciężar $2b^2$ rozłożony po krzywiznie BGC, ustawnie parł go w górę ku BA, i razém inny równy ciężar $2b^2a$ równie rozłożony po krzywiznie BGC parł go ku CF.

## §. III.

Silnia Segnera.

Fig. 114

Płyn pre na każdy punkt G krzywizny BC w kierunku prostopadłym ku GH, i parciém tém wcale różném od parcia rurek wyżéy przytoczonégo, (Roz. II. 17.) maiącém tylko mieyscé w krzywiznach rurek, parciém mówię tém odmienia się iego kierunek. Parcié zaś to może się rozebrać na dwa inné, iedno GL, równoległe do CF, drugie GI równoległé do AB, a prostopadłe do GL, a zatém w tym razie właśnie tak się dzieie, iak gdyby płyn był party bez przestannie ku GL iednym ciężarém $2b^2a$ rozłożonym po krzywiznie BGC, i razém ku GI, innym równym ciężarém $2b^2a$ po teyże krzywiznie rozciągnionym (2.) gdyż działanié płynu na rurkę równé zupełnie i wprost przeciwległe iest odporowi (reactio) rurki na płyn. Na tém się właśnie zasadzá *silnia Segnera*, za pomocą któréy kamienie młyńskié bez kół obracać się moga. Walec bowiém pionowy AB, koło osi swoiéy niewzruszonéy mogący się obrácać przykrywszy naczyniém iakiém walcowém GCDH i doń go przytwierdziwszy, i na dnie tegoż naczynia wielé otworów równych wywiérciwszy, przez któréby woda z naczynia mogła spływać do rurek, w koło podstawy EF przyprawionych, a dolną swoią częścią prostopadle zakrzywionych; woda wypadaiąc przez otwory tych rurek w kierunku stycznych; podstawę EF w tył cofa w kierunku wprost przeciwległym siłą $2b^2a$, a tak silnia obracać się poczyna, i zawsze iednostaynie się obrácá, byleby naczynié stale wodą było napełnioné.



Fig. 115.

## §. IV.

Wyłuszczénié bicia prostego.

Bicié płynów dzieli się powszechnie na proste, gdzie strumień iaki pionowo o płaszczyznę i ukośnie uderzá. Przypuśćmy zaś, że wszystkié cząstki strumienia uważaią się, iako maiące iednaką prędkość i kierunek. Jeżeli więc strumień CDEF z otworu naczynia CF wypadaiąc uderzá prostopadle na płaszczyznę AB, i ieżeliGE, GL, MLi t.d. są warsztami równémi, nader

Fig. 116.

nader cienkiémi, do płaszczyzny AB równoległémi, rzecz widoczna, że warsztwa piérwszá GE obiwszy się o rzeczoną płaszczyznę, traci bieg swóy w kierunku CD, następuiącá zaś warsztwa GL, pre na nią, a zatém coráz bardziéy ią rozpłaszcza na płaszczyznie AB. Ale warsztwa GL doznawszy odporu warsztwy piérwszéy GE, utracić także musi część iakąś biegu swoiego w tym kierunku CD, a przeto trzecia téż warsztwa ML na drugą GL przeć będzie, iednakże strata iéy biegu mnieyszá iest iak warsztwy piérwszey, którá rozpłaszczywszy się na HI cieńszą się stała, a tak drugá warsztwa w kierunku CD postępuie z G do P. Podobnymże sposobém czwartá warsztwa pre na trzecią, a ta mniéy iak druga z biegu utracá. Tak tedy idąc daléy coráz bardziéy zmnieyszá się rzeczoná strata biegu, aż nakoniec warsztá iakaś n. p. NO, má bieg zupełnie wolny ku CD, gdy tym czasém wszystkié inné warszty znayduiácé się pomiędzy O i E iedne mniéy, drugié więcéy ściskaią się i rozpłaszczaią. Strumień więc dany, począwszy od przecięcia NO coráz bardziéy się na koło rozprzestrzeniaiąc przychodzi aż do HQ, gdzie spływa z płaszczyzny w téy ilości, w jakiéy w równym czasie przez otwór CF przypływá; o czém łatwo doświadczéniém przekonać się można.

§. V.



## §. V.

Poki płyn po płaszczyznie AB rozlewaiący się má iakąkolwiek wysokość QI poty wszystkiégo biegu swego ku CD nie utracá: bo albo w tym razie coráz bardziéy się rozlewá po rzeczonéy płaszczyznie, i wtedy punktQ coráz bardziéy zbliżá się do téyże płaszczyzny albo li też spływá z niéy, a na ten czas bieg swóy ku I czyli ku CD utrzymuie siłą bezwładności (*vis inertiae*). Ale gdyby płaszczyzna AB, była nieskończénie wielka, wysokość QI z czasém stać się musi nieskończénie małą, a tém samém i bieg płynu ku CD, stanie się nieskończénie mały czyli żaden. Wszystek więc bieg strumiénia ku CD, gubi się przez obicie się o płaszczyznę AB. Że zaś w każdym przeciągu czasu, tyle płynu odchodzi biegiém równoległym do płaszczyzny AB, ile iéy przez otwór CF w tymże czasie wypływá biegiém prostopadłym do téyże płaszczyzny: wnieść więc należy, że w tymże samym czasie płaszczyzna nieskończénie wielká AB niewzruszoná, tyle niszczy biegu ku CD, ile go się rodzi przy CF. Siła więc obicia się strumiénia o płaszczyznę iest równa i wprost przeciwległa sile, którą rodzi bieg w otworze CF (2). Jest więc w tym razie siła bicia prostego $= 2b^2a$, gdzie $b^2$ wyráża przecięcié prostopadłe, czyli podstawę strumiénia CE, ileść zaś a oznacza wysokość, któréy od-

Siła bicia prostego na płaszczyznę nieskończénie wielką.

Fig. 116.

odpowiadá prędkość strumiénia (1.); gdyby zaś płaszczyzna AB nie była nieskończénie wielką, siła bicia prostégo zawsze mnieyszá będzie od ciężaru słupa prostégo wody $zab^2$, a to tém bardziéy, im mnieyszá iest płaszczyzna. Ale to wszystko wtedy się tylko prawdzi, kiedy płyn uważá się bezciężki, i w którym to przypádku bicié nazwać można *poiedyńczém*: ciężarém bowiém płynów, częstokroć ich bicia czyli uderzania znacznie się odmiéniaią.

## §. VI.

Doświadczénié tyczące się prostégo bicia wody.

Siła bicia doświadczéniém oznaczyć się może: używá się do tego naczynié stale wodą napełnioné, maiące przyprawioną krótką rurkę walcową ciénką, z któréy to rurki strumiéń wodny mało co ciężący, wytryskuiąc, pádá na płaszczyznę drewnianą lub metallową, zawieszoną na iednym końcu drążka, na którégo drugim końcu kładzie się ciężar dla przyprowadzénia go do równowagi. W tym bowiém razie prawie wszystkié cząstki biiące żyły wodnéy, w tymże samym kierunku uderzaią, i równą prędkością, któréy wysokość a, prawie wynosi $\frac{7}{10}$ wysokości stałéy wody w naczyniu, podstawá zaś żyły prostopadłéy $b^2$ równa się otworowi rurki (Roz. II. 10.). Tym sposobém przekonano się, że gdy żyły pionowéy srzednica nie dochodzi cała, srzednica zaś płaszczyzny poziomey trzy lub cztéry razy większá



szá iest ód niéy, siła bicia prostego mało co mnieyszá, a prawie równá iest ciężarowi słupa prostégo wody $zab^2$ (*Bossut*). Prawda, że ilość bicia powiększá się nie co w tym razie przez ciężar wody skupioney na płaszczyznie poziomey. Ale w takowych doświadczéniach uważá się i w rachunek wchodzi wysokość wody w naczyniu od iéy powiérzchni, aż do samey płaszczyzny na którą biie, gdyż żyła ciężkością swoią ustawicznie bieg swóy przyśpiészá.

## §. VII.

Siła bicia prostego na płaszczyznę równą podstawie żyły biiącéy. Fig. 117.

Niech ABHI wyráżá naczynié nieskończénie wielkié, wodą napełnioné aż do AB, maiące otwór przy FG, niech będzie LM przecięciém walcowém żyły zwartéy przez FG wytryskuiącéy. Zatkamy otwór poziomy FG rurką pionową FD EG maiącégo za podstawę płaszczyznę pozioma DE, część zaś rurki FLMG niech má kształt żyły zwartéy, część zaś druga LDEM niech będzie walcowá, w tym razie płaszczyzna DE wytrzymywać będzie parcié od ciężaru słupa wodnégo $ab^2$ maiącégo za podstawę płaszczyznę $DE = b^2$, za wysokość zaś $DC = a$, to iest wysokość wody po nad tąż płaszczyzną, aż do iéy powiérzchni w naczyniu. Parcié to na płaszczyznę rzeczoną zawsze zostanie $= ab^2$ chociażbyśmy całą część rurki walcową LDEM, odięli, byleby taż płaszczyzna

zna nieruchomie była przytwierdzoną. Bo lubo na ten czas słup wodny EC dołem odchodzi, z tém wszystkiém nic z jego wysokości nie ubywa, dla stałéy pełności naczynia, a zatém tenże sam ciężar nieustannie utrzymuie płaszczyznę DE. Widoczna zaś iest, że odiąwszy część LE walca, żyła wodna wprost biie na płaszczyznę DE, a woda w przecięciu LM, ma prędkość odpowiadaiącą wysokości LC (Roz. II. 5.) gdyż tu się bierze długość LD znacznéy wielkości (4.). Wnosi się więc, że biorąc wodę za bezciężką bicie proste żyły wodnéy na płaszczyznę równą podstawie żyły, lub przecinkowi prostopadłemu do iego osi, bicie mówię takowe, równa się ciężarowi słupa prostego wody, maiącégo za podstawę tęż płaszczyznę, za wysokość zaś wysokość odpowiadaiącą prędkości żyły. Siła więc takowégo bicia, wyrównywa połowie siły bicia prostégo na płaszczyznę nieskończénie wielką (5.).

## §. VIII.

Siła bicia ukośnego na płaszczyznę równą przecięciu żyły biiącéy

Podobnymże sposobém oznaczyć można siłę bicia ukośnego na płaszczyznę równą przecięciu żyły biiącéy. Niech bowiem N wyraża srzodek płaszczyzny DE, niech oraz płaszczyzna iakakolwiek OP przecina walec LE przez srzodek N, pod kątém QNP = r, płaszczyzna OP nieruchoma, po odięciu spodniéy części rurki nie będzie mogła utrzymać całego ciężaru wodné-

Fig. 117.



wodnégo $ab^2$ lecz tylko część iego. Dáymy, że liniia pionowa NR = $ab^2$ gdzie a, wyraża srzednicę słupa, CP wysokość, NQ = DC, zaś $b^2$ wyraża przecinek prostopadły lub podstawę strumiénia DE, poprowadźmy RO prostopadłą do OP, a tak ciężar czyli siła NR, będzie się mogła rozebrać na dwie inné siły NO i OR z których piérwsza będac równoległą do płaszczyzny PO, nie działa na nią, (gdyż tu bierze się woda za bezciężką) drugą zaś OR całkiém wytrzymuie płaszczyzna. Jest zaś OR: NR = Wst. r: 1, gdyż ONR = NOL = QNP. Przeto bicié ukośné na płaszczyznę OP = $ab^2$. Wst. r, to iest, gdy srzodek N płaszczyzny OP utrzymuie się siłą równą ciężarowi $ab^2$. Wst. r w kierunku prostopadłym do niéy, na ten czas płaszczyzna ta zostaie w równowadze, i bicié wody z naczynia wypádaiącéy, nié może iéy wzruszyć. Ogólnie więc wnieść należy, że bicié strumiénia bezciężkiégo, z pewną prędkością c, na płaszczyznę przecinkowi iego równą wypádaiącégo, równa się ciężarowi słupa prostégo płynu, maiącégo za podstawę przecięcié prostopadłé strumiénia, wysokość zaś odpowiadaiąca prędkości c, rozmnożonéy przez wstawę kąta pochyłości płaszczyzny do osi strumiénia.

§. IX.

## §. IX.

Bieg wody na ciała w niéy zanurzoné.

Niech będzie ciało E całkiém zanurzoné w rzecé, któréy wszystkié cząstki iednakową prędkością c, w jednymże kierunku AB płyną; w takowym razie rzéka bić będzie na przednią powiérzchnią BD ciała E. Wykryśliwszy więc graniastosłup ABDE na podstawie BD, maiący oś równoległą do kierunku AB rzeki, takowy graniastosłup wodny będzie żyłą nieokréśloney wielkości, biiącéy na powiérzchnią BD równą przecięciu iego. A ponieważ przypuszczamy tu, że rzéka ma kierunek poziomy, strumień więc AD płynąc wolnie utrzymuie się od wody otaczaiącéy, a przeto tak płynie iakby wcale był bezciężkim, i razém bieg iego doświadcza przeszkody od zanurzonégo ciała E. A że woda z drugiéy strony FHIG uchodzi, woda więc poboczna ciału E, wpadaiąc w mieysce próżné przy FG, naglona iest ciężarém rzeki, a przeto prędzéy płynąć poczyna, a tak żyły poboczné, DGML, BFON, ustępuiąc parciu żyły biiącéy ABDE, ściskané są i odpiérané od ciała zanurzonégo, przez co cieńszémi się staią, między RS i LM lub między PQ i NO, tyle teraz co i przedtém odchodzi wody; ale ponieważ ona teraz bystrzey płynie, przecięcié SL lub QN mnieyszé iest od przecięcia DL lub BN, i tak tedy żyła wody ABDE rozlana, w koło ciała między B i Q, D i S, i t. d. spływa.

Fig. 118.

Woda zaś oblewaiąca ciało E, odpiérana iest zewsząd od tegoż ciała, częścią parcia żyły rozlaney ABDE; parcié zaś to pochodzi iuż to od biegu téyże żyły ku AB, iuż od iego tylko ciężaru. Zaczém niższa woda bardziéy iest odpiérana, iak wyższa, żyła zaś biiąca, spływaiąc tém bardziéy na dół idzie, im iest grubszą, i z mnieyszą prędkością ku AB bieży; gdyż tém bardziey parcié od iéy ciężaru pochodzące przewyższa parcié pochodzące od biegu ku AD. Wszakże woda przed ciałem będąca, nié może w tymże samym momencie, w którym ściska się ustąpić na bok, lecz potrzebuie do tego pewnégo czasu, przez tén więc czas woda się skupia, a nié mogąc zgęszczać się wznosi się po nad powiérzchnią rzéki, a tak bardziéy pre na ciało, aniżeli woda tylna, przez co moc bicia powiększa się.



## §. X.

Bicié powietrza na ciała w powietrzni ziemskiéy zanurzoné

Podobnie się dzieie, gdy ciało E, nie w wodzie, lecz w powietrzu zanurzoné, doznaie bicia od wiatru, lub żyły powietrznéy ABDE, w biegu zostaiącéy. Wszakże dwoma rzeczami bicié powietrza różni się od bicia wody. A nasamprzód ciężar żyły powietrznéy iako nader mały nigdy nié może znacznie odmienić bicia, lecz żyła ta rozprysknąwszy się w koło ciała, iednostaynie uchodzi, tak iak gdyby była bezciężką, gdy przeciwnie żyła wodna

Fig. 118.

nader się na dół zwracá. Powtóre powietrzé przed powiérzchnią BD, zawsze mniéy lub więcéy zgęszcza się, czego nié mogąc uczynić woda wznosi się: zgęszczanié się zaś to, tém większé bydź musi, im trudniéy powietrzé ustępuie na boki, i z jm większą mocą obiiá się o ciało. Zgęściwszy się znacznie przed ciałém, a rozrzedziwszy się za témże ciałém, bicié swoié na toż ciało znacznie powiększá z przyczyny sprężystości.

## §. XI.

Odbicié proste i ukośné.

Gdy ciało E w wodzie lub w powietrzu spokoyném zanurzoné, bieży, doświadcza odporu czyli odbicia, które nie od innéy przyczyny pochodzi tylko ód wzaiémnégo uderzania się. Wszystko iest iedno, czyli płyn bieżąc pewną prędkością działa na ciało spoczywaiące, czyli też ciało tąż prędkością bieżąc działa na płyn spoczywaiący: w obydwoch razach uderzanié się ciała z płyném iest to samé. Jeżeli powiérzchnia przednia BD iest płaska, i ciało samo bieży w kierunku BA do téyże powiérzchni prostopadłym: *Odbicié* (renisus) doznané od ciała iest *proste* i moc iego równa mocy bicia prostégo płynu w tymże kierunku bieżącégo na ciało spoczywaiącé. Jeżeli zaś ciało bieżąc innym iakim kierunkiém ukośnym do BD biie na płyn, na ten czas odbicié iest *ukośne*; z czego się okazuie, że cokolwiek się mówiło o biciu



o biciu prostém i ukośném, na ciała zanurzoné w płynach, toż samo może się rozumiec o odbiciu prostém i ukośném.

## §. XII.

Siła bicia prostégo na ciało małe w płynie zanurzoné

Gdy ciało E w rzéce lub powietrzu całkiém zanurzoné iest małe, ciężar też żyły biiącéy nań nader mały bydź musi, a przeto woda lub powietrzé przed ciałém takowém mało co skupiać się będzie, bicié zaś przez to prawie nic wcale nieodmiéni się. Dowodliwa iest, że w tym przypadku bicié taką má dzielność, iakąby miało, będąc zupełnie wolné, gdyby płyn był bezciężki: to iest ieżeli powiérzchnia BD płaská, iest prostopadła do AB, to wprost bicié równać się będzie ciężarowi słupa wodnégo lub powietrznégo, maiącégo za podstawę płaszczyznę BD, wysokość zaś odpowiadaiącą prędkości rzeki lub wiatru (7.). O téy prawdzie przekonywaią doświadczénia czynioné przez JP. *Maryotta* i innych Fizyków.

## §. XIII.

Bicié na kulę.

Kulę ADB maiącą srzodek C, zanurzywszy całkiém w rzéce tak, żeby srzednica iey AB była prostopadła do kierunku rzeki FC, kula ta parta będzie od tegoż samego strumiénia czyli żyły MABE od któ- Fig. 119.
rego i iéy koło wielkié AB byłoby parté, gdyby półkulé AIB było odcięté. Lecz poniew áż kierunek bicia strumiénia w tych dwoch

dwoch przypádkach nie iest iednaki, to iest prostopadły na koło, a ukośny na powiérzchnia kuli, wyiąwszy srzedni iéy punkt, na który bije płyn w kierunku FC prostopadłym, musi więc zachodzić różnica między témi dwoma biciami. Niech będzie żyłka płynu HGL równoległa do żyłki FC, linia zaś GI styczną do FC, kat HGI pod którym taż żyłka bije na punkt G, nazwiémy r; bicié więc to, będąc ukośném, mnieyszé bydź musi od bicia prostégo na punkt L, koła wielkiégo. JP. *de Borda* odkrył przez doświadczénia (Pamię. Akad. Paryz. w R. 1767.) że siła bicia na kulę wynosi tylko $\frac{2}{5}$ siły bicia prostégo na koło wielkié téyże kuli. Skoro więc kula zanurzona w płynie iest mała, bez żadnégo znacznégo uchybiénia, brać można bicié proste rzéki na iéy koło wielkié za równé ilości $ab^2$ (12.) a przeto bicié na samą kulę $= \frac{2}{5} ab^2$ który to wyraz służy i biciu powietrza na kulę małą i onéyże odbiciu.

## §. XIV.

Odpór ciał w powietrzu.

Dáymy, że wiatr równą prędkością bije prostopadle na podstawy dwóch walców, których podstaw srzednice AB i CD są w stósunku 1: 2, a przeto same podstawy w stósunku 1: 4. Bicia więc w tym razie będą także w stósunku 1: 4, (7.) biorąc powietrzé zarówno gęsté i sprężystė, a ciężarém swoim nic prawie nie odmiéniaiącé bicia (10.). Niech AILB, CMND wyrá-

Fig. 120.



wyrażaią strumiénié walcowé powietrza bijące na koła AB i CD; z których piérwszégo przecięciém niech będzie płaszczyzna EF równoległa do AB, drugiégo zaś płaszczyzna GH równoległa do CD, tak żeby było AE = CG. Powietrzé przed podstawą AB zawarté między AB i EF uchodzić będzie po powiérzchni ABFE, powietrzé zaś przed podstawą CD uchodzić będzie po powiérzchni CDHG. Ma się zaś powietrzé między AB i BF do powietrza między CD i GH, iak 1: 4, powiérzchnia zaś ABFE do powiérzchni CDHG iak 1: 2. Gdy więc równé cząstki powietrzné równą siłą uderzaią na każdą z obydwoch podstaw, cząstki te przed podstawą AB łatwiéy na bok ustąpić mogą, a tém samém mniéy się zgęszczaią, iak té, które są przed podstawą większą CD; przeto bicié całkowité na płaszczyznę CD ma się do bicia całkowitégo na płaszczyznę AB w większym stósunku iak 4: 1. Taż sama prawda służy i biciom ukośnym, ieżeli prędkości są iednakié. Jakoż doświadczénié samo przekonało, że odbicia ciał podobnych równą bieżących prędkością i w jednymże kierunku przez powietrzé, nie są w stósunku powiérzchni obiiaiących się o toż powietrzé, lecz powiérzchnia większá zawsze nieco większégo odbicia doznaie, a niżeliby doznawać powinna podług stósunku swoiéy wielkości; i owszém przekonano się, że odpór któ-

którego toż samo ciało, iuż prędzéy iuż powolniéy przy innych równych okolicznościach bieżące przez powietrzé doznaie, iest w stósunku kwadratowym prędkości iego (*Borda*). Skąd się wnosi, że odpór kul małych, iakiémi są kule srzednicy 1. lub 2 calów przez powietrzé bieżących prawie zawsze równy iest ciężarowi słupa powietrznégo $\frac{3}{5}ab^2$ (12. 13.) bądź té kule prędzéy, bądź powolniéy bieżą; co nie służy kulóm większym.

## §. XV.

Opór ciał pływaiących.

Okręty lub inné ciała pływaiące w części zanurzoné pionowo w wodzie stoiącéy, a nagloné od wiatru lub innéy iakiéykolwiek siły, doznaią oporu od wody BEFA

Fig. 121.

która iest prostopadła do płaszczyzny ich przedniéy DE, kiedy te biegną w kierunku AB. Jeżeli więc okręt lub inné ciało wysokości DE zanurzoné iest tylko częścią BE téyże wysokości, którą się zwać zwykła głębokością zanurzénia pionowégo, tedy woda płaszczyzną ciała płynącégo parta wznosi się w górę po nad powiérzchnią iey AB n. p. aż do C, i razém w koło ciała i dołém uchodzi, nié mogąc iuż wyżéy się podnieść, przez co opor ciała powiększa się w stósunku prędkości biegu iego. A że gdy woda się wznosi przed przednią częścią ciała płynącégo, zostawuie za sobą mieyscé próżné, do którégo woda poboczna własnym ciężarém nagloną wchodzi, i napełnia



pełnia ié, (a do tego trzeba nieiakiegoś czasu) wnieść więc należy, że ciało pływaiące, im iest krótsze, a część iego tylna szersza, tém też opor iemu bydź musi większy; o czém następuiące doświadczénia przekonywaią. Dwa graniastosłupy pro té DA, EH, równie głęboko na 12″ $5\frac{1}{2}$‴ zanurzoné równéy szérokości 19″ 8‴ Fig. 124. z których piérwszy iest długi na 6 stóp, drugi zaś tylko na dwie stopy, graniastosłupy mówię takowé, równą prawie prędkością płynąc w wodzie stoiacéy, to iest krótszy upływaiąc stóp 2, 55; dłuższy stóp 2, 58; w jednéy sekundzie, doznały oporu prostégo nierównégo, to iest krótszy 13, 6 funtów, dłuższy tylko 12, 6 funtów, (nowé doświadczénia około oporu płynów przez JP. d' *Alembert*, *de Concordet*, *Bossut*). Graniastosłup AD naglony do biegu pionowo prędkością prawie 2 stóp, doznał oporu prostégo 7,75 funtów. Inny graniastosłup podobny IN zanurzony na 12,″ $5\frac{1}{2}$‴ széroki na cztéry stopy, a długi na 19″ 8‴ równą prędkością naglony, doznał odporu 30 funtów. W tym przypádku, gdyby nie trzeba było mieć względu na parcié wody na graniastosłup, pochodzące z nierównéy iéy wysokości przed i po nim, odpory proste bezwątpienia byłyby w stósunku powiérzchni przednich graniastosłupów, czyli liniy AB, LI a przeto w stósunku $19\frac{2}{3}$: $48 = 59 : 144$. Ale na ten czas opór prosty

sty graniastosłupa IN bydźby musiał 19 funtów tylko, gdy iest w rzeczy saméy 30 funtów.

## §. XVI.

Opór prosty ciał pływaiących częstokroć nader się zmnieyszá od ciężaru wody.

Chcąc dokładnie poznać opor ciał pływaiących, należy naywiększy mieć wzgląd na zwrót wody na dół popchnioney. Gdy bowiém strumień popchnięty iest znaczney grubości i ciężkości, bieg zaś ciał płynących nader mały, na ten czas naywiększa część takowey żyły wody obita na dół się zwraca, a tak przez to, bicié na płaszczyznę prostopadłą do kierunku wody, z prostégo zamienia się nieiako w ukośné, a tém samém zmnieyszá się. Zmnieyszénié się to, iak uczy doświadczénié, częstokroć iest bardzo znaczné. I tak łódka maiącá kształt graniastosłupa prostégo, w tylnéy części kończastá, szérokości AB = 1 stóp, długości BC = 4 stóp, długość zaś kończastości = 2. stóp, łódka mówię ta zanurzoná w wodzie do głębokości iednéy stopy, a naglona w stronie AB biegiém prostopadłym, w kierunku CB tak, żeby iednostaynie na każdą sekundę przebiédz mogła 2, 3 4 stóp, doznała odporu prostégo 5, 8125 funtów. W tym razie podstawa strumiénia $b^2$ = iedney stopie kwadratowéy, wysokość zaś a odpowiadaiącá prędkości 2, 34 stóp $= \frac{2,34 \cdot 2,34}{60,4} =$

Fig. 125.



0, 0906, a przeto ciężar słupa wodnégo $ab^2 = 6,342$ funtów, gdzie stopa sześćienna wody bierze się za ważącą 70 funtów Paryzkich. Bicié więc poiedyńczé proste iest większé od tego ciężaru, gdyż płaszczyzna, na którą woda bije, większá iest od żyły wodnéy (5. 7. 13.). Ale bicié rzeczywisté było mnieyszé prawie ilością 0,53 funtów, a przeto zna znie zmnieyszoné przez zboczénié żyły. Inná łódka FHGIL maiącá szérokość FG = 2 stóp długość FH = 4 stóp, długość kończastości HLI = 2 stóp zanurzona do głębokości iednéy stopy, a naglona prostopadle w kierunku HF prędkością 1, 89 stóp, doznała odporu 7, 75 funtów. Jest zaś tu $b^2 = 2$ stóp kwadratowych, a = 0, 059 stóp, przeto ciężar słupa wodnégo $ab^2 = 8,274$ funtów. Lecz odpór z przyczyny zboczénia strumiénia mnieyszy był od tegoż ciężaru 0,52 funtami.

## §. XVII.

Im głębiéy się ciało zanurzá w wodzie tém bardziéy przy równych

Łódka (navicula) maiącá kształt graniastosłupa prostégo széroka na 19" 8''' długa na 6 stóp zanurzona w wodzie raz do głębokości 7" 10''' drugi raz do głębokości 12" $5\frac{1}{2}$''' trzeci raz do 15" 10''', a w każdym razie prostopadle naglona do biegu, równą prawie prędkością 3 stóp, doznała oporu w piérwszym razie 13, 063 w drugim 18, 4, w trzecim nakoniec 23, 25 funtów, acz sto-

okolicznościach opór iego zmnieyszá się.

stósownie do głębokości, odpory té bydźby były powinny w stósunku 13, 06, 20, 7, i 26, 4 funtów. Skąd się wnosi, że płaszczyzna iakakolwiek prostopadle do kierunku rzeki zanurzoná, przy równych okolicznościach, tém mnieyszego doznaie oporu, im głębiéy się zanurzá. Który to skutek przypisać należy tém łatwieyszému zwrócéniu się na dół żyły biiącéy, im ciało głębiéy iest zanurzoné. Tu także wyrozumieć można, dlá czego w jakiéykolwiek głębi zanurzywszy płaszczyznę, opór iéy, przy równych okolicznościach, powiększa się w większym stosunku a niżeli onéyże szérokość.

## §. XVIII.

Opór tegoż samego ciała pływaiącego w jednakim kierunku różną prędkością naglonégo powiększa się w większym niż kwadratowym stósunku prędkości.

Graniastosłup FL pod § 16 opisany, zanurzywszy w wodzie do głębokości iednéy stopy, ciężarém 7, 75 funtów prostopadle naglony do biegu, biégł prędkością 1, 895 stóp, ciężarém zaś 23, 25 funtów, naglony biégł prędkością 3, 177 stóp. Má się zaś kwadrat prędkości 1, 895 do kwadratu prędkości 3, 177, iak 7, 75 do 21, 8; przeto opory proste były w rzeczy saméy w większym stósunku, to iest, 7, 75: 23, 25, a niżeli stósunek kwadratów prędkości. Co przypisać należy nie iednakowému zwracaniu się na dół żyły biiącéy na płaszczyznę przednią ciała zanurzonégo, przy odmiénnéy prędkości biegu iego. Tu także wytłomaczyć można, za co toż samo ciało większégo doznaie oporu w kanale, lub rzece miałkiéy i wązkiéy, a niżeli głębokiéy i znaczney szerokości (dzieła Franklina Tom II) czego właśnie doświadczyć można na statkach.

Fig. 125.



## §. XIX.

Opór ukośny płaszczyzn pionowo zanurzonych w wodzie

Dáymy, że przednia powiérzchnia iakiégo ciała, składá się ze dwóch prostokątów równych AB i BC, zanurzywszy ią w rzéce pionowo do pewnéy iakiéy głębokości p, tak iednak ażeby BF kierunek rzeki iednaką miał pochyłość do obydwóch rzeczonych prostokątów. Niech AC wyráża przecięcié prostopadłe czyli podstawę strumiénia biiącégo LACM *a* niech znaczy wysokość prędkości rzéki odpowiadaiąca, r zaś kąt FBC = FBA będzie więc bicié ukośné poiedyńczé na AB i BC = a AC. p Wst. r, gdzie płaszczyzny AB i BC uważaią się iako nic wcale nad wodę nie wychodzącé (8.). Poprowadzmy liniie FE, FH, prostopadle do BC i BA, i liniią HE przecinaiącą BF w punkcie G, a tak siły bicia na płaszczyzny BC i BA iako prostopadłé wyrazić się mogą przez liniie EF i HF a przeto rozebrać się na siły EG, GF, i HG, GF. A że siły EG, HG, równé i wprost przeciwległe sobie, znoszą się nawzaiém, siła zaś GF ma się do EF iak Wst. r: 1, a zatém $2GF = a.AC.p$ Wst. $r^2$. Tą więc siłą

Fig. 126.

2GF

2GF cała powiérzchnia przedniá ciała ABC, po nad powiérzchnią wody niewychodzącą nagłoná iest ku BF, i taka też iest siła oporu poiedyńczégo. Ciała zanurzonégo w wodzie stoiącéy, bieżącégo w kierunku FB, prędkością wysokości *a* odpowiadaiącą.

## §. XX.

Doświadczénié naucza, że opór rzeczony w jstocie saméy zawsze przewyższa ciężar wody słupa prostego *a* AC. p Wst. $r^2$; a to tém bardziéy, im kąt ACB iest mnieyszy. I tak graniastosłup AE wyżéy wzmiankowany (16.) w wodzie stoiącéy zanurzony do głębokości iednéy stopy, ciągnąc za punkt E w kierunku BC prostopadłym do DC, ciężarém czyli siłą 4, 9 funtów, graniastosłup tén iednostaynie uchodzi na każdą sekundę przez 3, 367 stóp. A ponieważ w przeciągu sekundy ciała wolnie u nas spádaią z wysokości 15, 1 stóp, i spadkiém tym nabywaią prędkoci 30,2 stóp, będzie się więc mieć wysokość 15, 1. do wysokości a, iak kwadrat prędkości 30,2 do kwadratu prędkości 3,367; przeto $a = \frac{3,367 . 3 . 367}{60 . 4} = 0,18769$ stóp. Ale AC. p (19.) czyli przecięcié żyły prostopadłéy wynosi tylko iedną stopę kwadratową, gdy AC i p, iest tylko iednéy stopy.

Doświadczénia tyczące się bicia ukośnégo.

Fig. 125.

Kąt



Kąt 2r czyli DEC iest (Fig. 125) = 28° 6,' stąd r = 14° 3', Wst. r = 0,24277, Wst. $r^2$ = 0,058937. Zatém słup wodny a, AC p Wst. $r^2$ stóp sześciennych, waży funtów 0,76, gdy tym czasém iak wiémy, iedna stopa sześciénna wody = 70 funtów. Opór więc poiedyńczy danégo ciała wychodzącégo nie co po nad powiérzchnią wody, większy bydź musi od 0,76 funtów. Jest zaś w tym razie opór prawdziwy składany = 4,9 funtów, przeto większy iest iak 6 razy. Tym tedy sposobém wszystkié bicia podobné ukośné, powiększaią się podług doświadczénia, i to także gdy kąt 2r większy iest od prostégo, wtedy opór mało co przewyższa ciężar słupa wody prostego, a, AC. p Wsta $r^2$; im zaś kąt 2r, bardziéy maleie, tém też tén odpór większym się staie od rzeczonégo ciężaru i tak n. p. dwa razy wtedy kiedy 2r = 53° sześć razy, gdy 2r = 28°. Który to skutek przypisać należy nie iednostaynému ustępowaniu żyły ukośnie biiącégo na płaszczyznę, ta zaś nieiednostayność pochodzi od ciężaru płynu.

## §. XXI.

Ponieważ strumiéń biiący nie iednostaynie spływa z płaszczyzny, gdyż nie iednako się rozdziéla, przeto niektóré iego promiénie większą, a niektóré mnieyszą mocą biią na płaszczyznę. Gdyby n. p. AB promiéń

W każdém biciu ukośném nie-

promiéń

mień płynu obiwszy się o ciało iakie prostopadle się załamał ku BC wszystek bieg pierwiastkowy od A do B straciłby, zatém siła bicia iego byłaby równa sile, od któréy pochodzi ten bieg pierwiastkowy (2.). Jeżeliby zaś tenże promień AB. przez obicié się wziął kierunek BD pod kątém roztwartym ABD, na ten czas siła iego bicia będzie mnieyszá; gdyż bieg BD rozebrać się może na biegi BC i CD który ostatni bieg CD iednego iest kierunku co i AB a tak promień AB niewszystek bieg początkowy swóy ku B traci, lecz pozostaie część biegu tego CD. Jeżeli nakoniec tenże promień AB pod kątém ostrym ABE obity, bierze kierunek BE, siła bicia większa bydź musi od siły sprawuiącéy bieg AB, ponieważ ona nie tylko niszczy cały bieg AB, ale też ieszcze nowy bieg wprost przeciwny CE rodzi. Gdy więc strumień wodny ukośnie bije w kierunku HC na płaszczyznę AB; ponieważ w tym razie bieg HC rozebrać się może na dwa biegi, iedén ku CD, lub ED, drugi prostopadły do płaszczyzny AB, poprowadziwszy więc FG prostopadłą do ED cząstki wodné płaszczyzny IG, tak biią na płaszczyznę AB, iak gdyby sam strumień bił wprost, a to z przyczyny kątów HCG, HCF prostych, cząstki zaś ku CD uchodzącé naymnieyszą, a cząstki ku CE spływaiącé naywiększą obiiąią się siłą; gdyż kąt HCD iest

które cząstki żyły wody większą, a niektóre mnieyszą siłą biią.

Fig. 128.

Fig. 129.



iest rozwarty, kat zaś HCE ostry. Wszakże gdy strumień bierze się za bezciężki, siła całkowitégo bicia, zupełnie taż sama będzie, iak gdyby cały strumień ku CD zwrócił się: bo bicié z jednéy strony powiększa się biegiém wody ku E, ale razém z drugiey strony zmnieysza się, z przyczyny powiększonéy prędkości ku D. Im bowiém większy iest bieg ku BD (Fig. 128.) tém większy też iest bieg CD, przy którym to biegu promień AB wody obity zostaie po swoiém obiciu się.

## §. XXII.

Stąd łatwo wyrozumieć można, że bicié ukośné żyły wodnéy, albo się powiększa albo zmnieysza, z przyczyny ciężkości promienia wody. Jeżeli bowiém żyła biiącá własnym ciężarém naglona iest ku CD większá iéy część iak w biciu poiedyńczém, w tęż stronę się zwracá, a przez to bicié składané mnieyszém się staie od podobnégo bicia poiedyńczégo; o czém właśnie i doświadczénié przekonywá. Doświadczyć bowiém można, że żyła pionowá biiąc na płaszczyznę ukośną AB, zmnieysza bicié swoie tém bardziéy, im płaszczyzna rzeczona iest ukośnieysza, to iest, im większą częścią ciężaru swoiego żyła iest naglona ku CD (*Bossut*). Lecz ieżeli żyła ciężarém swoim naglona iest ku CG, lub CE, lub CF, lub innym iakimkolwiek kierunkiém

Bicié ukośné żyły wodnéy niekiedy powiększa się, a niekiedy zmnieysza się iéy ciężarém.

Fig. 129.

kiém posrzednim, bicié ukośné powiększy się, a to z przyczyny zwracania się większéy części żyły w tym kierunku, mnieyszéy ku CD, iak w biciu podobném poiedyńczém; a że w tym przypadku, iakeśmy iuż wyżéy widzieli (20.) strumień wodny własnym ciężarém naglony, zawsze dąży na dół kierunkiém pionowym czyli prostopadłym do poziomu rzéki; nie dziw więc, że w tym razie bicié ukośné złożoné, większé iest od bicia poiedyńczego takoż ukośnego na płaszczyznę niewychodzącą po nad powiérzchnią wody: tém zaś większé iest, im pochyłość iego iest mnieysza, zwłaszcza gdy woda srzednia strumiénia przy C lub A spływaiąc, musi przebiédz całą długość BC i BA, a przeto równie nie łatwo parciu ustąpić może, iak i woda srzednia strumiénia iakiégo, prostopadle na płaszczyznę = AB + BC biiącego. A tak znacznie się zbiéra woda osobliwie koło B i parciém swoiém na płaszczyzny BC i BA bicié albo opór powiększa (17.).

## §. XXIII.

Przez zakrzywienié przedków

Nié masz potrzeby głębiéy się zapędzać w badané prawa, podług którégo pod każdą wielkością kąta pochyłości r, bicié ukośné na płaszczyznę ABC powiększa się z przyczyny ciężaru żyły wodnéy. Bicié takowé znacznie się zmnieyszyć może, daiąc



daiąc ciału pływaiącému przednią powiérzchnią zewsząd zakrzywioną i do powiérzchni wody pochyłą, iaką właśnie maią przody okrętów. Niech bowiém ACD wyraża przecięcié równoległé do kierunku rzéki pionowo przechodzącé przez srzodek iakiégo okrętu. Poprowadźmy liniią AB pionową do linii poziomey FG, bicié żyły wodnéy poziomey EADF na AD nierównie mnieyszé będzie od bicia téyże żyły na AB; ponieważ nie tylko bicié na AD iest ukośné, ale też i promiénie żyły wszędzie iakimś kierunkiém AG do kierunku rzéki EA, pod kątém rozwartym EAG pochyłym na dół własnym ciężarém są nagloné, przez co bicié znacznie się zmnieyszá (22.). Niech ieszcze CAB będzie przecinkiém poziomym przodu statku, którégo płaszczyzny DC i EB równoległe do kierunku rzéki dotykaią się w C i B, płaszczyzny zaś pionowé AD i AE, dotykaią się przy A; poprowadźmy do iakiégokolwiek punktu A styczną HI, tym sposobém uformuie się kąt FHI, pod którym promiéń wody FGH obiiá się o przodek statku, i który rozwartszy iest od kąta FCE kąt zaś FGE iest kątém pochyłości tegoż promiénia biiącego na płaszczyznę pionową AE, zaczém bicié przy H mnieyszé iest iak przy G. Skąd się wnosi, że bicié wody na przody okrętów zewsząd

w statkach odpór wody znacznie się zmnieyszá

Fig. 130.

Fig. 131.

zakrzywioné, nie tylko mnieyszé iest iak na też przody płaskie i pionowé, ale téż bez wątpienia mnieyszé ieszcze byłoby, iak na przody po nad wody nie wychodzące, gdyby woda była bezcieżka; ponieważ żyła wody, ciężarém swoim wszędzie iest naglona w kierunku, pod kątém rozwartym do kierunku rzeki pochyłym.





# XIĘGA V.

## *o biegu Ciał Niebieskich.*

## ROZDZIAŁ I.

### *o obrocie i siłach odśrzodpędnych* (vis centrifuga).

### §. I.

Powiedziało się wyżéy, (Wstę. IV. 12.) że bieg ow spólny, którym słońcé, xiężyc i inné ciała Niebieskié około ziémi, w przeciągu 24 godzin od wschodu ku zachodowi zdaią się obracać, iest tylko pozorny, i że może pochodzić od obrotu ziémi od zachodu na wschód. Rzecz ta tém bardziéy do prawdy zdaie się podobna, im słońcé ogromnością swoią przewyższa ziémię i prawie nieskończénie iest od niéy odległe (Wstę. IV. 6.): Gdyby się słońcé iako też inné ciała Niebieskié obracały około ziémi, prędkość ich obrotu musiałaby bydź niezmiernie wielka i poięcié przewyższaiąca. Dla iakiéyże przyczyny wszystkié gwiazdy obiégaćby mogły bezprzestannie ziémię biegiém iednostaynym, i w równym zawszé czasie, kiedy odległości ich od ziemi nieskończénie od siebie są różné? iakże sobie wystawić można, że xiężyc i planety porywané owym dziennym i nayprędszym obro-

Dowodliwá iest, że ziémiá około osi swoiéy obrácá się.

obrotém, mogą odbywać biegi swoie właściwé zawsze forémnie. Cóż tu mówić o kometach, którym także bieg ow spólny służy? wszystko to łatwo się wyłożyć może przez obrót ziémi.

## §. II.

Ciało stałe (continens) żeby się obracać mogło, musi przynaymniéy dwa punkta mieć niewzruszoné.

Nader więc dowodliwá iest, że kula ziemna obracá się około osi swoiéy, tak iak słońce i planety. Gdy ciało stałe obracá się około iakowéyś linii, którą osią obrotu nazywamy, wszystkié iego punkta obiégaią łuki kół równoległych, maiących płaszczyzny prostopadłe do téyże osi; łuki te są wymiarami kątów, które się robią przez dwie liniie, od tych punktów do srzodka każdego takiego łuku prowadzonych. Ciało stałe maiąc dwa punkta A i B niewzruszoné, ieżeli iest w biegu, musi się w koło obracać, a nawet tak, że oś obrotu przechodzić będzie przez punkta A i B. Daymy bowiém, że iakákolwiek cząsteczka D ciała będącá za liniią AB, w iakimkolwiek czasie przechodzi z D na E; podzielmy liniią DE na dwie części równe, DC = CE, poprowadzmy ieszcze DA, CA, EA, i DB, CB, EB, a będzie DA = EA, DB = EB, i liniie AC, BC, będą prostopadłe do DE, a tém samém liniia DE będzie prostopadła na płaszczyznę ABC. Podobnymże sposobém, gdy cząstka D przyydzie potém na iakié inne meysce G, poprowadziwszy liniią DG, i rozdzieliwszy ią na

Fig. 132.



dwie części równé DH = HG ta liniia DG będzie prostopadłą do płaszczyzny ABH. Przeto wszystkié takowé liniie DG, DE i t. d. znayduią się na płaszczyznie prostopadłéy do linii AB, która to płaszczyzna przechodzi przez punkt D, na niéy więc znayduią się wszystkié mieysca cząstki bieżącéy D, E, G, i t. d. Niech taż płaszczyzna przecina liniią AB w punkcie F poprowadzmy liniie DF, EF, a zrobią nam się tróykąty ADF, AEF równe i podobné. Jest zatém DF = EF = GF, i t. d. to iest cząstka D na owéy płaszczyznie prostopadłéy kréśli koło około srzodka F. Ze zaś, co się tu powiedziało o cząstce D ciała stałégo, to samo okazać się może na innéy iakiéykolwiek iego cząstce za liniią AB lub AF będącéy, wnieść więc należy, że całe ciało stałe obracá się około osi AF. i przeciwnie toż ciało musi się obracać, około osi swoiéy, gdy iego punkt którykolwiek obiégá koło.

## §. III.

Punkta ciała obracaiącego się maią nieiednaką prędkość.

Gdybyśmy iakié ciało stałé obracaiącé się około osi AB przecięli płaszczyzną do niéy prostopadłą, przez którykolwiek punkt iéy C przechodzącą; cząstki ciała D i G na téyże płaszczyznie znayduiącéy się i zarówno oddaloné od punktu C, w równym czasie n. p. t, równé obiegą łuki DE, FN, w tym zaś samym czasie t, inna cząstka G, odległa od osi na CG, na

Fig. 138.

teyże

téyże samey płaszczyznie co i tamte znayduiącą się, obieży łuk GH, który má się do DF, iak CG: CD. Podobnież cząstka L tegoż ciała, za płaszczyzną CF będącą iednakié łuki z cząstką M w równym czasie obiégać będzie, gdzie liniia LM iest prostopadła do płaszczyzny CF. Położywszy więc cząstki iakiéykolwiek D, odległość od osi CD = 1, łuk zaś DF, w danym czasie od tegoż punktu przebieżoné = a, toż odległość IL punktu innégo iakiégokolwiek L, od osi, nazwawszy r, będzie łuk b, od niego w tymże czasie t przebieżony = ra.

## §. IV.

Prędkość katowá (velocitas angularis) ciała obracaiącego się.

Jeżeli więc w ciele stałém około osi niewzruszonéy obracaiącém się iakakolwiek cząstka D, iednostaynie obracá się tak, iż łuk a, w każdym czasie t przebieżony iest zawsze w stósunku nieodmiennym n: 1; inné téż wszystkié cząstki tegoż ciała iednostaynie obracać się muszą. Ponieważ bowiém łuk b = ra, a = nt, będzie b = rnt, przeto b: t będzie też w stósunku stałym rn: 1, bo się promień r = LI nie odmiénia. A że biegów iednostaynych prędkości są w stósunku mieysc w równym czasie przebieżonych, przeto ponieważ iest a: b = 1: r, będzie prędkość katowá ciała stałego to iest łuk a od cząstki iego D, odległy od osi na 1, w przeciągu iedney sekundy przebieżoney biegiém iednostaynym = $\frac{b}{r}$ to iest: równá prędkości innégo iakiégokolwiek punktu L, rozdzieloney przez r, odległość tegoż punktu od osi. Maiąc więc znaną prędkość katową iakiéykolwiek cząstki ciała, można gdzie wynaléźć prędkość katową innéy cząstki, byleby odległość iéy od osi była wiadoma.



## §. V.

Rozgatunkowanié biegów i osi

Każdé ciało stałé bieżąc albo postępuie, albo obracá się, albo razém i postępuie i obracá się, bieg więc wszelki zewnętrzny, to iest taki, iaki w ciele stałém znaydować się może, albo iest biegiém postępnym, albo biegiem obrotu, albo nakoniec biegiém z tych obydwóch złożonym. Bieg wewnętrzny má tylko mieyscé w ciałach tych, w których odległości punktów odmiéniać się mogą z przyczyny biegu, iakiémi są ciała płynné, alboli téż złożoné z wielu części oddzielnych, chociaż stałych, iakiémi są rozmaité silnie. Oś około któréy ciało stałe obracá się, bydź może albo nieruchoma, iak w kołach młyńskich albo ruchoma, iak w kołach wozowych. Oś nieruchoma iest albo stała, to iest, zawsze sama sobie równoległa, albo niestała, czyli położénié swoié ustawnie odmiéniaiąca. Ciało bowiém stałe zacząwszy się obracać około iakiéy osi, może ią ustawnie odmiéniać.

§. VI.

## §. VI.

Siła wśrzodpędná (vis centripeta).

Każdá cząstka ciała około osi swoiéy obracaiącego się, biegłaby ráz wráz siłą bezwładności po linii prostéy, gdyby siła spoyności (*cohaerentiae*) bezprzestannie nie pociągała iéy do osi (Xię. I. Roz. III. §. 2.). Gdyby więc w którémkolwiek mieyscu czyli punkcie siła ta spoyności działać przestała, tedy w tym samym punkcie cząstka ta odeszłaby w kierunku stycznéy do punktu obwodu, czyli drogi swoiéy (Xię. I. Roz. VI. §. 11.). Ze zaś taka cząstka opisuie koło, którego srzodek przypadá w przecięciu osi z płaszczyzną tegoż koła (2.); ztąd iasno okazuie się, że cząstka ta będąc spoioną z resztą ciała pociąganá iest do srzodka pewną iakąś siłą, tak iak n. p. kamień w procy pociągany iest od ręki, która tęż procę obráca, kierunek téy siły zawsze dąży do srzodka tego koła; i dla tego ona nazywa się siłą wśrzodpędną (*vis centripeta*). Siła ta zawsze odmiéniá kierunek punktu, nie odmieniaiąc prędkości (Xię. II. Roz. IV. §. 3.) punkt więc ten w kole swoim bezprzestannie iednostaynie obracać się musi, chybaby inna iaka przyczyna bieg ten odmieniała

## §. VII.

Siła od-

Punkt więc obracaiący się ciągniony iest do srzodka częścią siły spoyności, spoy-



spoyność więc ciał zawsze się osłabiá przez ich obracanié się; o czém samé doświadczénia przekonywaią. Tak n. p. gdy siła wśrzodpędná wyrównywá szóstéy części całéy siły spoyności, spoyność też osłabia się szóstą częścią w czasie obrotu, i właśnie tak się tu dzieie, iak gdyby punkt obracaiący się ciągnął nić, która go ze srzodkiém łączy siłą wyrównywaiącą szóstéy części spoyności. Siła ta punktu obracaiącego się, nazywa się siłą *odsrzodpędną*, która zawsze iest równa i wprost przeciwna sile wśrzodpędnéy: bo każdé dział nić, má zawsze równy sobie, a wprost przeciwny odpór, (Xię. III. Roz. II. §. 2.). I tak nitka którą ciężar iaki ciągniémy, ieżeli nie dość iest mocna, zerwie się, z przyczyny odporu ciężaru; podobnież urwałaby się ta nitka siłą odsrzodpędną ciała obracaiącego się zbytnią prędkością. Ztąd się okazuie, iż siła odsrzodpędná, nie tylko zawsze iest równa sile wśrzodpędnéy, ale téż kierunek iéy zawsze przypadá na płaszczyznie koła, na którym się punkt obracá, i od srzodka prostopadle dąży ku obwodowi tegoż koła.

Śrzodpędná (vis centrifuga).

## §. VIII.

Jak się oznacza

Siła wśrzodpędná kierunek swóy ustawicznie odmiéniá, i przeto nié może bydź zawsze iednostayna. Żebyśmy więc iéy wielkość w daném mieyscu A dokładnie ozna-

oznaczyli, przypuśćmy, że ona od tego mieysca przez nieiaki czas iest iednostayna, to iest, że liniia AC. taką prędkością, iaką ma punkt obracaiący się w A, w kierunku stycznéy AD iednostaynie i równolegle saméy sobie postępuie, punkt zaś A, który bierzémy tu za bezciężki, i żadnéy przeszkody ani z przyczyny tarcia, ani z przyczyny oporu powietrza i t. d. w biegu swoim nie doznaiący, samą tylko siłą wszrzodpędną działaiącą iednostaynie w kierunku AC po téyże linii prostéy spada. W takowym razie dany punkt określi liniią AF, która że będzie równorzutnią, łatwo się przekonać można (Xię. I. Roz. VI. §. 8.). Liniie bowiém BE, DF do linii AC równoległe zawsze będą w stósunku kwadratowym czasów strawionych na ich przebieżénié w spadku; ponieważ siła wszrzodpędna brała się za iednostayną, a stąd biegi od niéy sprawioné, są biegami iednostaynie przyśpieszonémi (Xię. II. Roz. I. §. 2.). Gdy więc bieg drugi przy AD, iest także iednostayny, więc też będą się miały mieysca AB, AD, iak czasy, a zatém DF: BE = AD²: AB².

wielkość siły wszrzodpędnéy.

Fig. 135

## §. IX.

Jeżeli więc iest AD² = p. DF, będzie też AB² = p. BE, a tém samém p bydź musi liniią stałą, która z liniiami BE, DF i t. d. równoległémi do linii AC czyni prostokąty równe kwadratóm z linii AB AD, i t. d. zro-

Dalszy ciąg.



zrobionym. Poprowadźmy liniie ME, IF równoległé do styczney AD, przecinaiacé koło w punktach N i f, a będzie If² = AI. IH; MN² = AM. MH, gdzie AH bierze się za srzednicę koła danégo. Przeto IF² = p. AI a zaś If² = IH. AI, IF² - If² = AI. (p — IH), które to zrównanié wszędzie ma mieyscé byleby liniia DF biegiém równoległym do AC zbliżała się. Albowiém iest też ME² - MN² = AM (p — MH). Im zaś liniia DF bardziéy się zbliża do AC, tém też różnica między IF, If, iako też między IH, AH mnieyszą się staie. Jeżeli więc odległość AD iest nieskończénie mała, będzie IF² - If² = o, stąd IH = AH, a przeto p — AH = o, czyli p = AH. to iest ilość stała p powinna bydź w powszechności = AH. a przeto IF² = AH. AI. Położywszy więc IF = AC = ½ AH, będzie ¼ AH czyli ½ AC = AI = DF, przeto AC = 2DF. Prędkość więc siłą wszrzodpędną w czasie t sprawioną, którą punkt bieżący z A przychodzi na F zupełnie równa iest na tén czas prędkości, którą się obraca w punkcie A; bo że bieg od rzeczoney siły wszrzodpędnéy sprawiony iest iednostaynie przyśpieszony, prędkość więc iego po wypełnionym czasie t, taka będzie, iż w tymże czasie przebiédźby mógł mieysce 2DF = AC = AD, które też w czasie t, prędkością obrotu iednostaynie się przebiéga. Jeżeli więc punkt obracaiący się przypuszcza się bydź ciężki, liniia

liniia zaś DF taka, iż tenże punkt wolnym spadkiém w czasie t, przebiédź ią może, tedy ciężar punktu G, będzie równy sile wśrzodpędnéy v; i na ten czas DF iest wysokością a odpowiadaiącą prędkości obrotu c, bo punkt spadłszy przez DF w czasie t, nabytą prędkością w tymże czasie iednostaynie przebiédzby mógł mieyscé 2DF = AD, lecz ieżeli mieyscé DF siłą iednostayną v w czasie t, przebieżoné większé albo mnieysze iest od wysokości a odpowiadaiącéy prędkości c, tedy siły iednostayné v i g będą w stósunku prędkości, iakié będą w czasie t, (Xię. II. Roz. I. §. 12.) czyli w stósunku mieysc 2DF i 2a, któré témiż prędkościami w tymże samym czasie t bydź mogą przebieżoné. Przeto ogólnie mówiąc iest v: g = 2DF: 2a = AC: 2a; skąd się pokazuie, że siła wśrzodpędná wszędzie w kole AfH równéy iest wielkości: bo też prędkość punktu koło opisuiącégo siłą tą nié może się odmiéniać, a témsamém wysokość A iest stała (6.).

## §. X.

**Ruch wahadeł ciężkich (pendulum).**

Kulka zawieszoná na nitce pionowéy CD, uwiązanéy na gwoździu C, podniesiona aż do A czyli do linii poziomey AB, która liniią pionową CD rozdziéla na dwie CB = BD, kulka ta mówię spadłszy z punktu A na D przez wysokość ½ CD dwa razy większą siłą ciągnie nić w D a niż-

Fig. 136.



eliby ciągnęła, spokoynie wisząc. W tym bowiém razie nić nie tylko ciągniona iest ciężarém kulki, lecz i siłą odsrzodpędną w kierunku CD, siła zaś odsrzodpędna kulki w punkcie D, gdzie iéy prędkość odpowiada wysokości ½ CD, wyrównywa ciężarowi kulki (§. 7. 9.). Gdybyśmy zaś nici, na któréy punkt ciężki wisi, zamiast położenia pionowégo AC dali położénié iakiékolwiek ukośné AD, i potém tenże punkt w D popchnęli w kierunku prostopadłym do płaszczyzny pionowéy ADC, tém udérzeniém opisze on koło poziomé DBHD około punktu C, obiégaiąc to koło nie wrácá się do punktu C, a tak nić obrácać się będzie po powiérzchni ostrokręgu prostégo (*conus*). Przeciągniymy bowiém podług upodobania promiéń CD aż do E, poprowadźmy pionową DF prostopadłą do D, E, i niech má się DE, do DF, iak siła punktu odsrzodpędná obrotém sprawiona, má się do ciężaru teyże kulki. Ponieważ obydwie liniie maią kierunek sił swoich, i obydwie razém siły działaią na tenże punkt, wykreśliwszy równoległobok DEGF łatwo widzieć można, że punkt, o którym mowa, ciągniony iest siłą DG a przeto on, gdy przekątnia ta iest tylko przedłużéniém linii AD nié może ani wrócić się ku C ciężarém swoim, ani też siłą odsrzodpędną, bardziéy od tegoż punktu C oddalić się, lecz iednostay-

Fig. 137.

staynie musi biédz po kole poziomym około C, ponieważ siła DG niszczy się od gwoździa w punkcie A; co właśnie *Hugeniusz* okazał, dowodząc do zegarów użyć można wachadeł nie kołyszących się, lecz powiérzchnią ostrokręgu iednostaynie wykréślaiących.

## §. XI.

Stósunek sił wsrzodpędnych w tym przypadku, gdzie więcéy punktów obracá się około iednego śrzodka.

Fig. 135.

Dáymy, że punkt A maiący miąższość m, ciężar g, prędkość c, odpowiadaiącá wysokości a: znowu punkt I, maiący miąższość n, ciężar g', prędkość k, odpowiadaiącá wysokości á, około tegoż samego śrzodka C wykreślaiąc koła na tablicy poziomey tak, żeby bieg ich ciężkości, ani tarciém, ani inną iakąkolwiek przyczyną zewnętrzną nie był przeszkadzany; w takowém zdarzéniu siła wsrzodpędná v, punktu A, mieć się będzie do iego ciężaru g, iak 2a: AC, oraz siła wsrzodpędná f, punktu I mieć się będzie do iego ciężaru $g' = 2a'$: IC (§. 9.). Przeto $vg'$: $fg = a.$ IC: á. AC, i $v : f = \frac{ag}{AC} : \frac{a'g'}{IC}$. A że iest $a : á = c^2 : k^2$ i znowu $m : n = g : g'$. Zatém $v : f = \frac{mc^2}{AC} : \frac{nk^2}{IC}$, i ta proporcyá stósownie do przypuszczéniá powyższego ma mieyscé, chociażbyśmy punkta A, I. brali za bezciężkié. Jeżeli zaś czas obieżny (*tempus periodicum*) to iest czas, w którym całe



całe koło ráz przebieżoné od punktu A, nazwiémy T, czas zaś w którym punkt I koło całe przebiegá, oznaczymy przez t, tedy (ponieważ biegi w kołach są iednostayne) (§. 6.) będzie c: k: iak koło większé podzielone przez T, do koła mnieyszégo podzielonégo przez t, że zaś koła są w stósunku swoich promiéni, będzie więc $c : k = \frac{AC}{T} : \frac{IC}{t}$. Stąd $v : f = \frac{m.AC}{T^2} : \frac{n.IC}{t^2}$. Jeżeli więc obydwa te punkta znayduią się na iednéyże linii nieuginaiącéy się AC a przeto ieżeli obydwa w jednymże czasie koła swoie wykréślaią, tedy będzie $T = t$, i $v : f = m.AC : n.IC$. Siły więc odsrzodpędné tych punktów będą wtedy równé, kiedy ich miąższości mieć się będą w stósunku odwrótnym ichże odległości od srzodka; ieżeli bowiém iest $m : n = IC : AC$ tedy będzie $m.AC = n.IC$, a przeto $v = f$.

## §. XII.

Doświadczéniá tyczące się siły odśrzodpędnéy.

Dopiéro odkryty stósunek sił odsrzodpędnych obiaśnić się może rozmaitémi doświadczéniami. Na tén koniec weźmy płaszczyznę okrągłą n. p. talérz AH na podstawie tak osadzoną, żeby mogła poziomie obracać się z łatwością około swoiego srzodka C. Na końcach iakiéykolwiek iéy srzednicy AH. przyprawmy słupki Fig. 138.

pionowo równé AB, HG, i do ich końców B, G, przymocuymy drót poziomy BG, na którym znayduie się nawleczona kulka D srzodkiém wydrążoná tak, żeby wolnie tam i sam posuwać się mogła. To maiąc, ieżeli ustawimy kulkę nie po nad srzodkiém C lecz cokolwiek obok iego, i zaczniémy obracać płaszczyznę AH, postrzeżémy, iż taż kulka odchodzić będzie od srzodka swoią bezwładnością, iako ku niému od żadnéy siły nie pociąganá. Ale ieżeli liniią AH poczynaiąc od srzodka C, podzielimy z obydwoch stron na ilékolwiek części równych 1, 2, 3, i t. d. i na drót BG nawleczémy inną kulkę F równéy miąższości z pierwszą, oraz połączymy ié nitką lub łańcuszkiém dobrze wyciągnionym, tak żeby odległości ich od srzodka C były iednakié: obracaiąc nawet iak nayprędzéy płaszczyznę AH, obydwie te kulki będą w spoczynku, byleby one żadnégo przy tém uderzéniá nie poniosły. Gdybyśmy zaś iedną z tych kulek posunęli pomiędzy 1, i 2, drugą pomiędzy 1 i C, na tén czas tamta będzie odchodziła od srzodka, i tę z sobą pociągać pod czas obrotu płaszczyzny okrągłéy. W ogólności zaś powiedzieć trzeba, że kulki w podobném zdarzéniu zostaią w spoczynku, ieżeli ich miąższości są w stósunku odwrotnym onychże odległości od srzodka; ieżeli zaś nie zachodzi stósunek tén, w ten czas zawsze



wsze iedna drugą pociągá, gdyż siły odsrzodpędné kulek w piérwszym razie są równé, w drugim nie równé.

## §. XIII.

Gdybyśmy zamiast kulek użytych w poprzedzaiących doświadczéniach, użyli rurki EG ukośnie przyprawionéy do płaszczyzny poziomey talérza, i do niéy wrzucili kawałki ołowiu lub czego innégo, zatkawszy tę rurkę, obracaiąc chyżo talérz, kawałki ołowiu wznosić się zaczną do góry. W tym bowiém razie ciała té iakoby po płaszczyznie pochyłéy częścią pewną ciężaru swego na dół są nagloné ku GE (Xię. II. Roz. I. §. 2.) i ta to iedynie siła pociągá ié do srzodka: dopóki talérz zwolna się obrácá, wydoływá ona utrzymać ciała rzeczoné na mieyscu, lecz iak tylko ciężkość obrotu powiększá się, i siła odsrzodpędná ią przewyższać poczyna (gdyż siła ta pomnáżá się w stósunku kwadratowym prędkości) natychmiast ciała będacé w rurce, podnoszą się do góry tą częścią siły swoiéy odsrzodpędnéy, którą przewyższaią siłę ku C naglącą. Gdybyśmy zaś do teyże rurki EG wlali płyny różnéy gęstości, iako to wodę, oliwę i t. d. i nad to ieszcze wrzucili kawałki ołowiu, obracaiąc chyżo talérz, postrzeżémy, że cząstki ołowiu, maiąc większą gęstość, większéy nabywaią siły odsrzodpędnéy w jednakiéy od srzodka odległości, a ni-

Inné doświadczéniá.

Fig. 139.

a niżeli cząstki oliwy lub wody, (§. 2.) i dla tego ołów przez obydwa płyny wznosi się w rurce, i obeymuie górne mieysce. Dla téyże przyczyny i woda wznosi się nad oliwę, oliwa zaś nayniżéy zostaie. Ciała więc różnéy gęstości pomięszane z sobą, mogą przez takowy iak się powiedziało obrót, łatwo bydź oddzielone. Podobnież się dzieie w silni, za pomocą któréy zboże wyczyszcza się z plew i lekkich kakolu nasion. Jeżeli zaś w kulkę szklanną wewnątrz wydrążoną około osi poziomey mogącą się obracać wleiemy wodę wraz z proszkiem ołowiu, obracaiąc tę kulę, postrzeżemy, że proszek przylégać będzie do szkła, czyniąc iakoby prążki iakie, woda zaś niżéy ołowiu układać się będzie w kształt kuli wydrążoney a powietrzé resztę prożnego mieysca napełni.

## §. XIV.

Srzodek ciężkości linii, która się obraca około niego, przez ten obrot z mieysca się swoiego nie ruszá.

Fig. 140.

Dáymy, że dwa punkta bezciężkié liniią tęgą połączoné, maiąc miąższości A i B obracaią się na iednéy zawsze płaszczyznie około punktu C, który to punkt byłby srzodkiém ich ciężkości, gdybyśmy ié brali za ciężkié, w takowym obrocie srzodek C będzie nieruchomy; gdyż mnogości wypadaiącé z miąższości A i B i ich odległości od punktu C są równé, (Xię. II. Roz. II. §. 12.) a tém samém i siły odsrzodpędné są równé (§. 11.). Więc punkt C, będąc równie ciągniony w strony przeciwné



ciwné ku A i ku B, z mieysca swego bydź ruszonym nié może, chociaż z siebie iest ruchomy przez takowy obrót. Podobnie dziać się będzie z liniią prostą fizyczną, to iest taką, któréy każdy punkt miałby pewną miąższość: zbiory wag (*summae momentorum*) a przeto i zbiory sił odsrzodpędnych po obu stronach będąc iednakié, nie dozwolą srzodkowi C, chociaż z siebie ruchomemu uchodzić z mieysca, byleby taż liniia na iednéy zawsze obracała się płaszczyznie: przeciwnie zaś działoby się, gdyby się taż liniia nie około srzodka C, lecz innégo iakiego punktu H obracała. Gdybyśmy zaś liniią fizyczną FG nie na płaszczyznie, lecz po ostrokręgu około osi DE, przez srzodek iéy ciężkości C przechodzącą obracali, i w tym razie także zbiory wag i sił odsrzodpędnych z obydwoch stron będąc iednakie, utrzymywać będą srzodek C w spoczynku: lecz ponieważ siły odsrzodpędné maiąc kierunki zawsze prostopadłé do osi DE, odciągaią od téyże osi liniią FG po wszystkich iéy punktach G, F, i t. d, dla tego taż liniia obracaiąc się co ráz bardziéy od osi się oddala, aż poki kąt DCG, lub FCE nie stanie się prostym; po czém żadna więcéy odmiana obrotu mieysca nié ma.

## §. XV.

Osią wolną nazywámy tę oś, któréy ani podpiérać, ani przytrzymywać nie potrze- Oś wolná

i środek miąższości.

trzeba, ażeby ciało bezciężkié nie doznaiąc ani tarcia, ani oporu powietrza, lub innéy iakiéy przeszkody mogło się około niéy iednostaynie obracać. Oś takowa zawsze przechodzi przez ow punkt ciała, któryby był środkiém iego ciężkości, gdyby ono miało iakikolwiek ciężar, ten zaś sam punkt nazywá się środkiém miąższości, gdy ciało bierze się za bezciężkié. Przetniymy bowiém ciało obracaiącé się około osi wolnéy płaszczyzną prostopadle przez tęż oś przechodzaca, a w takim razie wszystkié cząstki na téyże płaszczyznie znayduiącé się w kierunkach do osi prostopadłych, a zatém do siebie równoległych, siłami swémi odśrzodpędnémi tak będą na się wzaiém działać, iak gdyby zewsząd oś ciągnęły (§. 14.). A że oś w tym razie spoczywá, wnieść więc należy, iż zbior sił odśrzodpędnych z jednéy strony osi równy bydź musi zbiorowi sił z drugiéy strony. Maią się zaś siły odśrzodpędné rzeczonych cząstek czyli punktów tak, iak by się miały wagi (*momenta*) ich, gdyby były ciężkiémi (II. Xię. II. Roz. II. 12.), przeto zbiory wag, punktów ciała z obu stron osi, na każdéy płaszczyznie przez oś przechodzącéy bydź muszą równé. Oś więc przechodzi przez środek miąższości ciała (Xię. II. Roz. III. 1.). Są także i wagi sił odśrzodpędnych na osi wolnéy równé względém środka miąższości. Każdy bowiém punkt ciała za osią leżący, siłą odśrzodpędną naglony iest, iakoby ciężarkiém do osi przywiązanym, a zatém ieżeli na osi iakiéy przez środek miąższości ciała przechodzą éy zbiór wág tych ciężarków z jednéy strony środka, nie wyrównywá zbiorowi wag z drugiéy strony, oś około środka obracać się będzie, i nie może zostać w spoczynku, chociáż środek spoczywá. Ze zaś oś wolna nieruchoma iest względém środka miąższości, idzie zatém, że zbiory wág sił odśrzodpędnych z obydwóch stron osi są sobie równé.



## §. XVI.

Jakby można oznaczyć oś wolną, maiąc dany układ cztérech iakichkolwiek punktów.

Chcąc się dokładniéy w téy mierze obiaśnić, przypuśćmy, iż mamy sobie dané cztéry punkta iakiékolwiek bezciężkié, którychby były miąższości A, B, D, E, mocno z sobą połączoné, daymy i to, że też punkta obracaią się około iakiéyś osi IF przez środek C ich miąższości przechodzącéy. Poprowadźmy liniie CA, CB, CD, CE, iako też AH, BI, DG, EF do osi prostopadłe, będzie B. BC = D. DC, i A. AC = E. EC. przeto B. BI = D. DG, i A, AH = E. EF, gdyż C iest środkiém ciężkości. Ze zaś siła odśrzodpędná miąższości B, iest iak B. BI, i siła odśrzodpędná miąższości E, iak E. FE; obie zaś iakoby pociągané są od osi w kierunku iednakim ku B, lub E, oś więc ta będzie niby

Fig. 141.

niby dźwignią pierwszego rodzaiu (*vectis heterodromus*) na którey w takowym kierunku ciężary B. BI i E. FE działaią. Jeżeli więc punkt C iest nieruchomy, wytrzymuie on siłę B. BI + E. FE, a zatém takiey siły potrzeba, którąby go utrzymywała. A że z drugiey też strony osi ku A lub D równa pociąga go siła A. AH + D. DG = B. BI + E. FE; przeto śrzodek miąższości C zarówno pociągany iest ku L iak ku M. a zatém zostaie w równey wadze, i nie może uchodzić z mieysca, chociaż nie iest wstrzymywany, upaśdź też nie może, iako wzięty za bezciężki.

## §. XVII.

Dalszy ciąg.

Ale nie każda oś iest wolną, którą przez śrzodek miąższości C przechodzi. Może bowiem drąg ciężarami obładowany mieć iaki punkt stały, a jednakże nie bydź w równowadze, lecz około niego obracać się. W tym więc razie oś obrotu punktów A, B, D, E, nie zostanie w spoczynku, ieżeli siły odśrzodpędne około C nie są w równowadze. Że zaś każdą takową siłę można brać za ciężarek, i oś za drąg, będzie waga siły odśrzodpędney A. AH na osi IF = A. AH. CH, waga siły B. BI = B. BI. CI, i t. d. (Xię. II. Roz. II. 12.). Lecz siły w B i D pociągaią liniią prostą CI ku B, siły zaś w A i E pociągaią ią ku A, czyli raczey punkta A, B, D, E, siłami swémi odśrzodpędnémi, tak na się wzaiém działaią, iak gdyby



gdyby ciągnęły liniią CI, przeto zbiór wag: A. AH. CH. + E. EF. CF bydź powinien równy zbiorowi wág B. BI. CI. + D. DG. CG, ażeby oś była w równey wadze. Jeżeli więc kąt ICB = FCD = r, i kąt ACH = FCE = n będzie BI = BC. Wsta. r, CI = BC. Dosta. r, AH = AC. Wsta. n, i CH = AC. Dosta. n. Przeto ieżeli oś IF iest wolną, będzie B. $\overline{BC}^2$ Wsta. r. Dosta r. + D. $DC^2$ Wsta r. Dosta r = A. $\overline{AC}^2$ Wsta. n. Dost n + E. EC. Wsta n. Dost. n. Stąd B. BC. DB. Wst. r. Dost. r = A. AC. AE. Wst. n. Dost. n (16.); a że wiémy z Trygonometryi że Wst. 2r = 2 Wst. r. Dost r; toż Wst 2n = 2 Wst. n. Dost n. Przeto B. BC. BD. Wsta 2r = A. AC. AE. Wsta 2n. Jeżeli zaś kąt ACB = a iest stały, będzie zatém Wsta. 2n = Wsta. (2a — 2r) = Wsta: 2a. Dost. 2r — Wst 2r. Dost. 2a. Jeżeli więc iest Wsta. 2n: Wsta 2r = p: 1, będzie p. Wsta. 2r = Wsta. 2a. Dost. 2r — Wsta 2r. Dost. 2a; a przeto

$$p = \frac{\text{Wsta. } 2a}{\text{Sty. } 2r} - \text{Dost } 2a, \text{ toż Sty.}$$

$$2r = \frac{\text{Wsta. } 2a}{p + \text{Dost. } 2a}.$$ Maiąc więc dany stósunek stały B. BC. BD: A. AC. AE. który bierzémy za = p: 1, ieżeli kąt stały a, przez liniią IF tak rozdzielimy na dwie

część-

części r, n, żeby była Sty. $2r = \frac{\text{Wsta. } 2a}{p + \text{Dost. } 2a}$, będzie IF osią wolną. Jest bowiém na ten czas Wsta 2n: Wsta. 2r = p: 1, przeto B. BC. BD. Wsta 2r = A. AC. AE. Wsta 2n.

## §. XVIII.

Każdy układ cztérech punktów mocno z sobą spoionych, ma iakąś oś wolną IF, bo kąt ACB zawsze tak się rozdzielić może na dwa kąty n, i r, iżby była Wsta. 2n: Wsta 2r w stósunku danym p: 1. Łatwo też okazać można, że liniia ON, prostopadła do IF przez śrzodek miąższości C przechodząca, iest osią wolną tychże punktów. Poprowadziwszy bowiém AL, BM, EN, DO do osi ON prostopadłe, a tém samém do osi IF równoległe, będzie waga siły odśrzodpędnéy w A, względém osi ON, = A. AL. CL. = A. CH. AH, waga siły punktu B = B. BM. CM, = B. BI. CI, waga siły punktu D = D. DO. CO. = D. DG. CG, i waga siły punktu E = E. EN. CN = E. CF. EF. A że A. AH. CH + E. EF. CF = B. BI. CI. + D. DG. CG (17.). Zatém wagi sił odśrzodpędnych punktów A, B, D, E, z obu stron osi NO są równe, oś więc ta iest osią wolną.

Każdy układ cztérech punktów na dwie osi wolné.

## §. XIX.

Gdy ciało stałé poczyna się obrácać około iakiéy osi przechodzącéy przez srzodek iego miąższości nieruchomey, a oś za śrzodkiém nie iest przytrzymywaną, w takim razie obracaiąc ciało dané taż oś, albo zupełnie zostaie niewzruszoną, a przeto iest wolną, alboli też względém srzodka miąższości położénié swoie odmiénia. Jeżeli odmiénia, przetniymy ciało płaszczyzną przechodzącą przez oś i kierunek, w którym oś iakoby obracać się poczyna, a tak kierunek srzedni wszystkich sił odśrzodpędnych znaydować się będzie na płaszczyznie téy, na któréy się oś obracać poczyna. Niech więc IB wyráża kierunek srzedni wszystkich sił odśrzodpędnych po nad C, z jednéy strony osi znayduiących się, FE zaś pod C, niech HA wyráża kierunek srzedni z drugiéy strony osi nad C, a zaś GD pod C, to iest wszystkié siły odśrzodpędne z obu stron osi, tak nad, iak i pod śrzodkiém miąższości C będącé razém zebrané, niech będą równé siłóm odśrzodpędnym punktów A, B, D, E. Przetniymy kąt ACB = a tak, iżeby była Sty. 2. ICB $= \frac{\text{Wsta. } 2a}{p + \text{Dost. } 2a}$, gdzie p: 1 wyráża stósunek B. BC. BD: A. AC. AE, liniia rozcinaiącá kąt ACB, będzie w tym razie osią wolną ciała (17.). Poprowadziwszy zaś na téyże saméy płaszczyznie liniią prostopadłą do téy osi, i ta także prostopadła będzie osią wolną tegoż ciała (18.). A ieżeli ieszcze ciało dané przetniémy płaszczyzną przechodzącą przez tę

Każdé ciało stałemá naymniéy trzy osi wolné.

tę oś druga, a prostopadłą do osi piérwszéy, podobnie okazać można, że i na téy płaszczyznie dwie się znayduią osi wolné do siebie prostopadłe ; przeto każdé ciało stałé naymniéy ma trzy osi wolné ; wielé zaś takich ciał znayduie się, które maią więcéy niżeli trzy osi wolné. I tak kuli iednorodnéy stałéy, każda srzednica iest osią wolną ; ponieważ z obu stron każdéy srzednicy, w równéy od srzodka i srzednicy odległości zawsze się znayduią punkta równé, których więc i siły odśrzodpędne i wagi sił są sobie równé.

## §. XX.

Osi wolné ziémi.

Gdyby ciało iakie stałe iednorodné, taki miało kształt, iaki z obrotu danéy figury H L F około podstawy prostéy i nieruchomey HF powstać mógł, liniia ta będzie osią wolną ciała, przechodzącą przez C śrzodek iego miąższości. W takowym bowiém razie z dwoch którychkolwiek punktów A i E danych, około C równo się ważących poprowadziwszy liniie AB, ED prostopadle do osi, tak, żeby było IB = IA; DG = GE; inné dwa równé będą punkta B i D w témże ciele, także między sobą równoważące około C, których to punktów zbiór wag sił odśrzodpędnych B. BI. CI + D. DG. CG. = B. BI. IG. równá się zbiorowi wag sił odśrzodpędnych w punktach danych A. AI. CI. + E. EG. CG = A. AI. IG. Wtedy więc

Fig. 142.





iest A. AI. = B. BI ; D. DG = E. EG to iest oś wolna przechodzi przez śrzodki ciężkości I, G punktów A, B, i D, E. A zatém czy to H L F liniia krzywa iest kołowa, czyli taka, któréy promiénie CH, CL, są nierówne, zawsze wszelako liniia HF będzie osią wolną ciała stałego opisanego obrotem figury HFL około HF. Ponieważ więc ziemia iest kulistá (Wstęp I. 6.) i bierze się za iednorodną, i má kształt taki, iaki z obrotu którégokolwiek południka HLF około iéy osi utworzyć się może, pomimo tego, że połowa iey osi iest nie co mnieysza od promiénia równika (iak się niżéy okaże) oś ta HF iest osią wolną ziémi ; i owszém każda srzednica równika iest osią wolną, byleby półkula ziemska południowá była zupełnie równá i podobná północnéy. Na ten czas bowiém, kształt ziémi wykréślić się może obrotém półkola południka, któré to półkulé od równika poczynaiąc się i na nim się kończąc, około srzednicy iakiéyś tegoż równika obracá się.

## §. XXI.

Pomiędzy równikiém i biegunami ziémi żadnéy osi nié masz wolnéy. Niech bowiém będzie MN takowa osią przez srzodek ziémi C przechodząca, przetniymy kulę ziemską płaszczyzną QR do MN prostopadłą, ponieważ każda liniia prostopadła do osi MN, tak się przecina nad C,

Pomiędzy osiami wolnémi ziémi, iedna iest oś główná.

Fig. 143.

C, iż iest AI > IB zaś pod C tak że iest GE > DG. zbiór więc sił od srzodpędnych i ich wagi w stronie MCQ i RCN większy będzie od zbioru wag tychże sił w stronie MCR i QCN, przeto oś MN bardziéy iest pociągana od M ku L lub od N ku I a niżeli w stronę przeciwną; skoro więc kula HLFH obracać się poczyna około MN, oś ta nachyla się ku L, to iest: iéy cząstki obracać się natychmiast poczynaią tak, iak i punkta strony MCQ obracaią się. Przeto około iakiéyś osi OCP pomiędzy MN i HF obrót się poczyna i oś sama obrotu iakoby cofa się ku biegunom H i F, że zaś cofać się nie przestaie dopoki iest wolną czyli do poki nie pada na HF, kąt więc MCH ustawnie się zmnieyszá, a na koniec zupełnie niknie. Zatém oś ziémi przechodząca przez bieguny iest główną pomiędzy wszystkiémi iéy osiami wolnémi. Gdyby bowiém ziémia poczęła obracać się około osi nie wolnéy, oś ta przez sam obrót nieustanny zamieniłaby się na oś iaką wolną przez bieguny przechodzącą, nigdyby zaś nie przechodziła przez równik.

## §. XXII.

Ziémia obrácá się około osi wolnéy.

Ponieważ wszystkie ciała Niebieskié zdaią się obracać około osi HF, (wstę. XII. 10.) wnosi się więc że ziémia, ieżeli się obracá, obracá się około téy osi HF;



HF; nie dziw więc, że obrot iey zawsze iest iednostayny i że nie potrzeba żadnéy siły, iżby ta oś będąc wolną, była utrzymywaną. Gdyby zaś ciała niebieskie obracały się nie ziémia, na cożby oś ich obrotu razém bydź miała osią wolną ziémi? za cóż ta iedna oś ze wszystkich wolnych byłaby główną? czemużby ona nie przypadała pomiędzy srzednicą ziémi náykrotszą HF i náydłuższą LI? czémużby na koniec ciężkość na powiérzchni ziémi (iak wkrótce zobaczymy) ku biegunóm rosła, a zmnieyszała się ku równikowi? izaliż to nie iest náyoczywistszym znakiém, że ciężkość zmnieysza się siłami odsrzodpędnémi, które to siły pod równikiém są náywiększe a pod biegunami żadné? czyliż więc nie iest rzeczą pewną i nie zawodną, że sama kula ziémska, nie zaś ciała niebieskié obracaią się.

# ROZDZIÁŁ II.

## *o tworzéniu się biegu kołowégo.*

## §. I.

Siły piérwiástkowé i zbiorowé czyli ciężkości.

Ponieważ na iednémże mieyscu ziémi wszystkie ciała w próżni rowną prędkością wolnie spadaią, a tém samém w równym czasie równych prędkości nabywaią

kość i ciężar ciał.

ią nagloné ciężkością; wystawiwszy więc sobie, że wszystkie te ciała rozdzieloné są na punkta naymnieysze fizyczné równé; siły któremi te punkta spadaią muszą bydź między sobą równe, z przyczyny równych miąszości. Punkta te naymnieysze równe składaiące ciała, nazywaią się ich piérwiastkami (*elementum*) siły zaś, któremi na dół są nagloné też punkta, nazywaią się siłami piérwiastkowémi albo cząstkowémi (*vires elementares*) co stanowi ciężkość ciał: siła zaś w całém ciele iakiém, bieg postępny rodząca nazywa się siłą zbiorową czyli całkowitą, (*vis totalis*) takiémi całkowitémi siłami są ciężary ciał. Jeżeli więc ciało iakié składa się z piérwiastków M, a każdy z nich naglony iest siłą iednostayną piérwiastkową g w jednymże kierunku, tedy bieg postępny w tym kierunku utworzy się w ciele siłą całkowitą Mg. A że M będąc liczbą piérwiastków ciała wyraża iego tém samém i miąszość, która tém większa zawsze iest, im większa iest liczba piérwiastków, przeto przez tęż miąszość rozdzieliwszy siłę zbiorową ciała, otrzymamy siłę piérwiastkową. Daymy, że siła iednostayna V, w miąszości M, czasie T, rodzi bieg postępny prędkości C, niech oraz v wyraża inną siłę iednostayną, która w miąszości m, czasie t, rodzi bieg postępny prędkości c, będzie



dzie więc V: $v = \frac{MC}{T} : \frac{mc}{t}$ (Xię. II. Roz. I. 12.) Zatém siły piérwiastkowé G, g, też biegi rodzące są w stosunku $\frac{V}{M} : \frac{t}{m} = \frac{C}{T} : \frac{c}{t}$: albo położywszy T = t będą w stósunku prędkości w jednymże czasie nabytych. Siły więc piérwiastkowé, mogą bydź równé między sobą, chociaż zbiorowé nie są równe, i przeciwnie. Bydź bowiem może $\frac{MC}{T} = \frac{mc}{t}$ a iednak $\frac{C}{T} > \frac{c}{t}$ i znowu $\frac{MC}{T} > \frac{mc}{t}$, a iednak $\frac{C}{T} = \frac{c}{t}$ i t. d.

## §. II.

Siły styczné.

Fig. 144.

Lubo miąszości ciał z równych piérwiastków czyli proszków (Atomus) składaią się, stąd iednak nie wypada, żeby ich wszystkié punkta fizyczné miały bydź równé między sobą albo równéy gęstości. Przekonywa nas rożna ciężkość gatunkowá tychże ciał, że i naydrobnieysze ich cząsteczki zaledwie czulné różnią się iednakże między sobą, a przeto z wielu piérwiastków składaią się, maią pewną miąszość i nie są piérwiastkami; Wystawiwszy sobie, że punkt takowy

wy A (Wstęp Roz. XV. 8.) na linii tęgiéy CA około punktu stałego C obraca się, bieg takowy w istocie swoiéy będzie biegiem postępnym, gdyż części iego nié można rozróżnić, a nawet różność odległości tych części od punktu stałego C, a przeto i różność biegów ich nieskończénie iest mała, to iest żadna. Punktów więc tym sposobem obracaiących się miąższości bydź mogą równé, iednak ich biegi zawsze są biegami postępnémi: siła zaś punkt takowy A, około C nagląca, ieżeli sama sobie zawsze równą zostaie i iest Styczną (*tangentialis*) to iest: ieżeli w każdém mieyscu A ma kierunek styczny koła AB iest iednostayną, pomimo tego że kierunek swóy ustawnie odmiénia, ponieważ w tym razie odmiana kierunku nie biegu nie gubi (Xię. II. Roz. IV 3.); przeto bieg takową siłą przez łuk AB w czasie t sprawiony, iest iednostaynie przyspieszony, i punkt A przy końcu czasu t w mieyscu B ma prędkość, którą w tymże czasie przebiédz może biegiém iednostaynym łuk 2AB (Xię. II. Roz. I. 12. Xię. I. Roz. IV. 8.)

## §. III.

Siły piérwiastkowéy, którą punkt

Przypuściwszy, że dwa punkta bezciężkié, około punktów stałych C i O obracaią się tak, iż naprzod w A i M zostaią w spoczynku, a potém równémi siłami stycznémi w czasie t przebiégaią łuki AB, MN wymiérzaiącé kąty równé ACB, MON będą siły piérwiastkowé naglącé téż punkta, iakieżkolwiek są ich miąższości, będą w stósunku CA: OM. Będą bowiém miały przy końcu czasu t, takie prędkości, którémi w równym czasie iednostaynie przebiédz mogą 2 AB i 2MN (2) a przeto same prędkości w nich sprawioné będą w stósunku tymże AB: MN = AC: MO, gdyż kąt C = O, w tymże samym stósunku są i siły piérwiastkowé. Taż sama prawda mieć ieszcze będzie mieyscé, chociażby punkta w A i M nie spoczywały, lecz biegły w kierunku stycznych do A i M byleby ich prędkości początkowé były w tymże stósunku AC: MO. W tym bowiém razie każdy z tych punktów, przy końcu czasu t, ma prędkość z dwóch innych złożoną: a że w każdym z tych punktów prędkości poiedynczé maią iednaki kierunek i są w iednymże stósunku, więc i prędkości ich złożoné w tymże będą stósunku. Naznaczywszy więc siłę piérwiastkową ciężkości przez 1, wysokość wolnégo spadku ciała ciężkiego w przeciągu sekundy = g przypuściwszy oraz, że siła piérwiastkowa styczna przy A równa się ciężkości, i taż sama siła przy M = G, łuki zaś AB i MN przebieżoné są w czasie 1" z mieysca spoczynku; w takowém zdarzéniu będzie

jaki obrácá się stósunek do ciężkości.

dzie łuk AB = g, G: 1 = MN: g, punkt zaś M nabędzie w ten czas prędkości 2MN to iest takiey, którą łuk 2MN, w czasie 1″ iednostaynie przebiedz może. Prędkość więc kątowa k, którey drąg OM w czasie 1″ nabywa, $= \frac{2MN}{MO}$ (Roz. I. 4.)

przeto $G = \frac{MN}{g} = \frac{MO.\ k}{2g} = \frac{rk}{2g}$, gdzie r wyraża w ogólności odległość punktu M od punktu stałego.

## §. IV.

Wachadła sekundowe na różnych mieyscach ziémi, są w stósunku ciężkości piérwiástkowych tych że mieysc.

Z tego, co poprzedziło, łatwo wyrozumieć można, że ieżeli na dwóch różnych mieyscach ziémi dwa wachadła poiedyncze, nie równéy długości w jednakim zawsze czasie równe łuki przebiégaią, siły ciężkości piérwiástkowé w tych mieyscach są w stósunku długości wachadeł. Niech wachadło krótsze AC na iedném mieyscu ziémi, i dłuższé MO na drugim, w równym czasie równo się wachaiąc, opisuią łuki czyli kąty ACB, MON; niech oraz liniie proste CB, ON, będą pionowé, podzielmy łuk AB na ilé kolwiek części równych Aa, ab i t. d. i łuk MN na tyléż części równych Mm, mn, i t. d. Kąty ACa, MOm, będą między sobą równe, iako też i kąty aCb, mOn, i t. d. przeto kąty té w równych czasach są przebieżone. A że podziały takowé łuków, tak



tak bydź mogą małe, iżby odmiana siły stycznéy od ciężkości pochodzić mogła, przez każdy takowy podział była nieskończénie mała czyli żadna (Wstę. R. XXV 2.) przypuściwszy więc że podziały Aa, ab, Mm, mn, i t. d są w rzeczy saméy tak drobnémi, siły piérwiástkowé będą w stósunku CA: OM, gdyż punkta przez podziały Aa Mm, nagloné są siłami stycznemi i równémi w jednymże czasie. (3) Że zaś w tymże stósunku będą i prędkości nabyté; przeto ponieważ i łuki ab, mn, w równym czasie przebiégaią się i prędkości piérwiástkowé są w stósunku CA, OM, siły piérwiástkowé styczne przez te łuki będą w stósunku CA, OM. Toż samo mówić o trzecim, czwártym podziale łuków AB i MN; co przekonywa że siły piérwiástkowé ciężkości dwóch danych mieysc są w stósunku długości wachadeł. Ponieważ zaś na iednémże mieyscu ziémi, dwa poiedyncze wachadła iednakiéy długości zawsze w równym czasie wachania swe odbywaią, iakiekolwiek są miąższości punktów ich ciężkich, wnosi się więc, że siła piérwiástkowa ciężkości, na iednémże mieyscu ziémi, taż sama iest na każdą miąższość.

## §. V.

Siła piérwiástkowa

Rycher w Roku 1672. piérwszy doświadczył, że siła piérwiástkowa ciężkości w różnych mieyscach ziémi różna iest.

Wa-

ciężkości, rośnie od równika ku biegunóm.

Wachadło bowiém zégara, które w Paryżu każdé wachanié odbywało w przeciągu sekundy, na Wyspie Kayennie pod szérokością północną 4° 50', wachadło mówię to w 24 godzinach opozniało się 2' 28", do Paryża zaś powróciwszy, w tymże samym czasie, co przedtém wachania swoie odbywało; prawda, że to opoznianié się wachadła, pochodziło po części z przedłużénia iego, z przyczyny większégo stopnia ciepła przy równiku; z tém wszystkiém iuż Newton widocznie okazał, że dla téy iednéy przyczyny tak wielka różnica w ruchu wachadła żadną miarą pochodzić nié mogła. Jakoż poznieyszémi licznémi doświadczeniami przekonano się, że długości wachadeł poiedynczych sekundowych przy równych nawet stopniach ciepła idąc od równika ku biegunóm rosną; co pokazuie, że i siła piérwiastkowa ciężkości na powiérzchni ziémi naymnieysza iest pod równikiém, a coraz większa ku biegunóm (4), co iest skutkiém sił odsrzodpędnych ziémi obracaiącéy się około osi swoiéy; o czémeśmy wyżéy powiedzieli (Roz. I. 24.)

## §. VI.

Prędkość kątowa dzwigni

Dáymy, że dwa punkta, których miąższości A i B są bezciężkié, przytwiérdzoné do linii tęgiéy, bezciężkiéy i bezmiąższéy poczynaią obracać się około punktu C, a to n.p. z przyczyny siły zbiorowéy N pro-



prostopadle uderzaiącéy linią CB w pewnym punkcie V; ponieważ w tym razie obydwa takowe punkta w jednymże czasie tenże sam kąt przebiégaią, będzie więc siła piérwiastkowa punktu A = od popchnięcia obracaiącéy się.

$\frac{CA.k}{2g}$ a zaś punktu B = $\frac{CB.k}{2g}$, gdzie k Fig. 145.

wyráża prędkość kątową dzwigni CB (3) Zaczém siła zbiorowa, którą miąższość A obráca się iest = $\frac{A.CA.k}{2g}$ siła zaś zbiorowá miąższości B = $\frac{B.CB.k}{2g}$ Siły té zbiorowé są iakoby ciężary, i na dzwigni CB bydź powinny w równéy wádze z siłą zbiorową N. Przeto $(A.CA^2+B.CB^2)\frac{k}{2g} = N.CV$, to iest: zbiór wág sił przy A i B równá się wádze siły N. Zatém prędkość kątowá dzwigni $k = \frac{2g.N.CV}{A.CA^2+B.CB^2}$

Że zaś toż samo rozumowanié przystósować można do ilukolwiek innych miąższości na dzwigni znayduiących się, w ogólności więc powiedzieć należy, że prędkość kątowa dzwigni dochodzi się, dzieląc wagę siły zbiorowéy, uderzaiącéy też dzwignią, przez zbiór mnogości wypadaiących z każdéy miąższości, przez kwadrat

drat iéy odległości od punktu stałego, i ten wieloraz mnożąc przez 2g.

## §. VII.

Odległość srzodka wachaniá od srzodka zawieszéniá w wachadłach składanych

Gdyby zaś dane dwa punkta na dzwigni CB miały miąższości A i B ciężkie, i ciężkością swoią obracały się około punktu stałego C, siły piérwiástkowé styczné pod każdym kątém uformowanym od dzwigni CB i linii pionowéy w obydwóch tych punktach byłyby równé, a przeto w tymże samym czasie zrodziłaby się prędkość kątowá dzwigni większá, gdyby sam tylko punkt A na niéy znaydował się, mnieyszá żaś, gdyby tylko punkt B się znaydował. (3) A że oba punkta do iedneyże linii tęgiéy są przytwiérdzoné, a stąd każdy z nich powinien mieć równą zawsze prędkość kątową, przeto punkta te wzaiém na się działaią. Punkt ieden A opoźniá się, drugi B przyspiészá się, przez co siła styczná piérwiástkowá punktu A zmnieyszá się, punktu B powiększá się. Pomiędzy więc temi dwoma punktami iest iakieś mieysce V, gdzie dzwignia ani się przyspiészá, ani opoźniá, lecz tak się wachá, iak gdyby sam tylko punkt iakiś ciężki znaydował się, punktów zaś A i B iak gdyby nie było. Położmy więc, że siła piérwiástkowá styczná od ciężkości pochodząca, naglącá punkt V, pod kątém danym od dzwigni CB i linii pionowéy uformowanym, przypuśćmy mowię, że ta siła = 1, a będzie prędkość kątowá w dzwi-



w dzwigni sprawioná $k = \frac{2g}{cr}$, siła zaś piérwiástkowá zmnieyszoná punktu $A = \frac{CA.k}{2g} = \frac{CA}{CV}$, powiększoná zaś siła piérwiástkowá punktu $B = \frac{CB.k}{2g} = \frac{CB}{CV.}$ Gdyby zaś miąższości A i B były bezciężkié a punkt dzwigni tęgiéy V był zawsze uderzany prostopadle siłą zbiorową N, tedy miąższości te temiż samémi siłami piérwiástkowémi, któré maią, będąc ciężkiémi, byłyby nagloné i cała dzwignia nabyłaby téyże saméy prędkości kątowéy k, gdyby było $(A.CA^2 + B.CB^2)\frac{k}{2g} = N.CV.$ $(6) = \frac{A.CA^2 + B.CB^2}{CV}$, a stąd $N.CV^2 = A.CA^2 + B.CB^2$. Aże siła zbiorowa N, pomiędzy miąższości A i B tak się rozdziélá, iż iedna má siłę zbiorową $\frac{A.CA}{CV}$, drugá siłę $\frac{B.CB}{CV}$, zaczém $\frac{A.CA}{CV} + \frac{B.CB.}{CV} =$ N, czyli $A.CA + B.CB = N.CV$. Jeżeli zaś O iest srzodkiém ciężkości miąższości A i B, będzie $A.CA + B.CB = (A+B)CO$. Zaczém $(A+B).CO = N.CV$ i $CV =$

$\frac{A.CA^2+B.CB^2}{(A+B)\,CO}$. Gdy więc CB iest wachadłém składaném, punkt zaś V iest tym punktém, który srzodkiém wachaniá (*centrum oscillationis*) nazywá się (Xię. II. Roz. IV. 16.) przeto ogólnie odległość srzodka wachaniá od srzodka zawieszéniá w każdém wachadle złożoném znaydziémy, ieżeli zbior mnogości powstaiących z miąższości każdego punktu ciężkiego w wachadle i kwadratu iego odległości od srzodka zawieszéniá podzielimy przez wagę wszystkich punktów ciężkich zebranych w wspólny srzodek ciężkości.

## §. VIII.

Ruch ciała ciężarém do góry dźwiganego.

To, co się dopiéro powiedziało, przystósować się może do ruchu dzwigń lub krążków (*trochlea*) ieżeli bowiém na krążku lub na osi koło blochu (*axis in paritrochio*) z jednéy strony wisi ciężar M, z drugiéy strony ciężar P, i ieżeli ten większy iest, a niżeli potrzeba do zrobieniá równowagi, krążek obráca się, a to biegiém iednostaynie przyspieszonym, byleby tarcié było małe, i sznurek, na którém zawieszoné są ciężary był dość lekki i giętki, iako się iuż wyżéy okazało (Xię. III. Roz. V. 9.). Jeżeli więc V iest srzodkiém wachaniá, a liniia ACBV poziomá, punkt V tąż samą prędkością, którą ciała wolnie spádaią, to iest, przez 15, 1 stóp w prze-

Fig. 146.



w przeciągu sekundy spádá podczas obrotu krążka. Maiąc więc daną wysokość a, przez którą ciężar M w przeciągu sekundy podnieść się powinién, czyli co iedno iest, maiąc dany łuk, który w tymże samym czasie przebiédz powinién punkt A będzie a: 15, 1 = CA: CV, przeto $CV = \frac{15,1.CA}{a}$ A że też iest $CV = \frac{M.CA^2+P.CB^2}{(M+P)\,CO}$ (7) gdzie O wyráża srzodek ciężkości ciężarów M i P, przy A i B zawieszonych. Zaczém $\frac{15,1.CA}{a} = \frac{M.CA^2+P.CB^2}{(M+P)\,CO}$ Jest zaś OB: OA czyli CB — CO: CA + CO = M: P. zaczém M. CA + M. CO = P. CB — P. CO; i $CO = \frac{P.CB-M.CA}{M+P}$ stąd $\frac{15,1.CA}{a} = \frac{M.CA^2+P.CB^2}{P.CB-M.CA}$ iako też $P = \frac{(15,1+a)\,M.CA^2}{(15,1.CA-a.CB)\,CB}$.

## §. IX.

Przykłady.

Niech n. p. będzie CA = CB, i ciężar M = 98 funtów, który się má podnieść do wysokości 60 stóp Paryzkich w czasie 30". W tym razie iakiéy potrzeba siły P do dzwigniénia ciężaru M? tu iest $P = \left(\frac{15,1+a}{15,1-a}\right) M$. a że w biegu iednostaynie

przy-

przyspieszonym, mieysca są w stósunku kwadratowym czasów, będzie więc 60: a = 900: 1 przeto *a* czyli wysokość, do któréy ciężar M 98 funtów w czasie sekundy podnieść się powinien = 0, 066 stóp, zaczém $P = \frac{15,166}{15,034} . 98 = 98, 86$ funtów, niech znowu będzie AC: CB = 1: 4, ciężar zaś M = 272 funtów, daymy, że mamy go podnieść do wysokości 55 stóp w czasie 34″, podobnież więc iak przedtém postępuiąc będzie $a = \frac{55}{34.34} = 0, 04758$, i $P = \frac{15.14758}{4.14,9} . 272 = 69, 09$ funtów. Tym więc sposobém maiąc dany ciężár, czyli siłę P, wysokość a i stósunek CA: CB, znaydziémy ciężar M mogący się tą siłą P dźwignąć: i znowu maiąc siłę P, stósunek CA: CB i ciężar M, łatwo doydziémy wysokości *a*, do któréy ten ciężar może bydź podniesiony, to iest maiąc dané którékolwiek trzy z tych cztérech rzeczy, czwártéy doydziémy.

## §. X.

Jak się bieg kolisty tworzy, przez uderzénié

Widzieliśmy wyżey, że gdy ciało iakié A wprost i mimosrzednie (*excentrice*) uderza się z innem ciałém spoczywaiącém, w kierunku BD, a obydwa te ciała biorą się za bezciężkié, a iednak doskonale twardé a zatém niesprężyste tak, iżby wszy-



wszystek bieg kierunku BD, który się od ciała uderzaiącego maiącego miąższość A niszczy, i którégo prędkość iest n. p. c, przeszedł w ciało uderzone; widzieliśmy mówię wyżey, że to ciało poczyna i postępować ku BD i razém obracać się około srzodka C swoiéy miąższości (Xię. III. Roz. II. 21.). To więc co się tam powiedziało o biegu kołowym ciała uderzonégo, iaśniéy teraz zrozumiané bydź może, ponieważ iuż istota tego biegu obszerniéy iest wyłuszczona. Ze zaś bieg kołowy nic się nie przyczynia ani do powiększénia, ani zmnieyszénia biegu postępnégo ku BD, bieg zaś który ciało uderzaiacé traci, wszystek przechodzi w ciało uderzoné miąższości B, idzie stąd, że ieżeli srzodek C miąższości ciała tego przez uderzénié nabywa prędkości k w kierunku BD będzie Ac = Bk. Gdy zaś przetniémy ciało uderzoné płaszczyzną przechodzącą przez srzodek iego miąższości i przez BD, a poprowadzimy na téy płaszczyznie liniią CT prostopadłą do BD, tedy ciało uderzaiącé siłą zbiorową wyrównywaiącą sile biegu iego straconégo w kierunku BD uderzać będzie liniią tęgą CT prostopadle, do któréy wszystkié punkta ciała uderzonégo na płaszczyznie CBD są iakoby przytwierdzoné. Punkt więc każdy rozmnożywszy przez kwadrat iego odległości od srzodka C, i zbiór

mimosrzodkowé.

Fig. 147

wszyst-

wszystkich tych mnogości nazwáwszy S, będzie prędkość kątowá v obrotu pochodzącá z uderzéniá $= \frac{2g.\ AC.\ CT}{S}$ (6.).

Następstek ponieważ uderzaiącé ciało A wtedy gdy uderzá zawsze się dotyká punktu B ciała uderzonégo i nie przestaie nań działać, chyba wtedy kiedy iego prędkość wyrównywá prędkości punktu B. w tymże kierunku BD, bieg zaś punktu B ku BD nasamprzód iest biegiém spólnym srzodka miąższości, a którégo biegu prędkość iest k, powtóré iest też biegiém kołowym, którégo prędkość ku BD iest = v. CT, przeto po uderzéniu nie pozostaie ciału A, prędkość ku BD tylko iak V = k + v. CT.

## §. XI.

Bieg kołowy, nie zawisł od biegu postępnégo.

Dwa te biegi w ciele uderzoném sprawioné, nie tak zawisły od siebie, ażeby ieden bez drugiégo bydź nié mógł. Prawda to iest, że gdyby sam srzodek C miąższości (gdy ciało postępuie prędkością k) był wstrzymany siłą iaką, którąby bieg iego Bk wcale znosiła, w takim razie całe to ciało nie postępowałoby daléy, a wszelako obracałoby się tak iak przedtém, kiedy nie było wstrzymané. Przeciwnie zaś ieżeli wystawimy sobie w myśli, że dźwignia iaka tęgá CR utkwioná iest w ciele, i taż w punkcie R w kierunku prosto-



prostopadłym RS przeciwnym kierunkowi obrotu, uderzá sie iakáś siła zbiorową F, któréy waga F. CR = AC. CT, w tym razie bieg kołowy zupełnie się zniesie, bieg zaś postępny choć osłabiony pozostanie. Przypuściwszy bowiém, że punkt R odległeyszy iest od C a niżeli punkt T, srzodek C miąższości tém uderzéniém dźwigni, nabędzie biegu F ku TB; ponieważ zaś w kierunku przeciwnym BT miał iuż bieg Bk, idzie zatém, że w tymże kierunku pozostaie mu ieszcze bieg $Bk - F$, a przeto pozostaie prędkość $\frac{Bk - F}{B} = k - \frac{F}{B}$. Jeżeli więc srzodek C przed uderzéniém dźwigni spoczywá, to iest, ieżeli k = o, srzodek tén po uderzéniu bieży w kierunku TB prędkością $\frac{F}{B}$.

## §. XII.

Dlá czego kule z dział wystrzelone, od ziémi niekiedy odskakuią.

Z tego, co poprzedziło, łatwo wyrozumieć można, dlá czego kule zwłaszcza większé z dział wystrzeloné upadłszy na ziemię, gdy się zdaie, iż iuż wcale bieg swóy utraciły, nagle się znowu podnoszą i podskakuią z wielkiém niebezpieczeństwém przytomnych. Kula bowiém wyrzuconá z harmaty, nie tylko má bieg postępny, ale też i kołowy około osi swoiéy; upadł-

upadłszy więc na ziemię i straciwszy prawie wszystek bieg swóy postępny, zwykła ieszcze bardzo prędko obracać się; skoro więc upadaiąc na ziemię trafia na kamień lub inne iakie ciało twarde, tedy przez sam iey obrót, iakośmy widzieli, wznieca się bieg postępny, przez który częstokroć się podnosi, i który lubo nierównie iest mnieyszy od biegu, przy samém iéy wystrzeléniu z harmaty, z tém wszystkiém może bydź niebezpieczny, z przyczyny wielkości kuli.

## §. XIII.

Ponieważ było $v = \frac{2g\,Ac.\,CT}{S} = \frac{2g.Bk.CT}{S}$ przypuściwszy więc że m: n: wyráżá stósunek zachodzący między prędkością k srzodka miąższości i prędkością kątową v obrotu danego ciała B, czyli że $\frac{v}{k} = \frac{m}{n}$, będzie $\frac{m}{n} = \frac{2g.B.CT}{S}$. Na dany więc stósunek $\frac{m}{n}$ prędkość biegu postępnego tegoż ciała B w jednakiey odległości CT od srzodka miąższości swoiéy uderzonego, zawsze się ma w stósunku stałym do prędkości kątowéy biegu postępnego, iakakolwiek byłaby miąższość albo prędkość ciała

Stósunek między prędkością biegu postępnego i kołowego, zawisł od odległości między kierunkiém uderzénia i srzodkiém miąższości.



ciała uderzaiącego. A że $CT = \frac{Sm}{2gnB}$: idzie zatém, że ieżeli odległość CT w daném ciele przez to zrównanié oznaczá się, tedy ciała tego prędkość tak postępna iak i kołowa zawsze będą w stósunku danym n: m. Przeto planety, które nie tylko krążą około słońca, ale też razém obracaią się około swych osi przechodzących przez ich srzodki, za iedném uderzeniém mimosrzodkowém, nabydź mogły obydwóch tych biegów. Ponieważ zaś z postrzeżéń wiadomy iest stósunek prędkości biegu postępnégo planet i kątowego biegu ich kołowania, idzie zatém, iż za pomocą powyższégo zrównaniá, oznaczyć można odległość CT, którą kierunek uderzania mimosrzodkowégo powinién był bydź oddalony od srzodka każdéy planety.

# ROZDZIAŁ III.

## *o figurze i wielkości ziemi.*

## §. I.

Gdybyśmy od mieysca iakiégo ziémi A idąc ku północy lub południowi po linii prostéy, to iest po linii znayduiącéy się na płaszczyznie południka tegoż mieysca A przyszli do mieysca B, którégo linia wiérzchołkowá BC nachyloná iest do linii wiérzchołkowéy mieysca A pod kątem ACB Fig. 148.

Stopnie ziemskie.

ACB = 1° liniia na powiérzchni poziomey ziemi prowadzona od mieysca A do B, nazywa się stopniém ziémskim (gradus terrestris). Część więc ta południka ziemskiégo, zawarta między ramionami kąta o iednym stopniu, czyli 1° iest różnicą zachodzącą między szérokościami mieysc danych A i B (Wstęp II. 10.) : kąt zaś tén może bydź oznaczony z postrzegania gwiazd stałych. Jeżeli bowiém gwiazda stała S przechodzi przez nadgłownik (Zenit) mieysca A to iest przez liniią wiérzchołkową czyli pionową CA przedłużoną i w tym samym czasie od nadgłownika mieysca B czyli linii CB przedłużoney oddalona iest kątém SBD, kąt tén SBD będzie równy kątowi ACB ; ponieważ dla nieskończoney prawie odległości od ziemi gwiazd stałych, liniie AS, BS z różnych mieysc ziemi, do któréykolwiek z nich prowadzoné, są sobie równoległe. Wymiérzywszy więc długość AB na powiérzchni ziémi, otrzymamy długość łuku ziemskiégo odpowiadaiącą szérokości mieysc danych A i B. Wszakże nie koniecznie tego potrzeba, aby SBD był zupełnie iednego stopnia: bydź bowiém może albo większy, albo mnieyszy od 1° byleby znaleziona długość AB zmnieyszona lub powiększona była stósownie do większości lub mnieyszości iego nad 1° a tak tedy oznaczy się długość stopnia ziemskiégo;

a nawet i tego koniecznie nie potrzeba, ażeby gwiazda postrzegana przez sam nadgłownik mieysca A przechodziła. Jeżeli bowiém ona przechodząc przez płaszczyznę południka AB znayduie się na liniiach AT, BT, kąt TAS zawarty między liniią AT, i nadgłówną AS mieysca A, będzie się równał kątowi TBS, a to z przyczyny równoległości linii BT, AT, odiawszy więc kąt TAS postrzegany z mieysca A, od kąta TBD z B postrzeganégo, pozostanie kąt SBD zawsze równy kątowi ACB.



## §. II.

Przestrogi względém wymiérzania stopni ziémskich.

Jeżeli zaś z wymiaru kilku stopni ziemskich chcémy oznaczyć prawdziwą wielkość i figurę kuli ziémskiéy, potrzeba postrzegać gwiazdy, i wymiérzać długość AB z iak naywiększą dokładnością, gdyż różné stopnie ziemskié mało co się wielkością od siebie różnią, a z téy różnicy kilku tylko stopniów prawdziwą kuli ziemskiéy figurę oznaczyć wypada. Zaczém w tym razie, nie tylko iak naydokładnieyszych narzędzi użyć należy, ale téż strzédz się, aby postrzegania nie były czynioné w mieyscach zbyt górzystych. Doświadczénia bowiém czynioné w Anglii przez JP. *Maskelyne* przekonały, że wachadła przy górach wielkich zbaczaią nieco z swego położénia pionowégo, a przeto liniie pionowé czyli nadgłówné nié mogą bydź dokładnie oznaczoné w takowych mieyscach,

scach, co iest skutkiém ciężkości powszechnéy, o czém niżéy : co się zaś tycze wymiaru długości AB, ponieważ trudno gdzie znaleźć równinę otwartą, na któréyby można było prowadzić tak długą liniią prostą, należy w tęc punkta A i B za pomocą wielu tróykątów łączyć z jaką liniią, którą nazywaią podstawą. Kąty takowych tróykątów oznaczywszy przez postrzeganié, i one do iednéyże płaszczyzny poziomey przywiódłszy, a podstawę wymierzywszy, wynaydą się przez tróykatomiérstwo boki tychże tróykątów, iako też i długość AB. Ze zaś nie zawsze można mieć dość długą podstawę, dla niedostatku rozległych równin otwartych, przeto w wymiérzaniu iéy tém większéy dokładności użyć potrzeba, im iest krótsza.

## §. III.

Kula ziemska wypukleyszá iest pod równikiém, iak pod biegunami.

Niektórzy z Towarzyszów Akademii Paryzkiéy nakładém Królew kim częścią w Ameryce przy Mieście Quito od Roku 1735 do Roku 1744, częścią w Laponii przy Mieście Tornea w Roku 1736 zatrudniali się wymiérzaniém stopni ziemskich, i te wymiary nayprzydatnieysze są do oznaczénia figury ziemi. Gdyby ziemia zupełnie płaską była pomiędzy A i B, liniie nadgłówné BD i AS prostopadłe do powierzchni ziemi przy B i A musiałyby bydź



bydź równoległe, a tém samém kąt TAS = TBD. Im zaś większá iest krzywizna łuku AB, tém większá bydź musi różnica wyokości daney gwiazdy stałéy SBD, a stad tém mniey za długość iednego stopnia. Ponieważ więc z wymiarów się okazało, że stopień ziemski pod równikiém mnieyszy iest od stopnia ku biegunowi północnému, idzie zatém że ziemia ku temuż biegunowi mnieyszą ma krzywiznę, iak przy równiku.

## §. IV.

Prawdziwá figura ziemi.

Zastanowiwszy się z uwagą nad stopniami ze wszelką dokładnością przez Jeometrów wymiérzonémi, postrzeżémy, iż od równika ku biegunóm (*in ratione biquadratorum*) różnice ich rosną w stósunku czworostopniowym wstawy w szérokości. I tak stopień srzedni przy równiku podług rachunku *Boguera* i *Ulloy* prawie wynosi 56762 sążni Paryzkich, stopień zaś Lapoński na szérokość 66° 20' wynosi 57437,9 sążni Paryzkich, dzieląc różnicę tych dwoch stopni czyli 675,9 przez czworostopień wstawy (66° + 20') która to potęga prawie iest = 0,7 otrzymuie się liczba 965 (gdzie promień czyli wstawa cała bierze się za iedność). Przeto gdy szérokość iest 49° 23' któréy wstawa wyniesioná do czworostopnia = 0,332. mnożąc ią przez 965, otrzymamy 320,38, mnogość ta dodaná do 56762 daie 57082. We

Fran-

Francyi zaś pod takąż szérokością 49° 23' przez sam wymiar znaleziona długość stopnia = 57074,5 sążni, która mało co się różni od długości iego przez rachunek odkrytéy = 57082. To co się tu okazało na trzech stopniach za przykład przytoczonych, sprawdzić się może i na inszych stopniach północnych, na co ogólny wyraz służy a = 56762 + 965. $r^4$ gdzie a wyraża długość stopnia w sążniach paryzkich, r zaś oznacza wstawę szérokości. Wziąwszy więc stósunek między rożnicami stopniów za niezawodny, jeometrycznie okazać można, że ziemia iest płaskokulą (sphaeroïs), któréy połowa osi iest = 3263282 sążni, promień zaś równika = 3281712 sążni, a przeto są też liniie prawie w stósunku 177: 178. Taki więc kształt ma ziemia przynaymniéy w północnéy swéy stronie: południowa zaś strona, że nie iest zupełnie iéy podobna, przekonywać zdaie się i długość stopnia, i długość wachadła sekundowégo, wymiérzana przez JP. *de la Caille* na przylądku dobréy nadziei.

## §. V.

Wielkość ziémi

Jeżeli więc mila Polska zamyka w sobie 3600 sążni Paryzkich, tedy połowa osi ziemskiéy północna wynosić będzie 906,467, promień zaś równika ziemskiégo 911,587 mil Polskich, zaczém różnica między połową północną osi, i promiéniém iest



iest = 5,12 mil, i tyle to wynioślejsza iest ziemia pod równikiém iak pod biegunem północnym: część zaś iéy południowa, lubo w rzeczy saméy inny ma kształt iak północna, z tém wszystkiém nie może bydź bardzo różna od niéy; wziąwszy więc liczbę 909 srzodbieżną między 911,587, i 906,467; ziemia zbliżac się będzie do kuli promiénia 909 mil Polskich, a przeto powiérzchnia iéy prawie zamykać będzie 10383344 mil kwadratowych, czyli równać się będzie kwadratowi, którego bok = 3222 mil: bryłowatość zaś prawie = 31406340o mil sześciénnych, która to miąższość iest zaiste nader ogromna względém ciał nas otaczaiących (Wstęp XV 2.).

## §. VI.

Ciężkość bezwzględná i względná.

Kula ziemska około osi swoiéy obracaiąc się, wszędzie zmnieyszá ciężkość ciał ziémskich, a to z przyczyny sił odsrzodpędnych w tym obrocie wzniéconych; należy więc rozróżnić ciężkość bezwzględną (*gravitas absoluta*) to iest ciężkość taką, iakąby miały ciała, gdyby się ziemia nie obracała około osi swoiéy, *od ich ciężkości względney* (*gravitas relativa*) czyli ciężkości takiéy, iaką teraz w nich dostrzegamy. Jakoż ciężkość bezwzględną piérwiastkową pod równikiém ziemskim przy B działaiącą wprost ku srzodkowi C, wyraziwszy przez promień BC, siłę

Fig. 149.

zaś

zaś odsrzodpędną także piérwiástkową tamże przez liniią BD, będziémy mieli ciężkość względną przy B (którą nazywam) g = CB — BD: gdyż kierunek siły odsrzodpędnéy zawsze iest pionowy do osi obrotu, a tém samém wprost przeciwny kierunkowi ciężkości. A że na inném iakiémkolwiek mieyscu ziemi między równikiém i biegunami nie cała siła odsrzodpędná przeciwná iest ciężkości bezwzględnéy, przeto ni iaką tylko częścią swoią osłabiá ciężkość. Chcąc zaś oznaczyć to osłabiénié, dáymy że AC iest połową osi ziemi, EC zaś promiéniém iéy iakimkolwiek, pomiędzy równikiém i bieguném A, poprowadźmy liniią EF prostopadłą na AC: a okáże się, że punkt E obracać się będzie około srzodka swego F, i w tymże samym czasie opisze koło swoie, co i punkt B; przeto kierunek EG siły odsrzodpędnéy piérwiástkowéy f, w mieyscu E przypadnie na liniią FE przedłużoną, a tak taż siła odsrzodpędná f = EG mieć się będzie do siły odsrzodpędnéy pod równikiém BD, iak EF : CB (Roz. I. II. Roz. II. I.). Położywszy więc kąt ECB = r będzie f = BD. Dosta r, ale gdy na promiéń CE przedłużony, spuścimy prostopadłą GH, tedy siła GE = f rozebrać się będzie mogła na siły EH, GH: z których piérwszá tylko wprost przeciwna iest ciężkości bezwzględnéy G w mieyscu



scu E, a zatém onę osłabiá. Ponieważ więc ziemia prawie iest kulistá, tedy bez znacznégo uchybiénia, wszędzie brać można kierunek ciężkości dążący do srzodka ziemi, a przeto kąt ECB za szérokość mieysca E, i r za wstawę szérokości: iest zaś EH : f = EF : EC = Dosta. r : 1, przeto EH = f. Dost. r: = BD. Dosta. $r^2$.

## §. VII.

Ciężkość względná rośnie w stósunku kwadratowym wstaw szérokości

Ciężkość więc względná pod równikiém iest = CB — BD w mieyscu zaś E = G — BD. Dosta $r^2$ a przeto różnica ich obydwoch czyli wzrost ciężkości względnéy od B aż do E = G — BD. Dost. $r^2$ — CB + BD = G — CB + BD. (1 — Dosta $r^2$) = G — CB + BD. Wsta $r^2$. Gdyby więc ciężkość bezwzględná na wszystkich mieyscach ziemi była iednaka, byłoby G = CB, wzrost zaś ciężkości względnéy byłby = BD. wsta $r^2$. Ale doświadczénia nauczaia, iak zaráz zobaczym, że ciężkość bezwzględná pod bieguném nie co większá iest, iak pod równikiém, co iest skutkiém większéy odległości równika ziémskiégo od srzodka ziémi, a niżeli iest odległość bieguna od tegoż srzodka. Doświadczył bowiém *Buger* w górzystych kraiach Ameryki, że wachadła na wiérzchołkach gór náywyższych, bardziéy się opóźniaią, a niżeliby opóźniać się powinny stósownie do powiększonéy prędkości obrotu i siły odsrzodpędnéy, a przeto że

cięż-

ciężkość bezwzględná mnieysza iest w większéy od srzodka ziemi odległości. Okáże się zaś niżéy, że biorąc ziemię za iednorodną wzrosty ciężkości bezwzględnéy na iéy powiérzchni od równika ku biegunóm, są prawie w stósunku kwadratowym wstaw szérokości mieysc. A ieżeli tak będzie, więc i wzrost ciężkości względnéy w punkcie n. p. E prawie = a. Wsta $r^2$ + BD. Wsta. $r^2$ = ( a + BD ) wst. $r^2$, gdzie a wyráża ilość stałą i taką, iżby była G — CB = a: Wsta $r^2$ to iest: ieżeli ziemia iest iednorodną, wzrosty ciężkości względnéy od równika ku biegunóm idąc, zachowuią stósunek kwadratowy Wstaw szérokości; o czém właśnie doświadczénia wachadeł przekonywaią.

## §. VIII.

Doświadczénié tyczące się ciężkości względnéy

Wachadło poiedyńczé sekundowé pod równikiém iest = 439,21 liniy, w Rzymie zaś = 440,29 liniy, różnica więc tych dwóch długości wachadła iest = 1,08 liniy. Kwadrat wstawy szérokości Rzymu, czyli Wsta ( 41° 54′ ) = 0,446. Rozdzieliwszy liczbę 1,08 przez 0,446 wypadá 2,42 długość więc l wachadła sekundowégo na każdą inną szérokość północną r powinna bydź = 439,21 + 2,42 Wsta $r^2$. I tak ieżeli w Leydzie szérokość północna iest 52° 9½′, kwadrat więc iéy wstawy, czyli 0,62362 rozmnożywszy przez 2,42 i mnogość 1,509 do 439,21 dodáwszy, wypadáby powinna długość poiedyńczégo wachadła sekundowégo = 440,719 liniy; ale w istocie saméy znaleziono ią = 440,718 liniy, podobnież i inné postrzégania dokładné wachadeł zgadzaią się ze z równaniém l = 439,21 + 2,42 (Wsta $r^2$). Na samym więc biegunie północnym, gdzie nikt doyśdź nié może, i gdzie wstawa szérokości = 1, długość wachadła poiedyńczégo będzie = 441,63 liniy Paryzkich, a przeto ciężkość względna piérwiastkowa pod równikiém má się do ciężkości względnéy pod bieguném północnym, iak 439,21: 441,63; to iest prawie iak 177: 178 a tém samém iak północna połowa osi ziemi, do promiénia równika (4.).



## §. IX.

Stósunek zachodzący między ciężkością bezwzględną i względną.

Stósunek zaś zachodzący między ciężkością piérwiastkową bezwzględną i względną następuiącym sposobém oznaczyć można. Ponieważ gwiazdy stałe, zdaią się nieustannie swoie obroty iednostayné, czyli obiegi odprawiać w 23 godzin 56′ 4″ czyli raczéy we 23 godzi. 56′ 3½″ (Wstęp XII. 15.) idzie zatém, że kula ziemska w tymże czasie czyli w 86164 sekundach ieden obrot swóy zupełny iednostaynie odbywá. A że w każdym kole stósunek obwodu do srzednicy iest = 3,14159: 1 a przeto stósunek obwodu do promiénia = 6, 283: 1 rozdzieliwszy więc liczbę 86164 przez 6,283 przekonamy

my się, że każdy punkt równika ziemskiego, taką prędkością obraca się, iaką prędkością promień równika w czasie 13713" biegiem iednostaynym mógłby bydź przebieżonym. A ponieważ wachadło poiedyńcze sekundowe pod równikiem w próżni iest = 439,21. liniy, stósunek zaś spadku wolnego w każdém mieyscu ziemi w próżni w czasie sekundy, do tegoż spadku przez połowę długości wachadła poiedyńczego sekundowego na témże samém mieyscu iest = 3, 14159 : 1 (Xię. II. Roz. IV. 14.) przeto czas wolnego spadku przez 219, 605 liniy będzie pod równikiem $= \frac{1}{\sqrt{3,14159}}$, sekund, a tém samém (gdyż kwadraty czasów spadk w maią się iak wysokości) wysokość x, przez którą pod równikiem ciała wolnie spadaią w przeciągu sekundy $= 219, 605. \overline{3, 14159}^{2} = 2167,41'''$ Połowa promienia równika ziemskiego zamyka w sobie 1640856 sążni (4.) czyli 141769, 9584,''' liczbę tę rozdzieliwszy przez 2167,41, otrzymamy 654098, kwadrat liczby sekund, w których przeciągu punkt ciężki pod równikiem przez połowę promienia równika samowolnie spada, (ieżeli ciężkość iego zawsze iednaka zostaie) liczba więc ta iest 808, 76 sekund: prędkością zaś nabytą w tym spadku w równym czasie, biegiem iednostaynym, cały



cały promień przebiedź może. Ma się więc ta prędkość do prędkości obrotu, iak 808,76: 13713 = 1: 16, 955. Ale gdyby każdy punkt równy obracał się prędkością w samowolnym spadku przez połowę promienia i równika nabytą, siła tegoż punktu odsrzodpędna wyrownywałaby ciężkości (Roz. I. II.). Zaczém siła odsrzodpędna ma się do ciężkości względnéy pod równikiem, iak 1: $\overline{16,955}^{2}$ czyli iak 1: 287,5. Ma się więc pod równikiem ciężkość bezwzględna do względnéy, iak 288, 5: 287,5.

## § X.

Ciężkość bezwzględna nie co większa iest pod biegunami iak pod równikiem.

Z tego, co poprzedziło, wnieść należy naprzód, że siła odsrzodpędna nader iest mała względém siły ciężkości na powierzchni ziemi; powtóre że wachadło sekundowe poiedyńcze pod równikiem długie na 439, 21 liniy musiałoby się przedłużyć częścią swoią 287, $\frac{5}{439}$ gdyby samą tylko siłą ciężkości bezwzględną było nagłone, a gdyby się ziemia około osi swéy nie obracała. Toż więc wachadło byłoby wtedy długie na 440, 74 liniy Paryzkich, i miałoby się do wachadła sekundowego pod biegunem północnym iak 440, 74: 441. $\frac{63}{100}$ (8.). A że pod samym biegunem nie masz żadnego obrotu, i żadnéy siły odsrzodpędnéy, przeto tam ciężkość względna równa iest ciężkości bezwzględnéy, a stąd ciężkość piérwiastkowa bezwzględna

dná pod równikiém, má się do ciężkości piérwiástkowéy bezwzględnéy pod biegunem, iak 440, 74: 441 63; (Roz. II. 4.) iest więc ta ciężkość pod biegunem nie co większá.

## §. XI.

Dowodliwá iest, że kula ziémská z początku była płynná.

Gdyby cała kula ziémská z początku była płynná, wniosek stąd wypadłby, iż by nie mogła nabydź kształtu płaskokuli ku biegunom, (Sphaerois) tylko przez obrót około swéy osi. Siłę bowiém odsrzodpędną EG iakiégokolwiek miejsca E rozebrawszy na dwie siły HG, EH okáże się, że iedna z tych to iest EH, działa na osłabienié siły ciężkości bezwzględnéy ku EC, drugá zaś HG nagli ku równikowi części przy E będácé. Jakoż ciało z punktu H, spádaiąc ciężkością swoią nagloné iest ku C, i razém siła HG nagloné ku B, a przeto spadá nie po linii prostéy HC, lecz po innéy iakiéy n. p. HI która będąc liniią pionową, czyli wiérzchołkową nie iest prostopadłą na powiérzchnia AEB. A tak tedy części kuli płynnéy AEB, pod czas iéy obrotu zewsząd od biegunów ku równikóm płyną, iakoby po płaszczyznach pochyłych, i tam się skupiaią; przez co krzywizna ziemi AEB, przeistacza się w LEM i linia HI pionowa, albo z pełnie albo prawie co staie się prostopadłą do powiérzchni ziemi. Ponieważ więc w rzeczy saméy ziemia má kształt płaskokuli pod

Fig. 149.



pod równikiém wypukleyszéy, a liniie pionowé wszędzie są prostopadłé do powiérzchni Oceanu, gdy iest spokoyny, iest więc rzeczą nader dowodliwą, że taż kula ziemská w początku była płynną i spłaszczanié się iéy, przy biegunach pochodzi od samégo tylko obrotu iéy około osi; co właśnie widocznie okazuie stósunek ciężkości względnéy pod równikiém, i pod biegunem północnym, który to stósunek prawie zupełnie się równá stósunkowi odwrótnému promiéni CM i CL (8.) dowieśdźby zaś można, że ieżeli kula ziemská, iest iednorodna i płynna, tedy słupy LC i MC będą równoważyć, gdyż ich długości są w stósunku odwrótnym ciężkości przy L i M, bo stósuńek ten między liniiami CM i CL mógł pochodzić stąd, że miąższość ziemi płynna do równowagi wszędzie się układała.

## §. XII.

Kula ziemska ieżeli była płynná, nié mogła bydź tak bardzo płynna iak woda.

Nie idzie iednak stąd, żeby ziemia miała bydź z początku tak płynna iak woda, któréy cząstki maiąc z sobą spoyność bardzo małą, są náyruchliwszé. Wiele się bowiém znáyduie płynów lipkich, których cząstki nawet w spoczynku nie równo ważą się tak dokładnie, iak cząstki wody. Takim płyném pomiędzy innémi iest owa materyá rozpalona, z gór ognistych wybuchaiąca, którą lawą nazywaią. Powiérzchnia téy materyi, nigdy prawie nie

iest

iest zupełnie płaską ani poziomą, lecz zawsze pochyła i nie równa; przeto chociaż z natury ciężkości (o czém niżéy) możnaby przez rachunek znaleźć figurę, którą kula ziemska ze wszystkich stron dążąc do równowagi wzięłaby, gdyby tak była płynną iak woda, nie idzie iednakże stąd, żeby w jstocie saméy ten a nie inny kształt mieć miała. Dowodliwą bowiém iest, że iéy miąższość nigdy tak nie była płynna, iak woda, lecz gęściejsza, a przeto figura iéy musi się nie co różnić od figury takiéy, o iakiéy wyżéy mówiliśmy.

## ROZDZIAŁ IV.

### *o biegu Xiężyca.*

### §. I.

Siła wrzodpędna xiężyca

Xiężyc obrácá się około ziemi w okręgu prawie koła maiącégo srzodek tén sam co i ziemia. Przeto iakoby ustawicznie pociągany iest ku ziemi iakąś siłą wsrzodpędną, gdyż inaczéy z przyczyny siły upornéy (*vis inertiae*) musiałby odeyśdź od ziemi po linii prostéy styczněy tegoż koła. Dowodliwá zaś iest, że siła ta nie iest co innego, tylko sama ciężkość, którá wszystkie ciała na powiérzchni ziemi znáyduiące się pociągá do iéy srzodka; bo doświadczamy że ciała maią ciężkość swoię w náywyższych nawet wysokościach; a stąd wnieść można, że taż ciężkość rozciągá się aż do xiężyca? Ale iako na wiérzchołkach gór, ciała mniey ciężą niż przy tychże gór spodzie, tak też nierównie mnieysza bydź musi ciężkość ciał w takiéy odległości, iaka iest xiężyca od ziemi. Zmnieyszanié się takowé ciężkości, na każdą daną odległość od srzodka ziemi wynaleziona bydź może z biegów xiężyca czyli Satellesów Jowisza i Saturna: xiężyce bowiém té obracaią się około swych głównych planet, po okręgach prawie kołowych tak, iak nasz xiężyc około ziémi, a przeto podobnémi siłami wsrzodpędnémi ku tymże planetóm są pociągane. Dowodliwá zaś iest, że siła wsrzodpędna około ziemi, tymże prawóm podlégá, którym podlégaią siły wsrzodpędné około Jowisza albo Saturna.



### §. II.

Siły wsrzodpędné ciał niebieskich są w stósunku spacz-

Przed odkryciém *Herschela* Jowisz cztéry, a Saturn pięć miał około siebie postrzeżonych xiężyców (Wstę. XII. 50.) odległości tych xiężyców od srzodka ich planet głównych rachowané na promiénie srzednié tychże planet, iako też czasy onych obieżné srzednié są następniące.

## Xiężyców Jowisza

| | Igo | IIgo | IIIgo | IVgo |
|---|---|---|---|---|
| Odległości | 5,965. | 9,494. | 15,141. | 26,63. |
| Czasy obieżne | 42 godz. 27' 33." | 85go. 13' 42" | 171go. 42' 33" | 400go 32' 8". |

## Xiężyców Saturna

| | Igo | IIgo | IIIgo | IVgo | Vgo |
|---|---|---|---|---|---|
| Odległości | 4,893 | 6,268 | 8,754 | 10,295 | 59,154. |
| Czasy obieżne | 45go.18' 27" | 65go.44' 22" | 108go.25' 12" | 382go.34' 38" | 1903go.47' |

nym kwadratów, odległości od srzodka.

Ma-



Maią się więc odległości xiężyców, Jowisza prawie iak liczby 1 ; 1,591 ; 2, 538 ; 4, 464 : czasy zaś ich obieżné iak 1 ; 2,007 ; 4,044 ; 9,433 : sześciany liczb piérwszégo szeregu są iak 1 ; 4,027 ; 16, 35 ; 88, 96 ; kwadraty zaś liczb drugiégo szeregu 1 ; 4,028 ; 16,35 ; 88, 98 ; to iest sześciany odległości Xiężyców Jowiszowych, równie iak i Saturnowych są iak kwadraty ich czasów obieżnych. I toż prawo ma mieyscé nawet w planetach głównych, ieżeli ié uważać będziemy co do obrotu ich około słońca, iako to okazał *Kepler* na początku wieku przeszłégo. Widzieliśmy iuż że (Roz. I. 13.) gdy dwa ciała A i B obracaią się w kołach promiéni R i r, a czasy ich obieżné są T i t, na ten czas ich siły piérwiastkowé wsrzodpędné v, i f są w stósunku $\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ przeto $vrT^2 = fRt^2$.

Ponieważ tedy iest: $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$ ; co właśnie ma mieyscé w planetach i w ich xiężycach, czyli skoro $T^2 r^3 = t^2 R^3$ będzie $vr R^3 = fRr^3$ czyli $vR^2 = fr^2$ skąd $v : f = r^2 : R^2$ to iest siły wsrzodpędné są w stósunku odwrotnym kwadratów odległości od srzodka. Ponieważ więc siły wsrzodpędné wszystkich ciał niebieskich zmnieyszaią się w stósunku kwadratowym odległości od srzodka, nader dowodliwá iest, że i siła wsrzodpędná xiężyca w tymże iest stósunku, a przeto że się zmnieysza

coráz w stósunku kwadratowym odległości od srzodka ziemi.

## §. III.

Siła wsrzodpędná xiężyca nie co innégo iest iak tylko ciężkość iego ku ziémi.

Wielkość siły wsrzodpędnéy piérwiástkowéy xiężyca następuiącym sposobém oznaczyć się może: xiężyc w przeciągu 27 dni 7 godzin $43\frac{1}{6}$ minut, czyli w 655,72 godzinach przebiéga całą drogę swoię (Wstę. XIV. 25) podzieliwszy więc iego drogę na 360 stopni, wypáda, że xiężyc w przeciągu iednéy godziny przebiéga 32,94 czyli prawie 33 minut a przeto w przeciągu iednéy minuty przebiéga 33 sekund. Daymy że łuk AB = 33 sekund i że C wyráża srzodek ziemi, liniia zaś CA lub CB wyráża promień srzedni drogi xiężyca, AE styczną, BD prostopadłą do AC, wziąwszy więc AC za wstawę całką = 1, BD będzie = Wsta 33" liniia zaś EB do styczney prostopadła = AD, a przeto AD:DB=DB: 2AC—AD A że AD iest iloścIą prawie nieskończénie małą względém 2AC będzie więc blizko AD: DB = DB: 2AC, skąd $AD = \frac{\overline{DB}^2}{2AC} = \left(\frac{\text{Wsta } 33''}{2}\right)^2$. Ze zaś wstawy łuków nader małych maią się iak same ich łuki; a Wsta 60" = 0,0002929 będzie więc wsta. 33" = 0,00016 a połowa iéy kwadratu = 0,0000000128. Promień srzedni drogi xiężyca zamyka w sobie prawie 60 promieni srzednich ziemi (Wstę.

Fig. 150.



(Wstę. XII. 39.) promień zaś srzedni ziemi = 3272497 sążni = 19634982 stóp (Roz. III. 4). Rozmnożywszy więc tę liczbę przez 60 i przez 0,0000000128 otrzymamy AD = 15,0798 czyli blizko 15,1 stóp. Xiężyc tedy tylé siłą swoią wsrzodpędną zbliża się ku ziemi w przeciągu piérwszéy sekundy (Roz. I. 8.). Ponieważ więc kwadraty czasów, w których się rodzi bieg od siły iakiéy iednostayney, są w stósunku mieysc, idzie stąd, że xiężyc tąż siłą wsrzodpędną w przeciągu sekundy spáda przez $\frac{15,1}{3600}$ stóp. Ale gdyby xiężyc znaydował się na samey powiérzchni ziemi, siła iego wsrzodpędna powiększona w stósunku kwadratowym zmnieyszonéy odległości od srzodka ziemi, byłaby 3600 razy większá, a zatém ta siła w przeciągu sekundy, zrodziłaby bieg 3600 razy większy a niżeli w odległości CA. Xiężyc więc siłą swoią wsrzodpędna przy powiérzchni ziemi przebiégłby spádaiąc 15,1. stóp w czasie sekundy; co właśnie prawdzi się na wszystkich ciałach ziémskich. Zaczém siła wsrzodpędna xiężyca nie co innégo iest, iak tylko taż sama ciężkość, która wszystkie ciała ziemskié na dół nagli.

## §. IV.

Srzednica xiężyca widzialná (apparens) i uważaná przez narzędzia matema Xi ężyc tycz-

tyczne, iuż większá iuż mnieyszá nam się pokazuie, tak dalece, że od 29', 25" dochodzi aż do 33', 34"; skąd się wnosi, iż xiężyc raz bliżéy, drugi raz dalszy iest od ziemi, a przeto że obracaiąc się około ziémi, nie kréśli koła lecz inną iakąś liniią krzywą; o czém ażeby się przekonać, daymy, iż C iest srzodkiém ziémi, A srzodkiém xiężyca, a tak ciężkość piérwiástkowá ku ziemi w mieyscu A musi mieć iakąś pewną i oznaczoną wielkość, stósowną do odległości CA. Gdyby więc prędkość xiężyca w A w kierunku stycznéy AE taką była, iżby wysokość iéy odpowiadaiącá na powiérzchni ziemi *a* była $= \frac{AC.g}{2v}$, gdzie g wyráżá ciężkość piérwiastkowa na powiérzchni ziemi, v zaś siłę wsrzodpędną, czyli ciężkość piérwiástkową w mieyscu A. gdyby mówię tak było, xiężyc kréśliłby koło około srzodka C, gdyż w kole iest v: g = AC: 2a (Roz. I. 9.). Ale ieżeli prędkość xiężyca w kierunku AE iest mnieyszá, na ten czas on nie po kole AB, lecz po inney linii krzywéy AD, niżéy AB obracać się pocznie, iako mocniéy pociągany ku C niżby pociągany bydź powinien, aby kréślił koło; a tak zbliżaiąc się do srzodka C doznaie co ráz większéy siły w rzodpędnéy: że zaś siła ta nie iest prosto rzdła, lecz pochyła do iego kierunku, prędkość więc onegoż co-

obrácá się około ziemi w Ellipsie czyli niedorzutni.

Fig. 151

ráz



ráz się powiększá, z przyczyny siły wsrzodpędnéy. Ponieważ zaś kierunek xiężyca w jakim punkcie F znowu iest prostopadły do linii CF prowadzoney ze srzodka sił C, do iego srzodka, która to liniia w ogólności nazywa się promieniém wodzącym (*) (*Radius vector*), prędkość więc xiężyca w tymże punkcie F będzie większá iak w A, promień zaś wodzący krótszy, gdyż przypuszczamy że xiężyc począwszy od punktu A, co ráz bardziéy się zbliżał do srzodka C. Zaczém gdyby i w tém zdarzéniu xiężyc obracał się po kole FG maiącym srzodek C, wtedy wysokość a' do iego prędkości w kierunku stycznéy prowadzoney do F należącá byłaby $= \frac{FC.g}{2v'}$ a tém samém a' < a, ponieważ FC < AC a zaś v' > v. A że prędkość xiężyca większá iest przy F, iak przy A więc a' > a. Skąd się okazuie, że xiężyc nie może się obracać po kole FG lecz dla większéy prędkości swoiéy w kierunku stycznéy należącéy do punktu F odbiéga od srzodka C po linii krzywéy FH, a co ráz bardziéy się od niego oddalaiąc, siłę swoię wsrzodpędną zmnieyszá. Okazać zas

(*) Promień wodzący (*Radius vector*) iest liniia prowadzoná od srzodka słońca lub planety iakiéykolwiek głównéy n. p. ziemi, do srzodka planety obiegaiącéy około słońca lub planety głównéy.

zaś można, że tym sposobém srzodek xiężyca kréśli liniią krzywą do siebie się zwracaiącą ,ADFHA podługowatą, którą nazywaią Ellipsą. Punkt C, za srzodkiém Ellipsy przypadaiący, nazywa się ogniskiém Ellipsy (focus Ellipsis) (*).

## §. V.

Odstępy (*absides*) mimosrzod (*excentricitas*) i ustęp prawdziwy (*anomalia vera*) xiężyca i planet głównych

Punkt A drogi xiężyca, w którym iest nayodległéy od ziemi nazywa się punktem odziémnym (*apogaeum*) punkt zaś F w którym nayblizéy ziemi znayduie się xiężyc, zowie się punktém doziemnym (*perigaeum*); podobnież punkt drogi iakowégo planety, w którym srzodek iego naydalszy iest od srzodka słońca, nazywa się odsłonecznym tegoż planety (*aphelium*) punkt zaś nayblizszy dosłonecznym (*perihelium*). Oba te punkta spolném imieniém nazywaią odstępami (*absides*), liniia zaś AF czyli oś drogi eliptyczney, liniią odstępów (*linea absidum*) odległość ogniska od srzodka drogi, iako to CO, TO nazywa się mimosrzodém (*excentricitas*)

kąt

(*) Uwiązawszy końce nici do dwoch punktów C i T nieruchomych táblicy, ieżeli wytężaiąc tęż nić styfcikiém, obrácać go będziémy około punktów rzeczonych C i T, obrotém tym wykréśli się Ellipsa, maiącá ogniska C, i T, śrzodek O równo oddalony od ogniska; gdzie łatwo widzieć można, że poprowadziwszy z ognisk do punktów Ellipsy którychkolwiek L i M, liniie TL, CL i TM, CM, będzie TL + CL = TM + CM = AF i AT = CF.



kąt zaś LCA zawarty między mieyscém, na którém się w ow czas znayduie xiężyc i mieyscém odziemném, podobnie iak i kąt między mieyscém, gdzie się znayduie planeta i mieyscém iego odsłoneczném nazywa się ustępém prawdziwym (*anomalia vera*). Bieg więc xiężyca nie iest iednostayny, ale począwszy od punktu odziemnégo, gdzie iest naypowolnieyszy, nieustannie się przyśpiésza aż do punktu doziemnégo, gdzie ma naywiększą prędkość; a z tego punktu odchodząc, znowu swą prędkość zmnieysza, czyli opoźnia aż do punktu odziemnégo. Takową nierówność biegu dostrzegamy nie tylko w xiężycu naszym, ale też w xiężycach Jowisza i Saturna. Same nawet planety główné kréśląc Ellipsy około słońca, naypowolnieyszy maią bieg w mieyscach odsłonecznych, a nayprędszy w dosłonecznych, a zaś między témi punktami znayduiąc się, co raz bardziéy przyśpiészaią lub opóźniaią swe biegi.

## §. VI.

Powiérzchnie opisane od promienia wodzącégo, są

Daymy, że punkt iaki siłą swoią wśrodpędną około punktu C kréśli liniią krzywą ABF, i że w mieyscu A iego prędkość taka iest, iż w czasie t przebiédz może część AD styczney do A prowadzoney. Niech będzie AB łukiém wykréślonym od punktu danégo w tymże czasie t, i ten łuk weźmy iakoby za nieskończenie ma-

w stósunku czasów.

mały; w przeciągu tego czasu, tak krotkiégo, siła wśrzodpędna będzie się mogła brać za iednostayną, a przeto liniia DB za równoległą do AC, łuczek AB za liniią prostą. Poprowadziwszy więc liniie DC i BC utworzą się tróykąty ADC i ABC równé, iako maiące spólną podstawę AC, a zakończoné między równoległémi AC i DB. Ponieważ więc bieg punktu danégo po łuczku AB prawie zupełnie iest iednostayny: poprowadziwszy styczną BE do B i zrobiwszy ią = AB prędkość punktu w mieyscu B taka będzie, iż tą prędkością w przeciągu drugiéy chwili = t przebiédz może liniią BE. Dáymy, że w rzeczy saméy przebiéga łuczek BF, a będzie iak wyżéy liniia EF, równoległa do BC, i tróykąt BCE = BAC: ponieważ liniią ABE brać można za prostą: a że też i tróykąt FBC będzie równy tróykątowi EBC, zaczém wycinek (sector) FBC, równa się wycinkowi BAC. Podobnież wycinek opisany od promiénia wodzącégo w chwili trzeciéy, czwártéy i t. d. = t, będzie się równał wycinkowi BAC. Zebrawszy więc razém z jednéy strony liczbę n, z drugiéy liczbę m takich wycinków, będzie się miał piérwszy wycinek większy ABC złożony z n małych wycinków, do drugiégo DEC złożonego z m małych iak nt: mt, to iest, iak czas strawiony na opisanié łuku AB należącégo do piérwszé-

Fig. 152.

Fig. 153.



wszégo odcinka, do czasu strawionégo na opisanié łuku DC, drugiégo odcinka. Ogólnie więc powiedzieć należy, że wycinki opisané od promiénia wodzącégo, zawsze są w stósunku czasów strawionych, na przebiéganié ich łuków. Przekonywa doświadczénié, że to prawidło ma mieyscé w biegu Xiężyca, i owszém *Kepler* iuż okazał, że ono spólnie służy wszystkim Planetóm do słońca odnoszonym, co powtórnie dowodzi, iż Xiężyc ku ziémi, planety ku Słońcu wprost dążą siłą wśrzodpędną.

## §. VII.

Prędkość punktu siłą wśrzódpędna naglonégo, na każdém mieyscu iest w stósunku odwrotnym linii prostopadłéy do stycznéy owegoż mieysca.

Jeżeli CT iest liniią prostopadłą do stycznéy punktu A, i CM prostopadłą do stycznéy punktu D, będzie się mieć prędkość przy D do prędkości przy A iak CT: CM, ieżeli bowiém wycinki ACB, DCE, tak są małe, iż brać się mogą za tróykąty prostokréślné, wtedy czas t, strawiony na opisanié AB mieć się będzie do czasu T strawionégo na opisanié DE iak ABC: DEC (σ) = AB. CT: DE. CM. A że wtedy biegi przez AB i DE za iednostayné brać się mogą: będzie więc AB mieyscém opisaném prędkością C przy A znayduiącą się, zaś DE mieyscém opisaném prędkością C, znayduiącą się na DE, mieysca zas te AB: DE mieć się będą iak tC: Tc. Przeto t: T = AB. CT: DE. CM = tC. CT: Tc. CM, skąd C. CT = c. CM; i CT: CM = c: C. Co potwiér-

Fig. 153.

twierdzą to, co się wyżéy powiedziało, że ieżeli ciało opisuie Ellipsę, około iakiego srzodka sił, prędkość iego tém bardziéy się powiększa im bardziéy się zbliża ciało do tegoż śrzodka, i przeciwnie tém bardziéy zmnieysza się, im bardziéy się od niego oddala.

## § VIII.

Ziémia cięży na Xiężyc.

Jako xiężyc pociągany iest od ziémi, tak też podobnie ziémia musi bydź pociąganą od xiężyca, gdyz postrzegamy w naturze to ogólné prawo, że każdému działaniu odpowiéda oddziałanie równé i wprost przeciwległé. Prawda, że gdy ciała ziemskié spadaią ku ziémi, nié postrzégamy wcale żadnégo dążénia, czyli biegu iéy saméy ku tymże ciałóm: ale to przypisać należy niezmierney prawie ogromności ziemi względém ciał ziemskich (Roz. 3. 5.) Wiadomo bowiém, że biegi póstępné są w stósunku wieloczynów z miąższości przez prędkości; skoro więc miąższość ciała iakiego do biegu nagloną byłaby nieskończénie wielką, tedy prędkość biegu tego ciała musi bydź nieskończénie małą. Ale inaczéy się rzecz ma z xiężycém, iak z ciałami ziemskiémi: ponieważ ziémia tylko 49 razy iest większá od xiężyca (Wstę. XII. 39.) ciężénié więc ziémi ku xiężycowi, może bydź znaczné, co właśnie okazuią podnoszé-



nia i opádania (*fluxus & refluxus.*) morza, które iak wiémy (Wstę. VI. 13.) iednostaynie odpowiadaią biegowi xiężyca, i dokładnie wyłożyć się mogą przez ciężénié ziémi na xiężyc.

## § IX.

Za co morza we dwóch mieyscach przeciwległych wznoszą się, a w dwóch innych przeciwległych zniżaią się, czyli opádaią.

Ponieważ xiężyc pociągá ziemię a ziémia Xiężyc, oba te ciała ustawnie będą do siebie wzaiém dążyć w linii prostéy CL przechodzącéy przez ich srzodki (3) Że zaś za powiększoną odległością od srzodka, zmnieysza się ciężkość ku temuż srzodkowi, gdy więc na powierzchni ziémi naybliższéy xiężyca przy d znayduie się morzé, cząstki iego dążyć będą ku xiężycowi większą ciężkością piérwiastkową, a niżeli sam srzodek ziémi C, iako odległeyszy od xiężyca: ten zaś srzodek większą ciężkością niż morzé przy e naydalszé od xiężyca; a tak różnicą zachodzącą między ciężeniém na xiężyc, cząstek przy d, i ciężéniém na ténże xiężyc srzodka ziémi, pociągá téż cząstki od srzodka ku xiężycowi: różnica zaś między ciężéniém srzodka i cząstek przy e, pociągá tęż cząstki ku niému. A że morzé wszędzie cięży, ku srzodkowi ziémi C, zaczém ciężkość ziemská przy d i e zmnieyszać się musi, przez działanié, czyli pociąganié xiężyca, a tém samém słupy wodné przy d i e, nié mogą daléy równoważyć ze słupami przy A i B, chy-

Fig. 154.

chyba podniosłszy się aż do D i E, przez to zaś ich podniesienie się, muszą się zniżyć słupy przy A i B. Linija bowiem AB iest prostopadła do DE przez srzodek C przechodzaca, a stąd odległość punktów A, B i srzodka C od xiężyca, iest iednaka: a przy iednakiey odległości, iednakie ich wszystkich ciężenie na xiężyc, ciężenie więc punktów A i B ku srzodkowi C nie się nie odmienia przez działanie xiężyca. Gdyby więc ziemia statecznie zachowywała toż samo położenie względem xiężyca, i nie obracała się, morza nie mogłyby się ułożyć do równowagi podniosłszy się w punktach D i E przeciwlegle znayduiacych się na linii przechodzącey przez srzodek ziemi i xiężyca, a razem opadłszy w punktach A i B także wprost przeciwległych obie. Toż samo prawdziłoby się nie tylko na równiku AdBe, na którego płaszczyznie uważamy teraz xiężyc znayduiący się, ale też na wszystkich innych równoleżnikach ziemskich, lubo podnoszenia się i zniżenia wód coraz bardziey zmnieyszałyby się ku biegunowi; gdyż za równikiem morza ukośnie zbliżaiąc się lub oddalaiąc od Xiężyca, nie mogą przy równych okolicznościach do takiey wysokości pionowey podnieść się, iak pod równikiem.

## §. X.

Naywiększe wy-

Obrót ziemi to sprawuie, że te podnoszenia się i odpadania morza, o których do-



dopiero mówiliśmy nie są prostopadłe, a zatem dzieie się wylew i odlew. Jeżeli bowiem ziemia obraca się, albo co iedno iest, ieżeli xiężyc prawie we 24 godzinach obiegaiąc ziemię z L przychodzi do M, i liniia CM przecina morze w Ff, widoczna iest, że woda co raz na innem mieyscu podnosić się będzie, a przeto pod xiężycem nie będzie mogła równoważyć ale nieprzerwanie około ziemi bieżyć musi część AFf Oceanu ku d, a przeto i woda pod xiężycem znayduiąca się w Ff, nie przestaie bieżyć, czyli płynąć w tymże kierunku, gdyż bieg ten raz sprawiony, znagła ustać nie może. Przyśpiesza się wprawdzie co raz bardziey ten bieg między A i f, a zaś za f się opoznia, z przyczyny przyciąganey wody przez xiężyc, iednakże za f nie co się ieszcze utrzymuie, aż na koniec dla większego co raz oddalenia się xiężyca zupełnie ustanie. Ale woda w AF poziomo płynąc, razem też wznosi się, i kierunek takowego iey biegu z liniią do srzodka C prowadzoną formuie kąt rozwarty, kąt ten HFC iest naywiększy w mieyscu F pod xiężycem, a za F co raz się zmnieysza, tak iednak iż zawsze zostaie większy od kąta prostego, czyli C f N, a to z tey przyczyny, że woda i za F bardziey iest pociągana od xiężyca, a niżeli srzodek ziemi C. Przeto naywiększe podniesienie się Dd Oceanu iest w tem

lewy morza są ku stronie wschodowey tego mieysca nad którem się xiężyc znayduie.

w tém mieyscu D, gdzie iego bieg poziomy ku fd, zupełnie ustaie. Że zaś dla obrotu ziémi, i obrotu xiężyca ku wschodowi zdaie nam się, iż xiężyc obrácá się około ziémi ku zachodowi w przeciągu 24 godzin 48 $\frac{3}{4}$' (Wstę. XII. 23.) wnieść więc naieży, że mieysce naywiększe wylewu D, zawsze iest oddalone od mieysca F pionowego położenia xiężyca, a to w stronę wschodnią; oddalenie to, iak naucza doświadczenie, wynosi blizko 45 stopni.

## §. XI.

Czasy wylewu i odlewu morza.

Na każdém więc mieyscu Oceanu prawie przez trzy godziny po przeyściu Xiężyca przez Południk dzieie się wylew, przez trzy godziny po iego zachodzie odlew, przez trzy godziny po przeyściu iego przez południk przeciwstopniowy (*an, tipodum*) powtórny wylew, i przez trzy po wschodzie powtórny trwá odlew. A tak tedy podnoszenie i opadanie morza codziennie dzieie się, a to bądź xiężyc znayduie się na płaszczyznie równika, iakeśmy dotąd uważali, bądź na innym iakim równoleżniku. Jeżeli się xiężyc znayduie na równiku, który będąc kołem wielkim, przecina się z poziomym na dwoie, czasy wylewu i odlewu prawie zawsze będą równe, to iest 6 godzin i 12' (Wstę. VI. 13.), ale ieżeli się znayduie za płaszczyzną równika, we wszystkich



kich mieyscach za tymże równikiem, albo się dłużey bawi nad, niżeli pod poziomem, albo dłużey pod, niż nad poziomem. Stąd tedy czasy wylewów i odlewów bydź muszą nierówne, chociaż zawsze we 24 godzinach i 48 $\frac{3}{4}$' po wylewie znowu nastaie odlew: nierówność zaś ta w mieyscach, których szerokość nie iest znaczna, iest pomierna, ale w mieyscach pobliższych biegunom, iest coraz znaczniejsza, tak dalece, iż na koniec Ocean w czasie 24 godzin. 48 $\frac{3}{4}$' zdaie się raz tylko podnosić i opadać, ponieważ czasy srzodkuiące między dwoma odlewami i wylewem srzednim, tak są małe, iż tych wcale dostrzedz nie można. A iako biegi te morza tém są słabsze, im bardziey się posuwaią ku biegunom, (9) tak też nie dziw, iż one na koniec zupełnie postrzegane bydź nie mogą.

## §. XII.

Nie wszystkie morza iednako wzbieraią i opadaią, naywiększe maią wylewy i odlewy przy brzegach.

Wzbieranią i opadaniá morza w mieyscach mało co rozciągłych między wschodem i zachodem, lub też w mieyscach miałkich i wielé wysp maiących pospolicie nie znaczne bywaią, co przypisać potrzeba niełatwemu spływaniu z opodal wód i ichże o ziemię tarciu osłabiaiącemu prędkość biegu wód. A ieżeli w których z nich daią się postrzedz iakokolwiek znaczne wylewy i odlewy, te pochodzą z Oceanu łączącego się z niemi, w któ-

rym wzniesione wody, dążąc do równowagi spływaią do nich przez ciaśniny, i one podnoszą, po odlewie zaś Oceanu nazad się do niego powracaią wody przez też ciaśniny, i przez to sprawuią ich opadania. Wylewy i odlewy takowych morz naywiększe bywaią przy brzegach i większe częstokroć iak na morzach otwartych. Te bowiem biegi morza tak iak i wszystkie inne od ciężkości pochodzące, nie na samey tylko powierzchni morza znayduią się, ale i wewnątrz. Morze więc ku brzegóm nakształt rzeki skałami i występuiącemi brzegami, co raz bardziey ściska się, a tém samém coraz bardziey się wznosi, aż na koniec na samych brzegach, gdzie wszystek bieg iego zastanawia się, wznosi się do wysokości odpowiadaiącey iego prędkości, która częstokroć bywa znaczna.

## §. XIII.

Wylewy i odlewy morskie (przy innych równych okolicznościach) tém są większe im mnieysza iest xiężyca odległość od równika i od doziémnika.

Xiężyc zdaie się codziennie obrácać około ziémi na płaszczyznie iakowegoś równoleżnika n. p. Ad Be, którego srzodek C przypada na osi ziémi. Znayduiąc się więc xiężyc na takowéy płaszczyznie za równikiém pociągać będzie morzé w D i E nie iuż pionowo, ale ukośnie, a zatém morzé przy równych nawet okolicznościach nie będzie mogło tak wysoko podnieść się pionowo, iak się podnosi pod równikiém, gdy xiężyc znayduie się na



na iego płaszczyznie. Że zaś prawie cała oś ziémska iednako iest odległa od xiężyca, wody więc tém wyżéy wznoszą się, im odległość xiężyca od punktu C większá iest od odległości iego od punktu d, to iest, im większy iest promień równoleżnika Cd, bo tém większá zachodzi różnica między ciężéniém ku xiężycowi punktów A, d, B, e, ale też za to i bieg poziomy wód około ziémi od wschodu ku zachodowi, tém większy bydź musi, iako w jednymże czasie, tém większé mieyscé przebiegaiących. Ponieważ więc promień Cd, naywiększy iest na samym równiku, przeto wylewy i odlewy morza, przy innych równych okolicznościach, większé bydź muszą pod czas znaydowania się xiężyca na równiku iak za równikiém a tem mnieyszé, im iego oddaléniе się większé iest od równika. (Wstę. VI.) Stąd wyrozumieć można, za co wylewy i odlewy przy równych okolicznościach większé są, gdy iest xiężyc w doziémniku, a wtedy mnieyszé gdy iest w odziémniku. Ciężkość bowiém piérwiástkowá ziémi ku xiężycowi, przez przybliżénié się do niéy xiężyca, powiększá się, przez oddalénié się zaś zmnieyszá.

## §. XIV.

Ziémia ciąży także i na słońcé.

Gdyby ziémia nie ciążyła na słońcé, lecz tylko na xiężyc, tedy wzbiérania i opadania morza, żadną miarą nié mogły-

by zależeć od położenia xiężyca względem słońca, Ale ieżeli ziemia ciąży na słońce, to iest: ieżeli ią słońce pociąga, i ieżeli to pociąganie większe iest, iak pociąganie przez xiężyc; tedy siła, którą słońce chociaż naybardziey oddalone od ziemi porusza morza, znaczna bydź może. A że naucza doświadczenie, że przy równych okolicznościach wzbieranią i opadaniá morza naywiększé na Nowiu i Pełni (*Sizygiis*) w piérwszéy zaś i ostatniéy kwadrze naymnieyszé bywaią, wnieść więc należy, że słońce pociąga ziemię, a to bardziéy ieszcze iak xiężyc. Jakoż pod czas pełni lub nowiu srzodek ziemi słońca i xiężyca znayduią się w jednéyże prawie linii prostéy, a stąd też same części Oceanu dwoistą siłą, to iest od słońca i xiężyca pochodzącą wznoszą się i opadaią, zaś pod czas kwadr, części Oceanu, które xiężyc podnosi pociąganiem swoiém, słońce ié zniża i przeciwnie; a przeto wtedy zbiérania i opadania wód pochodzą tylko od różnicy zachodzącéy między siłą pociągania ziemi przez xiężyc a siłą pociągania téyże ziemi przez słońce: a tém samém mnieyszé bydź muszą iak w piérwszym przypadku. (Wstę. VI. 15.). Wzbiérania zaś te i opadania naywiększé, nie w sam dzień nowiu lub pełni przypadaią, lecz trzema prawie dniami poźniéy. Ocean bowiém raz wzruszony od xiężyca i słońca, nie może



może razém stracić biegu swoiego, chociażby xiężyc i słońce razém przestali nań działać. Morzé zatém za pomnożeniém się co raz większém siły słońca i xiężyca, co raz wyżéy się wznosi, a nawet nie przestaie wznosić się, chociaż siła ta iuż się poczyna zmnieyszać: tak właśnie iak się dzieie z úpałém słonecznym, który od wschodu słońca, co raz bardziéy się natężaiąc, nie pod czas południa, ale około trzeciéy prawie godziny iest naywiększy, chociaż na ten czas siła promieni słonecznych iest słabszá. W ogólności zaś powiedzieć można, że wzbiérania i opadania morza, nie równie mnieyszé byłyby iak bywaią, gdy morze wzruszoné od poprzedzaiącégo wylewu piérwéy się uspokoiło, a niżeli drugie poczyna się.

## §. XV.

Jeżeli wylewy i odlewy morskie widocznie przekonywaią, że słońce pociąga ziemię, łatwo też domyślić się można, iż bieg xiężyca, bardziéy ieszcze iak wzbiérania i opadania morskié, zawisnąć powinien od działania nań słońca, gdyż różnica między odległością naymnieyszą i naywiększą xiężyca od słońca wynosi prawie 120 promieni ziemskich, a przeto nie równie większá iest od różnicy między odległością powiérzchni i srzodka ziemi

Bieg xiężyca około ziemi zmienia się nieco przez ciążenie tegoż xiężyca na słońce.

Fig. 155.

ziemi od słońca. Niech S wyráżá srzodek słońca, T srzodek ziémi. a tak liniia ST będzie na płaszczyznie rocznokręgu (*Ecliptica*) a ponieważ płaszczyzna drogi xiężyca, przecina płaszczyznę rocznokręgu pod kątém blizko 5° (Wstęp XII. 23) połowa więc drogi xiężyca ALB nad rocznokręgiém, a połowa AMB pod rocznokręgiém przypadá. Daymy, że xiężyc znayduie się w mieyscu L, poprowadźmy liniią LM przez T przechodzącą, słońcé więc bardziéy pociągać będzie xiężyc zostaiący w mieyscu L niżeli srzodek ziemi T, i przeciwnie bardziéy będzie pociągać srzodek ziemi T, niż tenże xiężyc w mieyscu M znayduiący się. Siła LO, którą xiężyc w L bardziéy niż ziémia iest pociągany ku słońcu, má kierunek LS, na płaszczyznie więc przez LS przechodzącéy, a do płaszczyzny drogi xiężyca prostopadłéy, może się ona rozebrać na siłę LN maiącą kierunek przypádaiący na płaszczyznie drogi xiężyca, i na siłę NO, prostopadłą do téyże płaszczyzny a wprost ległą względém płaszczyzny rocznokręgu. Podobnież siła MQ, którą xiężyc mniéy, a niżeli ziemia iest pociągany od słońca, a przeto którą iest naglony ku MQ, rozebrać się może na siłę MP, znayduiącą się na płaszczyznie drogi Xiężyca, i na siłę PQ prostopadłą do téyże płaszczyzny i razém wprost ległą względém płaszczyzny



zny rocznokręgu. Zaczém xiężyc w obu stronach swéy drogi, iest iakoby ciągniony do płaszczyzny rocznokręgu, a tém samém iego szérokość zmnieysza się (Wstęp XII. 22.). Z czego się pokazuie, że xiężyc bądź znayduie się w części swéy drogi wprostległéy względém słońca, bądź tam gdzie iest mieysce nowiu, bądź w stronie przeciwległéy, gdzie mieysce pełni szérokość iego przez pociąganié słońca prędzéy niknie to iest, prędzéy xiężyc przychodzi do węzła (*nodus*) swego (Wstę. XII. 42.) a niżeliby przyszedł, gdyby słońcé nań nie działało; przeto węzeł, do którégo dąży xiężyc z jednéy srony zawsze ku mieyscu nowiu, z drugiéy ku mieyscu pełni, iakoby posuwá się.

## §. XVI.

Cofanié się węzłów xiężyca.

Daymy, że na drodze xiężyca punkta A i B są mieyscami kwadr a zaś C i D mieyscami nowiu i pełni, skąd następuiácé wypádaią uwági 1° Jeżeli węzły przypadaią w samych punktach A i B, gdy xiężyc przebiéga łuk ACB węzeł B uchodzi ku C, a przez to samo cofá się, gdy zaś xiężyc przebiéga łuk BDA tedy węzeł A cofá się ku D (15.); zaczém w tym razie węzły przez cały czas obrotu xiężyca cofaią się, to iest, postępuią wspak znaków niebeskich, lubo sam xiężyc zawsze porządkiém tychże znaków postępuie. 2° Jeżeli węzły przypadaią w punktach G, H, a xiężyc prze-

Fig. 156.

przebiéga łuk AG tedy węzeł G uchodzi ku C, a przeto postępuie; gdy zaś xiężyc kryśli łuk CB, tedy węzeł H zbliża się do C a tém samém się cofa; gdy znowu xiężyc przebiéga łuk BH tedy węzeł H, przybliża się ku D, a zatém postępuie, a gdy xiężyc ténże przebiéga łuk HDA, tedy węzeł G zbliża się co raz bardziéy ku D, a zatém się cofa. Że zaś łuki GCB, HDA, większé są od łuków AG, BH, przeto cofanié się węzłów iest większé niżeli ich postępowanié. 3º Jeżeli węzły przypádaią w punktach E, F podobnież przekonać się można, iż w tym także razie, gdy xiężyc przebiéga łuki ACF, BDE węzły się cofaią, a postępuią, gdy xiężyc przebiéga łuki EA, FB a przeto więcéy się cofaią, iak postępuią 4º Jeżeli nakoniec węzły przypádaia w samych punktach nowiu i pełni C i D, wtedy też węzły wcale biegu nié maią, gdyż pod czas biegu xiężyca przez łuk CB, węzeł D musi zbliżyć się do C, a pod czas biegu iego przez łuk równy tamtemu BD znowu od tegoż punktu C oddalić się: a tak na mieyscu swoiém D zostaie. Co przekonywa, że w przeciągu roku każdego węzły xiężyca zawsze się cofaią przez pewną ilość łuku, i *Newton* okazał, którego nadzwyczaynému dowcipowi winniśmy naypierwszé odkrycia rzetelnych prawideł ciał niebieskich, że węzły w rzeczy saméy co rocznie tylé się cofa-



cofaią, ilé się cofać powinny podług praw działania słońca na xiężyc. Cofaią się zaś corocznie, iak naucza doświadczénié, przez 19° 19′ 43″ na cofniénié się zaś węzłów przez cała drogę xiężyca potrzeba 18 lat 224 dni 4 godzin 45 minut.

## §. XVII.

Taż sama siła słońca na płaszczyznę drogi xiężyca prostopadła która węzły xiężyca cofa, zmiénia też pochyłość iego płaszczyzny do rocznokręgu. Xiężyc bowiém będąc ustawicznie pociągany z płaszczyzną swoią od słońca nié może zupełnie po niéy obrotu swego odbywać. Wszakże tak mało od niéy odchodzi, iż uważać można, iakoby zawsze na téyże saméy płaszczyznie obracał się, a tylko płaszczyzna ta miała iakowyś bieg mały. Niech BE wyráża płaszczyznę rocznokręgu, i niech ią rzeczona płaszczyzna xiężyca przecina pod kątém LAD, a to wtedy, gdy xiężyc znayduie się w L, i co raz bardziéy oddala się od rocznokręgu. Ponieważ xiężyc po swéy płaszczyznie bieżąc ku M, przez działanie słońca pociągany iest do rocznokręgu na mieyscé N: płaszczyzna więc ta iakoby wzruszona będzie przy L, biorąc położenié NLB, w którém położeniu przecina płaszczyznę rocznokręgu, pod kątém LBD mnieyszym, niż przedtém. Ale ieżeli xiężyc z drugiéy strony, co raz bardziéy znowu zbliża się do rocznokręgu, i wę-

Odmiana pochyłości drogi xiężyca.

Fig. 157.

i węzła swoiego, i ieżeli płaszczyzna drogi iego przecina płaszczyznę rocznokręgu pod kątém HEA, wtedy kiedy on tam znayduie się w H: iawną rzecz iest, że ta płaszczyzna drogi iego z przyczyny działania słońca iakoby przeydzie z HF na HG, a tém samém przetnie wtedy płaszczyznę rocznokręgu pod kątém HDA większym niż przedtém. Skąd się wnosi, że pochyłość drogi xiężycowéy zmnieysza się przez pociąganié słońca, kiedy xiężyc wyszedłszy z węzła swoiego co raz się bardziéy oddala od płaszczyzny rocznokręgu: powiększa się zaś znowu, kiedy się zbliża do płaszczyzny rocznokręgowéy. Odmiana ta pochyłości drogi xiężyca, co do wielkości swoiéy odpowiadać musi mocy, którą xiężyc ku rocznokręgowi iest naglonym, to iest, naymnieysza wprostpołożéniu, czyli pod czas nowiu i pełni, ieżeli węzły przypadaią w mieyscach kwadr: naywiększa zaś zawsze będzie, ieżeli węzły przypadaią w samych punktach prostpołożénia (*in Syzygüs*), gdyż wtedy działanié słońca nié może ani poruszyć węzłów, ani zmnieyszyć pochyłości drog xiężyca. Naucza zaś doświadczénié, że odmiana ta pochyłości drogi xiężycowéy iest między 4° 58′ i 5° 17′ 30″ iaka właśnie i z rachunku wypada.

§. XVIII.



## §. XVIII.

Widzieliśmy iuż, co za skutki sprawia siła, NO lub PQ, przypatrzmy się teraz sile LN będącéy na płaszczyznie drogi xiężycowéy. Siła ta może się rozebrać na dwie inné siły iako to LR kierunku stycznéy i LG prostopadłą do téyże stycznéy: piérwsza z nich odmiénia prędkość biegu xiężyca i dla tego nazywá się siłą zmiany iego (*vis variationis lunae*) drugá zaś iuż go zbliża, iuż oddalá od ziémi, a zatém odmiénia onegoż mimosrzod, którá to odmiana nazywá się wyruszéniém xiężyca (*evectio lunae*). Odstępy xiężyca (*absides*) nie iako porządkiém znaków niebieskich corocznie uchodzą przez 40° 39′ 52″ tak dalece, iż całą drogę tegoż xiężyca przebiégaią w przeciągu 8 lat 309 dni 8 godzin 37′ 30″. Liniia więc krzywá, którą xiężyc opisuie około ziemi nie iest Ellipsą, ale się brać może, za Ellipsę, któréyby mimosrzod i liniia węzłów co raz się odmiéniała. Wszystkié zaś nierówności biegu xiężyca odpowiadaiące różnym odległościóm ziemi i słońca od xiężyca, tak iasno oznaczyć się mogą z ogólnych praw powszechnéy ciężkości przez *Newtona* odkrytych, iż rachunkiém wyznaczony bieg xiężyca zupełnie się zgadza z biegiém onegoż prawdziwym, to iest tym, o którym naydokładnieysze dostrzégania nas zapewniaią.

Siła zmiany i wzruszénié xiężyca (*vis variationis & evectio lunae*).

Fig. 155.

§. XIX.

## §. XIX.

Różne miesiące Dwugląd poziomy xiężyca.

Z tego, co poprzedziło, zrozumieć można, za co Astronomowie rozróżniaią miesiące, i tak: 1º Miesiąc obieżny (*Mensis periodicus*) czyli czas, w którym xiężyc przebiéga długość 360° rachowanych od piérwszégo punktu znaku barana; czas ten wynosi 27 dni, 7 godzin, 43′ 5″ 2º Miesiąc gwiazdowy (*Mensis sidereus*) czyli czas, w którym xiężyc powraca do iakiéy gwiazdy stałéy; trwałość czasu tego, rożni się od miesiąca obieżnégo, iak niżéy zobaczymy, a to z przyczyny cofania się punktów porównań dnia z nocą (*praecessio aequinoctiorum*) zamyka on w sobie 27 dni 7 godzin 43′ 12″ (Wstęp XII. 25.) 3º Miesiąc dobieżny (*Mensis Synodicus*) czyli przeciąg czasu od iednego złączénia xiężyca ze słońcém, aż do drugiégo złączénia następnégo: i tén wynosi 29 dni 12 godzin 44′ 3″ 4º Miesiąc wstępny (*Mensis anomalisticus*) w którym xiężyc wyszedłszy od odziemnika (*apogaeus*), znowu się doń powraca: ma on 27 dni 13 godzin 18′ 35″ 5º Miesiąc węzłowstępny (*Mensis draconiticus*), w którym xiężyc wyszedłszy z węzłu wstępnégo (*Nodus ascendens*) do niego powraca: ma on 27 dni 5 godzin 5′ 56″. Dwugląd zaś poziomy xiężyca naymnieyszy ie t 53′ 53″ a naywiększy 61′ 25″. Skąd łatwo okazać można, iż odległość xiężyca od ziemi naymnieyszą 55, 9, naywiększą



większą 63, 8. promieni ziemskich wynosi.

## §. XX.

Ważénie się xiężyca (*libratio lunae*)

Fig. 158.

Też same zawsze plamy postrzegamy na xiężycu, musi więc on iedną zawsze stroną ku nam bydź obrócony, a zatém w czasie 27 dni 7 godzin 43′ 12″ raz obiégaiąc swoią drogę, musi téż raz obracać się około osi swoiéy. Jakoż ieżeli T iest mieyscém ziémi, xiężyc znayduiąc się w mieyscach C, E, D i t. d. nie mógłby zawsze iedną stroną A ku ziemi bydź obrócony, gdyby razém nie obracał się około osi swoiéy. Nauczaią zaś postrzegania dokładné plam, iż oś obrotu xiężyca zawsze iest sama sobie równoległa, i prawie prostopadła do płaszczyzny rocznokręgu, sam zaś obrot koło téy osi iest iednostayny, co dowodzi, że xiężyc siłą swoią, którą nazwaliśmy upornością obraca się około osi wolnéy. Wszakże plamy iego zdaią się czasém zbliżać się do iednego brzegu tarczy onegoż, a czasém od tegoż brzegu odsuwać się, i przy tém nowé niektóre plamy przy brzegach okazuią się, a niektóré z dawnych niknąż z oczu. Ruch tén mały, przez który plamy zdaią się posuwać i cofać, nazywa się ważéniém się xiężyca (*Libratio lunae*). Ważénié się zaś to szczególnie stąd pochodzi, iż xiężyc iednostaynie obracaiąc się około osi swoiéy, nie iednostaynie bieży

ży po Ellipsie, w którey ognisku znayduie się ziemia T. Jeżeli bowiem liniia FE iest prostopadła do CD, xiężyc więcey czasu potrzebuie na przebieżenie łuku CE, niż FD, a przeto przychodząc do E, nie czwartą ale większą część obrotu swoiego około osi odbywa, a tak tedy płaszczyzna rozdzielaiąca półkole A i B nie iest prostopadła do linii FE, ale się zawsze widzieć daie z ziemi to półkole xiężyca, które się oddziela od drugiey połowy płaszczyzną prostopadłą do linii łączącey srzodki ziemi i xiężyca. I dla tego to pod czas znaydowania się xiężyca w E postrzegamy nowe iakieś plamy ku G, i razem ku H, nikną te, które przedtém widzialne były, gdy xiężyc znaydował się w A.

## ROZDZIAŁ V.

### *o rocznym biegu ziemi.*

### §. I.

Dowodliwá iest, że ziemia obrácá się około słońca.

Ponieważ wzbiérania i opadania morskie, dostatecznie przekonywaią, że słońce pociąga ziémię, bydź więc może, iż nie słońce około ziemi, lecz ziemia około słońca obrácá się tąż samą siłą, którą i wszystkie inné planety około niego obracaią się (Roz. IV. 2. i 6.), a przeto że bieg słońca po rocznokręgu iest tylko pozorny. Je-

Fig. 159.

żeli



żeli bowiém srzodek ziemi opisuie na płaszczyznie rocznokręgu koło ABC około srzodka słońca S: widzieć będziémy słońce w znaku ♑ kiedy ziémia znayduie się w A, potém w ♐ kiedy ziemia iest w B, daléy w ♏ kiedy ziémia iest w C i t. d, a tak bieg ziémi od zachodu na wschod, którego czuć nié możémy, to sprawuie, iż słońce w tymże samym kierunku, to iest, od zachodu na wschód zdaie nam się obracać po rocznokręgu niebieskim. Można téż takowym sposobém wytłumaczyć wysokość południową słońca, która przez cały rok ustawnie się odmiénia. Srzodek bowiém słońca i ziémi zawsze się znayduie na płaszczyznie rocznokręgu, płaszczyzna zaś rocznokręgu przecina płaszczyznę równika pod kątém 23° 28′: i liniią takowego przecięcia się iest liniia prostá łączącá piérwszy punkt barana z pierwszym punktém wagi (Wstę. XII. 20), skoro więc patrzącému z ziemi w mieyscu A lub D znayduiącey się pokazuie się słońce O, na iednym z tych punktów liniia AD będzie liniią przecięcia płaszczyzn rocznokręgu i równika. Gdybyśmy więc ziemię znayduiącą się w A lub D przecięli płaszczyzną prostopadłą do AD, a zatém i do płaszczyzny równika, tedy oś ziémi SN będąc prostopadłą do płaszczyzny równika, znaydować się musi na owéy płaszczyznie prosto-

Fig. 160.

sto-

stopadłéy do AD. A że płaszczyzna ta, oddziela część oświecona ziémi od nieoświeconéy: przeto kiedy ziémia znayduie się w A lub D, to iest, pod czas porównań dnia z nocą połowa ziemi od iednego bieguna aż do drugiégo od słońca iest oświecona, i na każdém iéy mieyscu 12 godzin iest dnia i 12 nocy. Jeżeli zaś GL iest liniią prostopadłą do linii AD przez O przechodzącéy, tedy oś SN która zawsze w biegu swoim zachowuie równoległość do siebie, naybardziéy iest nachylona do płaszczyzny przechodzącéy przez srzodek ziemi a prostopadłéy do linii GL: a zatém część oświecona ziémi w G, naydaléy za biegun północny N, w L zaś za biegun południowy S rozciąga się, to iest, kiedy ziemia przebiega łuk AGD wtedy mamy lato, a kiedy przebiéga łuk DLA, wtedy mamy zimę.

## §. II.

Biegi pozorné planet naydowodliwiéy okazuią obrót ziemi około słońca.

Bieg więc ziemi roczny, arcy iest dowodliwy; ponieważ przez niego wszystkie zjawy czyli fenomena biegu pozornego słońca łatwo wytłumaczyć można, ale ieszcze dowodliwszym i prawie pewnym się staie, maiąc wzgląd na owé różné i nieforemné krzywizny linii, niby kréślone od planet na niebie zdaiących się iuż postępować iuż cofać. Biegi te pozorné a tak osobliwé, łatwo wyrozumie możémy przypuściwszy obrot ziémi około słońca,



ca, i ta to iest celnieyszá przyczyna, dla któréy *Mikołáy Kopernik* piérwszy zaprzeczył bieg słońca około ziemi. Niezmierna zaś odległość gwiazd stałych, iest przyczyną, że żadnéy różnicy w ich położéniu (choćby przez naylepszé narzędzia) żadnégo dwuględu pochodzić mogącégo z rzeczonégo obrotu ziémi (Wstęp XII. 29) upatrzyć nié można, w różnych nawet porach roku czyniąc postrzegania. Gwiazdy bowiém stałé, widziané przez naylepszé przeziérniki, (to iest takié, któré bardzo powiększaią obrazy słońca i planet,) wydaią się tylko iakoby punkta: a zatém muszą bydź nierównie odlegleyszé od ziémi niżeli słońce i planety (Wstęp XII. 34.). A przeto nie mogąż bydź tak oddaloné od nas, iżby cała droga ziémi około słońca była iakoby punktém tylko względem ich odległości? To zaś przypuściwszy przyznać potrzeba, że liniie prosté ze srzodka ziémi w różnych mieyscach drogi swéy znayduiącéy się prowadzoné do któréykolwiek gwiazdy stałéy, zawsze brane bydź mogą za równoległe od siebie, to iest dwugląd obiegu rocznégo gwiazd stałych, czyli kąt zawarty między liniiami prostémi wychodzącémi ze srzodka ziémi na różnych mieyscach swéy drogi znayduiącéy się, prowadzonémi do iednéyże gwiazdy stałéy zawsze, tak iest mały, iż przez naydokładnieyszé narzędzia nie może bydź oznaczony,

## §. III.

Zboczénié (*aberratio*) gwiazd, okazuie bieg roczny ziémi.

Bieg roczny ziémi około słońca naypewniéy okazany bydź może przez nieiakié biegi pozorné gwiazd stałych, chociáż bardzo małe, którym piérwszy *Bradléy* Anglik naznaczył za przyczynę bieg postępny światła. Swiatło bowiém acz niezmiernie prędko rozchodzi się, z tém wszystkiém upływać musi iakiś czas, a niżeli od gwiazd aż do nas doydzie. Ale téż i ziémia czyniąc obieg roczny około słońca, musi biedz bardzo prędko, dlá bardzo wielkiéy odległości swoiéy od tegoż słońca; stąd wypádá, że prędkość ziémi bieżącéy po swéy drodze nie iest nieskończénie mała względém prędkości światła, lecz má do niéy pewny iakiś stósunek. To zaś przypuściwszy, łatwo się okazuie, iż my po większéy części nié możémy widzieć gwiazd w jch mieyscach właściwych, ieżeli ziémia obrácá się około słońca. Niech bowiém ziémia znayduie się w D, gwiazda zaś iaka na linii DF przedłużonéy: niech FE wyráżá oś przeziérnika, (tubus) a iasno się okaże, że światło przebiégaiąc oś choćby náymnieyszą tego przeziérnika, do tego iednak potrzebuie czasu choć bardzo krótkiégo, a zatém tén czas może się podzielić na więcéy części równych. Niech więc światło w przeciągu piérwszéy części czasu t, przebiégá część osi F I, w prze-

Fig. 161.



w przeciągu drugiéy części czasu iednego niech przebiégá I L, w trzeciéy LE i t. d. a będą części té osi równe; ponieważ światło podług doświadczénia iednostaynie postępuie. Poprowadźmy teráz z punktów I.L. E i t. d. liniie IG, LH. ED i t. d. równoległe do stycznéy punktu D, drogi, którą ziémia kréśli. Jeżeli więc ziémia w D, má taką prędkość, iż nią w czasie t przebiédz może IG, tedy przebieży LH w czasie 2t, ED w czasie 3t i t. d; a tak ieżeli oś przeziérnika ma położénié FE i światło na początku czasu t znayduie się w F, tedy punkt I osi przeziérnika, będzie na tén czas w G, gdy światło do tego punktu przychodzi, punkt zaś L, będzié w H, a punkt E w D i t. d, gdy światło przeydzie do H i D i t. d; słowém, światło przebieży oś samą przeziérnika, kiedy ona má położénié F E lub MD gdzie FE iest równoległa do MD. Przeto gwiazda nie będzie widzianá na linii DF, gdzie w rzeczy saméy znayduie się, lecz na linii DM, to iest nie w mieyscu sobie właściwém.

## §. IV.

Co iest zboczénié (*aberratio*) gwiazd.

Jeżeli zatém gwiazda stała znayduie się na samym biegunie Rocznokręgu, to iest na linii NS prostopadłéy do płaszczyzny tegoż rocznokręgu ADB, (gdzie S oznaczá srzodek drogi ziémi) liniia DF dlá niezmiernéy odległości gwiazd stałych będzie

Fig. 161.

dzie prostopadła do płaszczyzny ADB, a przeto gdy ziémia znayduie się na D, gwiazda widziana będzie na linii SO równoległéy do DM, acz w rzeczy saméy tam się nie znayduie. Kiedy znowu ziémia z mieysca D. bieży daléy po swéy drodze, liniia SO ruszac się będzie po powiérzchni ostrokręgu prostego, którégo osią NS ; a tak gwiazda stała w przeciągu Roku zdawac się będzie opisywać około bieguna Rocznokręgu małe koło promiénia pozornégo OSN. Lecz ieżeli gwiazda nie iest na Rocznokręgu, ani nawet na iego biegunie, łatwo dowiéśdź można, że iéy widzialna droga nie iest zupełnie kolista ale Elliptyczna. Gdy zaś gwiazda znayduie się na Rocznokręgu, chociáż zawsze na nim statecznie widziana będzie, ale zdawać się będzie ráz, że idzie wprost, drugi ráz że się cofá. Wszystkié te pozorné biegi (któré zboczéniami gwiazd nazywaią) z następnégo postępowania światła wynikaiące, w rzeczy saméy (tak iakeśmy powiedzieli) na niebie się dzieią. Pewną zatém iest rzeczą i dowiedzioną, że ziémia około słońca bieg swóy odprawiá, po drodze prawie kołowéy : bo gdyby spoczywała, na ten czas niepostrzegalibyśmy gwiazd zboczéniá.

## §. V.

Sposób

Prędkości światła następuiącym sposobém dochodzono. Rzekło się wyżéy, że



że Jowisz ma 4 Xiężyce, z których piérwszy iest naybliższy Jowisza, w przeciągu 42 ½ godzin drogę swoią obiegá i ráz się cmi w cieniu swégo Planety. Takich więc zaćmień 16 do 17 każdego miesiąca zdarzá się, których albo początek widzimy gdy ziémia coráz bardziéy zbliżá się do Jowisza, przez część drogi swéy DAE, albo koniec, gdy ziémia od Jowisza się oddalá, przez część drogi EBD. Tak albowiém xiężyc F iest blizki Jowisza, iż gdy albo zanurzénié się iego w ciéń Jowisza w H z punktu A widzisz wychód w G, albo gdy wychód w G widzisz z punktu B, zanurzéniá się iego w H widzieć nié możesz, gdy Jowisz zasłania. Jest zaś ziémia naybliższa Jowisza w E, to iest w punkcie przeciwległości (oppositio) Jowisza ze słońcém (Wstep XII. 25.) a naybardziéy oddalona w D, w złączéniu Jowisza ze słońcém, przeto i srzednica widzialna Jowisza, daleko większá w przeciwległości niz w złączéniu. Różnica zaś obu odległości srzednicy drogi ziémi, albo podwóyney odległości ziémi od słońca. Lecz gdy ziémia zbliżá się do Jowisza przez łuk DAE przeciągi czasu między zanurzéniami piérwszégo xiężyca Jowisza, zawsze są mnieyszé niż między wynurzéniami iego, gdy ziémia oddalá się od Jowisza ; a ta różnica czasów

dochodzéniá prędkości świátła przez zaćmiénia xiężyców Jowisza.

Fig. 162.

sów tém znacznieyszą się okaże, kiedy liczbę 30 albo 40 zanurzéń, porównywać będziémy z biorém tyluż wynurzéń. Piérwszy *Roemerus* doszedł, iż przyczyną téy nierówności iest postępné rozchodzénié się światła. Gdy bowiém ziémia zbliża się do Jowisza, światło co raz mniéy czasu potrzebuie, ażeby doszło do ziémi, a zatém zanurzénia prędzéy się dostrzegną, niżby widziane były, gdyby ziémia w jednem mieyscu stała: przeciwnie się zaś dzieie w wynurzéniach tychże xiężyców. Nierówności zaś czasu, kiedy iest naywiększa dochodzi do 15′ albo 16′ idzie zawsze za stósunkiém odległości Jowisza od ziémi. Z tych tedy dostrzeżéń Astronomowie wnieśli, że światło 15′ albo 16′ potrzebuie czasu do przebieżénia srzednicy drogi ziémskiéy, a w przeciągu 8′ przechodzi promiéń czyli pół srzednicy to iest przeciąg odległości słońca od ziémi, i to prawie zawsze iednostaynie. To zaś przypuszczénié względém piérwszégo xiężyca tak się z doświadczéniém zgadza, iż i innych także odleglevszych od Jowisza xiężyców czasy zacmiénia na tymże samym fundaméncie z tablic do tego przygotowanych oznaczyć możémy.

## §. VI.

Zboczénié gwiazd pochodzi

Ponieważ ziémia całą swą drogę w przeciągu blizko 365 dni i 6go odprawia to iest przebiéga 360°, stąd wypada, że ona



że ona w czasie 8′ przez łuczek 20″ swoiéy drogi postępuie. Jest zaś srzednia odległość ziémi od słońca 23708 promiéni srzednich ziémskich (Wstęp XII. 40.) a stósunek promiénia do obwodu koła = 1: 6,283. Zaczém łuczek drogi ziémskiéy 20″ zawiéra $\frac{23708 \times 6 \cdot 283 \times 20}{360 \times 60 \times 60}$ srzednich promiéni ziémskich, iest zatém prędkość ziémi do prędkości światła, iak wielkość iéy łuczka 20″ do 23708 (5.) albo iak 6,283: 360 × 180 = 1: 10313. A że gdy iaka gwiazda iest na biegunie rocznokręgu tróykąt FED iest prostokątny, będzie FD: DE, czyli prędkość światła do prędkości ziémi na swéy drodze, iak 1 czyli wstawa cała, do wstawy DFE, albo do wst: NSO. Przeto 1: wst: NSO = 10313: 1 = 1: 0,00009696. Jakoż w saméy rzeczy kąt NSO = 20,″ tylim się okazał przez naylepszé dostrzéżenia; z czego się iawnie okazuie, że zboczénié gwiazd pochodzi od postępnégo biegu światła, a zatém że ziémia krąży około słońca.

od postępnégo biegu światła.

Fig. 161.

## §. VII.

Ziémia krążąc około słońca kréśli niedorzu-

Ziémia bieg swóy odprawuiąc około słońca kréśli Ellipsę, któréy ogniskiém iest srzodek słońca. Jeżeli bowiém B i C są punkta iakiékolwiek względém srzodka ziémi, stósunek linii SB, SC może bydź oznaczony przez stósunek srzednic widzial-

działnych słońca, dostrzeganych z mieysc
tnią czyli C i B. Jest bowiem SB do SC iak srednica
Ellipsę. widzialna słońca widziana z C, do
srednicy iego pozorney widzianey z B,
Fig. 163. ponieważ wstawy małych kątów są w stósunku samychże kątów, zaczém srednica widzialna iakiéykolwiek gwiazdy w tym stósunku się zmnieyszá w iakim się powiększá iéy od nas odległość (Wstęp XII. 28.). I tak też przez dokładné dostrzeżénia przekonano się, że ziémia bieg swóy odprawiá po Ellipsie, mało od koła różniącéy się, któréy ognisko iest w słońcu, gdyż za świadectwém doświadczénia pola (areae) od promiénia wodzącégo przebyté n. p. CSB, CSA zawsze są w stósunku czasów, w których ich łuki BC, AC bywaią przebiégané; ziémia zatém bieży ciążąc na słońce (Roz. IV. §. 6.). Ze stósunku zaś dostrzeżonégo nawiększéy i naymnieyszey wielkości srzednicy niepozorney Słońca wynika stósunek między odległościami AS i BS odstępów A i B od słońca, to iest stósunek 0,983198 do 1, 016802; a że ziémia w swoim odsłoneczniku B czyli w naywiększéy swoiéy od słońca odległości iest w ostatnich dniach Czerwca lub 1go Lipca: zaś w swoim dosłoneczniku A czyli naybliżéy słońca, iest w ostatnich dniach Grudnia, stąd się pokazuie, że słońcé bliższé iest nas w zimie, niż w lecie; a że ziémia tém prędzéy bieży, im bliżéy



bliżéy iest srzodka S sił (Roz. IV. §. 7.) łatwo więc zrozumiéwámy, dla czego przeciąg czasu między porównaniém dnia z nocą iesienném a wiosnowém 7 albo 8 dniami krótszy iest od przeciągu czasu między porównaniém dnia z nocą wiosnowém i iesienném; a w ogólności dochodzimy stąd przyczyny, dla czego przeciąg czasu, w którym słońcé powraca do swego południka nie zawsze iest iednakowy, to iest co na iedno wychodzi, że dni czasém są dłuższé, czasém krótszé.

## §. VIII.

Ponieważ xiężyc na ziémię, a ziémia na xiężyc, oba zaś té ciała na słońcé ciężą, Ciężkości powsze
kiedy prócz tego widzimy, że wszystkié chné.
ciała ziémskié ciężą na ziémię, bardzo dowodliwá iest rzecz, że ciężkość iest wszystkim ciałóm właściwa, a zatém że iest iakaś siłą powszechną, któréy nie znamy iednak przyczyny. I tak każda piérwiástkowa cząstka ciała n. p. A na inną n. p. B taką wywiérá ciężkość, iaką wzaiémnie B na A, gdyż doświadczénié nas uczy, że siła ciężkości w ciałach ziémskich równie nadaná iest każdéy w szczególności cząstce (Roz. II. §. 1.); iedna zatém cząstka od drugiéy równą siłą bywá pociąganá. Lecz ieżeli A iest punkt fizyczny złożony z piérwiástków, tedy pociągnie piérwiástek B siłą, która má się do siły, iaką od téy części pociągany iest

iak

iak n: 1. Ogólnie zaś mówiąc, dwa punkta fizyczne, których miąższości są P i Q, tak na siebie wzaiémnie ciążyć będą, że każdy piérwiastek miąższości n. p. Q będzie pociągany do miąższości n. p. P, siłą v, i każda cząstka miąższości P, do miąższości Q siłą f, a zatém będą siły piérwiástkowé (*vires elementares*) v: f = P: Q. Jeżeli zaś miąższości P i Q bliżéy do siebie przystępuią, ciążénié ich ku sobie wzaiémnie się powiększa w stósunku spacznym kwadratowéy odległości (Roz. IV. §. 2.). Ogólnie więc iest ciężkość powszechna piérwiástkowá (elementaris) w stósunku prostym miąższości, a w stósunku wspacznym kwadratowéy odległości od téy że miąższości. Z téy powszechnéy prawdy czyli zasady (principium) nie tylko biegi ciał Niebieskich tłumaczoné bydź mogą, ale i wzaiémne ciążénia, któré na siebie wywiéraią: każdy bowiém tę zasadę przypuściwszy, łatwo zrozumié, dla czego ciała ziémskié zdaią się tylko na samę ziémię ciążyć, niż wzaiémnie iedno na drugié; bo ponieważ miąższość ziémi prawie iest nieskończénie wielką względém miąższości ciał ziémskich (Roz. III. §. 5.) i gdy ta ustawicznie ie do siebie pociąga, zatém i siła, którą ie pociąga, przewyższa nieskończénie siłę tę, którą ciała nawzaiém się pociągaią. A zatém dziwno bydź nie powinno, że skutki téy ostat-



ostatniéy siły, nie są częstokroć widoczné; wszelako na wielkich bardzo górach doświadczono, że té pociągały mnieyszé ciała (o czém wyżéy namiéniliśmy (Roz. III. §. 2.) a stąd owa ciężkość powszechna wszystkich ciał na siebie oczywiście się potwiérdza.

## §. IX.

Ciążénié iakiégo punktu na ostrosłup.

Niech będą ADE, ABC ostrosłupy iednorodné i podobné, podstawy koliste DE i BC maiących, i srzodek w A, i kąt DAE = BAC, tak ażeby podstawy DE, BC były w stósunku kwadratów odległości od wiérzchołka A; łatwo zrozumieć można, gdy wszystkié punkta na BC równo, i wszystkié na DE także równo są odległé od A, że punkt na A będący podług kierunku osi obudwóm ostrosłupóm wspólnéy, będzie pociągany od saméy powiérzchni DE siłą v, a od saméy powiérzchni BC siłą f, tak ażeby v: f było w stósunku prostym miąższości DE i BC a w odwrótnym kwadratów z odległości (8.). Lecz iest DE: BC = $\overline{AD}^2$: $\overline{AB}^2$ Zatém v: f = [$AD^2$: $AB^2$]. [$AB^2$: $AD^2$] więc v = f. Podobnież okazać można i względém inszéy iakiéy podobnéy płaszczyzny FG, między DE i BC będącéy, że ciężkość punktu A będzie = f. Całkowité zaś ostrosłupy ADE, ABC mogą bydź dzielone na podobné płaszczyzny fizyczné, i liczba ich w jednym ostrosłupie będzie się miała do liczby

Fig. 164.

by takiéy w drugim ostrosłupie iak AD: AB. Zaczém siły piérwiastkowé ciężkości punktu A na całkowité ostrosłupy są = f. AD: f. AB = AD: AB a siła piérwiástkowá ciężkości punktu A na ostrosłup ścięty DBCE = f. DB, tak iż punkt A równie cięży na ostrosłup całkowity ADE i na ostrosłup ścięty DBCE, ieżeli DB = AD.

## §. X.

Ciążénié na kulę iednorodną.

Fig. 165.

Stąd łatwo zrozumiéwámy, ieżeli C i O są srzodkami kul iednorodnych, że te od *półkul* DAE, FBG podług liniy prostych CA, OB na DE i FG prostopadłych, będą pociągané siłami będącémi w stósunku promiéni CA, OB. Podzieliwszy bowiém kulę na ilekolwiek ostrosłupów równych, toż samo uczyniwszy z drugą, można pokazać, że w każdych dwoch z osobna stósunek ciężkości iest = CA: OB (9.). Ale ieżeli podstawy tych ostrosłupów są punktami fizycznémi, a są nieskończénie małe, każdy iakikolwiek inny punkt za srzodkiém kuli C albo O, za wiérzchołek ostrosłupów albo za srzodek wzięty bydź może, z którégo te podstawy są wykréślone, kiedy zaś na powiérzchniach obydwoch kul, iednakowá liczba podstaw równych się mieści, łatwo pokazuie się, że podstawa iakákolwiek na iedney kuli, iest do podstawy iakiéykolwiek drugiéy kuli, w stósunku całkowitych



tych powiérzchni, to iest w stósunku kwadratów ze *srzednic.* Niech więc przez srzodki C, O, poprowadzoné będą liniie SM, RN, i niech będzie CA: CM = OB: ON, a iasno się okaże, iż pod kątém iakimkolwiek n. p. HAS = SAT = IBR = RBQ poprowadziwszy liniie AH, AT, i BI, BQ iako téż liniie MH, MT, i NI, NQ. Obie kule tym sposobém podzielić można na równą liczbę ostrosłupów niezmiernie małych, których wiérzchołki schodzić się będą w punktach M i N albo w punktach A i B, a ich podstawy iako też podstawy H, I, ostrosłupów MH, NI, albo AH, BI będą w stósunku $\overline{AC}^2 : \overline{BO}^2 = \overline{AH}^2 : \overline{BI}^2 = \overline{MH}^2 : \overline{NI}^2$. Będzie zatém ciężkość punktu A na ostrosłup AH, albo AT do ciężkości punktu B na ostrosłup BI albo BQ, iak AH: BI (9.) = AC: BO: a ciężkość punktu M na ostrosłup ścięty LH albo VT do ciężkości punktu N także na ostrosłup ścięty PI lub XQ, iak LH: PI = AC: BO = MC: NO. A że siły, przez które pociągany iest punkt M albo N, w kierunku MH, MT albo NI, NQ, rozebrać się mogą na siły MS, TS, i MS, HS albo NR, QR, i NR, IR, z których dwie w kierunku TS, HS, albo QR, IR są sobie przeciwné, i wzaiémnie się niszczą: pozostałé zaś siły kierowane ku srzodkóm C i O są w stósunku MS: NR = AC: BO, a zatém punkt M od ostrosłupów LH i VT ku srzodkowi C, a punkt N od ostrosłu-

słupów podobnych PI: XQ ku srzodkowi O iest pociągany, siły zaś którémi oba punkta są pociągané, maią się do siebie iak AC: BO i gdy toż samo okazać można o iakichkolwiek innych dwoch ostrosłupach podobnie położonych z obu stron linii MC albo NO, stąd się ogólnie wnosi, że ciężkość punktu M lub A na kulę całą ADHEA to iest do ciężkości punktu N lub B na kulę BFIGB, iak AC: BO. ciężkość zaś tych punktów względém odpowiadaiących sobie punktów wprost działa.

## §. XI.

Ciężénié na iakąkolwiek kulę iednorodną tak się má, iak gdyby cała miąższość kuli była w jéy srzodek zebraná.

W poprzedzaiącém okazaniu przypuściliśmy, że obydwie kule są iednorodné i iednakowéy gęstości, i widzieliśmy w tym przypádku, że ciężkość *g* punktu N na kulę O miała się do ciężkości G punktu M na kulę C, iak BO: AC. Teráz znowu przypusciwszy iednorodność téyże kuli O, i równą we wszystkich iéy częściach gęstą ale iednak większą, niż wprzód była, oczywistá iest, że siła, którą punkt N iest pociągany w każdym ostrosłupie powiększy się w stósunku powiększonéy gę tości D. do gęstości piérwiástkowéy *d* zaczém i powszechná gęstość f, którą teráz wywiérá punkt N na kulę O, będzie do ciężkości g którą tenże punkt miał z początku iak D: d, a zatém f: G = BO. D: AC. d. Niech będzie D : d = $\overline{AC}^3$ : $\overline{BO}^3$ a będą bryłowatości M i m obudwoch



dwoch kul C i O równé, gdyż ogólnie gęstości ich są w stósunku prostym miąższości, a odwrotnym obiętości (volumen) obiętości zaś kul C i O, są iak $\overline{AC}^3$ : $\overline{BO}^3$, a zatém d: D = $\frac{M}{\overline{AC}^3}$ : $\frac{m}{\overline{BO}^3}$ i miąższości M: m = d. $\overline{AC}^3$ D: $\overline{BO}^3$; to iest równé, ponieważ iest D·d = $\overline{AC}^3$ : $\overline{BO}^3$; w tym więc przypádku będzie f: G = BO. $\overline{AC}^3$ : AC. $\overline{BO}^3$ = $\overline{AC}^2$: $\overline{BO}^2$ = $\overline{MC}^2$: $\overline{NO}^2$: (10.). Zaczém iakokolwiek kula O iest małą, ieżeli tylko iednakową miąższość má z kulą większą C, a odległość iakiegokolwiek punktu N od srzodka O, do odległości punktu M od srzodka C będzie iak promiéń kuli O do promiénia kuli C, będą téż i punktów M i N ciążénia ku srzodkóm O i C, iak $\overline{MC}^2$: $\overline{NO}^2$. Ale przypuściwszy, iż kula O byłaby tak mała, iżby wziętą bydź mogła za punkt fizyczny, i wziąwszy OZ = MC, będzie też ciężkość punktu Z do ciężkości punktu N, także iak $\overline{NO}^2$: $\overline{OZ}^2$ = $\overline{NO}^2$ : $\overline{MC}^2$, a zatém równá ciężkości punktu M. Zaczém ciążénié na kulę iednorodną (homogeneum) C, w jakiéykolwiek odległości MC, od srzodka C, iest zawsze równé ciążéniu na punkt O, równéy miąższości i w równéy odległości OZ. Ubywá przeto ciążénié na kulę, w stósunku kwadratu powiększonych odległości od srzodka kuli, a ogólnie mówiąc, má się tym sposobém, iak gdyby cała miąższość kuli, zebrana była w jéy srzodek C.

## §. XII.

Jak się coráz bardziéy powiększá ciężkość bezwzględná w mieyscach coráz odległych od równika.

Skąd łatwo okazać można to, co wyżéy przypuściliśmy (Roz. III. §. 7.) że na ziémi iednorodnéy przybyty czyli powiększénia (incrementum) ciężkości bezwzględnéy, oddalaiąc się od równika, są prawie w stósunku kwadratów wstaw szerokości mieysc. Jeżeli bowiém CG wyráża pół osi ziémskiéy, CA promiéń równika, a zaś GO = CA, tedy wykréśliwszy ze srzodków O i C półkola AGN, BGM przypuścić można, iż południk mieysca A, (iakikolwiek miałaby kształt ziémia nie wiele w saméy rzeczy od kuli różniąca się), mało co różnić się będzie od łuku ADG. Poprowadziwszy więc do punktu iakiégokolwiek D liniią DH prostopadłą na GC i przecinaiącą łuk BEG w punkcie E ieżeli kąt ECG będzie = p, a DOG = n tedy będzie DH: DO = wst. n: 1, EH: EC = wst p: 1, a zatém DH = DO wst *n*, EH = EC wst. p; i DE = DO wst n — EC. wst. p. Ze zaś katy p: n: mało się rożnią od siebie, więc będzie bardzo blizko wst. n = wst p i DE = ( DO — EC ) wst p = (GO — GC) wst. p. = CO wst. p. Lecz ieżeli promiéń CE przeciągnie się do punktu F, tróykąt DEF będzie prawie prostokreślny, i DE: FE = EC: EH = 1 wst. p. zaczém FE bardzo blizko iest = DE. wst p = CO (wst. p)$^2$. Ze zaś część powiérzchniá DB. AG ziémi (którą iakby skorupę iéy uważać można) iest bardzo mała względém całkowitéy kuli ziémskiéy, więc ciążenié na kulę ziémi mało tylko odmieniać się może, czyliby ta część była c. yliby też iéy nie było. Przypuściwszy zaś, iżby téy wiérzchniéy części nie było, a kula ziémi była iednorodną, tedy ciężkość bezwzględna V na biegunie G, albo na punkcie E, do ciężkości bezwzględnéy v na punkcie F, będzie iak $\overline{CF}^2 : \overline{CE}^2$ (11.) = $\overline{CE}^2 + 2CE.\ FE + \overline{FE}^2 : \overline{CE}^2$. Ale gdy FE iest bardzo małą względém CE i gdy iest CE: FE = FE. CE : $\overline{FE}^2$ tedy kwadrat FE bardzo mały będzie względém ilości CE × FE, albo 2 CE × FE, więc bez znacznégo uchybiénią wziąść możémy stósunek V: v = $\overline{CE}^2 + 2CE.\ \overline{FE}^2 : \overline{CE}^2 = CE + 2FE : CE$, zatém $V - v = \frac{2FE}{CE}$ albo bardzo blizko = $\frac{2FE}{CE}$ V, ponieważ ilości V i v tak się mało różnią w nieznaczney części iak iest $\frac{2FE}{CE}$ żadna prawie nie wydá się różnica czyli będzie dzielone V czyli v. Więc ubyt (decrementum) ciężkości bezwzględnéy uważaiąc ią od bieguna aż ku F iest iak FE, albo (wst p)$^2$ bo CE, i CO są ilościami stałémi. Jest zaś FCA szérokością mieysca F i gdy tę nazwiémy r, będziemy mieli wst p = dost r, zaczém ubyt

ciężkości bezwzględnéy w F będzie bardzo blizko iak $(\text{dost } r)^2$ a gdy w punkcie A szérokość = o, tedy tam będzie ubyt = 1. Odiąwszy więc od tego naywiększego ubytu, ubyt tén, który iest w punkcie F wypada, iż wzrost ciężkości bezwzględnéy biorąc ią od równika A, bardzo iest blizką iak $1 - (\text{dost } r)^2$ to iest iak $(\text{wst } r)^2$.

## §. XIII.

Ciężkość w ziémi od powiérzchni ku srzodkowi ustawicznie się zmnieyszá.

Jeżeli w jakiéy kuli wewnątrz wydrążonéy maiącéy skorupę (corticem) iednorodną grubości EH zewsząd zamkniętéy powiérzchniami kolistémi, maiącémi srzodek C, iest iaka część ciała A, ta ciężąc na powiérzchnią nie porusza się, ale spoczywa. Poprowadziwszy bowiém przez punkt A liniią GE, którąby przecinała powiérzchnie koliste w D, E, F, G, niech będzie DB=BF oczywista iest, iże BE = BG, a zatém DE = FG. Jeżeli więc liniią EA weźmiémy za oś ostrosłupa nieskończénie prawie małego, którá wtył przeciągniona do G, miałaby oś AG, tedy punkt A, kierunkiém AE od części DE, siłą f. DE, a kierunkiém AG, od części FG, siłą f. FG będzie pociągany (9.). Gdy zatém iest FG = DE, więc punkt A, ani ku D ani ku F nié może się poruszać, będąc naglony témi równémi a przeciwnémi sobie siłami. Podobne okazanié służy względém inney liniі prostéy, przez punkt A poprowadzoney, a zatém część A ciążéniém na sko-

Fig. 168.



skorupę poruszać się nié może. Napełniwszy więc wydrążénié (cavum) kuli materyą tą samą, z któréy się składa skorupa, iasna iest rzecz, że punkt D taką wywiéra ciężkość na kulę, iakąby wywiérał, gdyby cała skorupa GEHD była odiętá. Co gdyby nastąpiło, tedy ciężkość iego na kulę wewnętrzną promiénia CD, miałaby się do ciężkości punktu E na kulę iednorodną zewnątrz promiénia CE iak CD: CE (10). Zaczém w każdéy kuli iednorodnéy, a zatém i w ziémi, która prawie kulistą iest, ciężkość w jakiéykolwiek odległości od powiérzchni ku srzodkowi ustawicznie się zmnieyszá, a to w tym stósunku, w którym odległość od srzodka się zmnieyszá; z czego łatwo okazuie się to, cośmy założyli (Roz. III. §. 2.) to iest, że w ziémi iednorodnéy, gdyby była w stanie płynnym, wszystkié słupy (columna) w srzodku ziémi schodzące się równo ważą, ieżeli ich długości są w stósunku odwrotnym, ciężkości w jch końcowych częściach.

## §. XIV.

Srzodek ciężkości ciáł Niebieskich.

Jeżeli dwa punkta, których miąższości są A i B, ciążąc na siebie wzaiémnie w kierunku po linii AB, ustawicznie ku sobie postępować będą, tedy naostatek zeydą się z sobą, w którymkolwiek punkcie swéy drogi n. p. C, który tak iest położony, że będzie AC: BC = B:A. po wyyściu albowiém

Fig. 169.

wiém iakiego bardzo małego czasu t, niech się przeniesie punkt A na a, B na b; oczywistá iest, (byleby tylko czas t był bardzo mały) że siły, którémi miąższości A i B są poruszoné mogą bydź wzięté za równé, będą zatém prędkości nabyté w mieyscach A i B takié, że te miąższości w czasie t mogłyby przebiedź biegiém iednostaynym drogi 2Aa, 2Bb. Zatém te nabyté prędkości będą w stósunku Aa, Bb, a więc i siły piérwiastkowé (elementares) iednostayné (Roz. II. §. 1.) iest więc siła piérwiastkowá v w punkcie A, do siły piérwiastkowéy f, w punkcie B = Aa: Bb. A że też iest v:f=B:A (8.)= AC:BC więc będzie AC:BC=Aa:Bb, i AC—Aa:BC—Bb = AC:BC = aC:bC. Podobnież o drugim innym iakimkolwiek następnym momencie t czasu okazać można to, cośmy okazali o 1szym to iest, że odległość miąższości A i B od punktu stałego i niewzruszonégo C, zawsze zostaie iedna względém drugiéy w tymże samym stósunku AC BC, i gdy nakoniec droga AC będzie przebieżoną, będzie téż razém i w tymże czasie przebieżoną droga BC, to iest, obydwie miąższości razém zbiegną się w punkcie C, ten zaś punkt nazywá się srzodkiém ciężkości ciał, czyli ich miąższości A i B. Wszystkié ciała Niebieskié maią takowé srzodki ciężkości: gdy bowiém są kuliste, a według podobiéństwa z jednorodnéy materyi złożoné, przeto tymże samym sposobém maią się względém siebie, iak gdyby ich miąższości w srzodku zebrané były (11.); przeto ieżeli A iest srzodkiém takiego ciała maiącégo miąższość A, B zaś srzodkiém drugiégo maiącego miąższość B: punkt C na linii prostéy AB tak będzie położony, że A:B = CB: CA, tedy punkt ten będzie wspólnym srzodkiém ciężkości dwóch ciał, i będzie koniecznie nieruchomym, to iest koniecznie w jednem mieyscu zostaiącym, ieżeli te ciała ciężkością swoią odwrotną (reciproca) na linii AB schodzą się.



## §. XV.

Ciała Niebieskié pociągaią się do wspólnégo srzodka ciężkości w stósunku odwrotnym kwadratów z odległości.

Miąższośc A lub B tak bieży, iak gdyby od srzodka ciężkości C była pociągana, w stósunku spacznym kwadratowym ich odległości. Jeżeli bowiém siła piérwiastkowá ciężkości, iaką má cała miąższość A w punkcie A iest v, zaś w punkcie a siła taż iest v', tedy będzie v: v' = $\overline{ba}^2$: $\overline{BA}^2$. Lecz CB: CA = Cb: Ca (14.), a zatém CB + CA: CA = CB + Ca: Ca; i BA: ba = CA: Ca, więc v: v' = $\overline{Ca}^2$: $\overline{CA}^2$. Podobnież ieżeli siła piérwiastkowá ciężkości, iaką ma innego iakiego ciała miąższość B w punkcie B iest f, zaś w punkcie b taż sama siła iest f', tedy będzie f: f' = $Cb^2$: $CB^2$. Przeto tak miąższość A, iako i miąższość B tak bieży,

bieży, iakby była pociąganá od punktu C, w stósunku spacznym kwadratowym odległości, to iednak rozciągać się może do obydwoch razém miąższości: nie iest albowiém v: f = $\overline{BC}^2$ : $\overline{AC}^2$ ale każda miąższość má swoią szczególną pierwiástkową siłę, która tak prawie rośnie i ubywá, iak gdyby miąższość owa ciążyła ku C. To samoby się działo, choćby miąższości A i B inaczéy biegły, byleby tylko srzodek ciężkości C był nieruchomym. Gdy bowiém miąższość A iakokolwiek bieży od A do E, gdzie iego siła piérwiástkowá ciężkości iest v, i razém miąższość B bieży do D, gdzie iéy siłą ciężkości piérwiástkową iest f' srzodek zaś C iest na dáwném swoiém mieyscu; tedy będzie EC: DC = AC: BC, i EC: ED = AC: AB. Aże iest v: v' = $ED^2$ : $AB^2$, więc v: v' = $EC^2$ : $AC^2$; podobnym sposobém okazuie się, że iest f: f' = $DC^2$ : $BC^2$.

## §. XVI.

Ciała Niebieskié w biegu się z sobą nie spotykaiące obrácaią się około powszechnego

Dwa ciała niebieskie, których miąższości są A i B, a które nie spotykaią się z sobą w jednéy linii prostéy, i których wspólny srzodek ciężkości spoczywá, te mówię ciała około tego srzodka biegną po liniiach krzywych tak, iż iedno zawsze iest wprost przeciwległé drugiému względém srzodka ciężkości. Gdy bowiém srzodki tych ciał nie w prostéy linii ku sobie na wzaiém biegą, ich kierunki AE, BD pod pewnym kątém będą nakłonioné do



do linii AB. Lecz ponieważ wzaiémnie na siebie ciężą, przeto oddalaią się ustawnie od tego kierunku, a zatém biegną w liniach krzywych tak, iż srzodek obudwóch zawsze przypada na iednę liniią prostą przez C prowadzoną: własność zaś linii krzywéy, którą miąższość A lub B kréśli, będzie zależała od prędkości i kierunku miąższości. Gdyby bowiém taż miąższość koło srzodka C tak biegła, iak gdyby od niego pociąganá w stósunku spacznym kwadratów odległości (15) oczywistá iest, iżby kréślić mogła koło lub Ellipsę (Rozd. IV. § 4.) Jeżeli zaś iedna miąższosc bieży po kole, tedy i druga także koło kréśli: bo ieżeli odległość CA zawsze iest iednakowá, tedy i odległość CB nié może się odmieniać, ieżeli zaś iedno ciało bieży po Ellipsie, drugie też po Ellipsie biédz musi: bieg zaś iakichkolwiek ciał niebieskich wzaiém na siebie ciążących, które się nie spotykaią tak, iako bieg ciał stałych (continens) Rozd. I. 6.) rozebrać się może na bieg postępny i kołowy, około wspólnégo ciężkości srzodka. Jeżeli bowiém srzodek C bieży czyli nie iest zawsze w jedném mieyscu, daymy, że srzodki A i B wráz ze srzodkiém C zostaią na iakiéy płaszczyznie, któréy każdy punkt má tenże sam bieg, który má i srzodek C ciężkości, iawná iest, że na téy płaszczyznie srzodek C spoczywać będzie, a zatém ciałóm A i

srzodka ciężkości. Fig. 169.

B nie zostanie się inny bieg tylko kołowy około srzodka C.

## §. XVII.

Miąższość xiężyca do miąższości ziémi iest prawie iak 1: 69.

Gdyby tylko sama ziémia obrácała się około słońca, okazaćby można, że iéy srzodek określiłby niedorzutnią czyli Ellipsę. Ale że ziémia blizká iest xiężyca i na niego ciąży, bieg iéy około słońca mocą xiężyca miészá się; ponieważ srzodek ziémi musi się téż razém obracać i około spólnego srzodka wszystkich ciał niebieskich. Ażebyśmy więc ten bieg złożony dokładnie zrozumieli, wystáwmy sobie, że płaszczyzna przechodząca przez srzodek słońca i xiężyca około słońca po Ellipsie, ziémia zaś i xiężyc na téy płaszczyznie około wspólnégo ciężkości srzodka obrácá się (16), a tak oczywistá iest rzecz, że ten srzodek ciężkości, który tylko má bieg wspólny i nié może bydź uczestnikiém biegu kołowégo, że ten mówię srzodek, kréśli Ellipsę czyli niedorzutnią około słońca, srzodek zaś ziémi około niego się obrácá, i dlá tego niekiedy trochę prędzéy, niekiedy powolniéy bieży, niżby biégł, gdyby w rzeczy saméy Ellipsę około słońca kréślił. Przypuściwszy zaś, że sam srzodek ziémi bieży około słońca po Ellipsie i wyrachowawszy podług tego przypuszczénia mieysca widzialné słońca, tedy między mieyscém tak wyrachowaném i mieyscém słońca prawdziwém żadnéy różnicy nie będzie w Nowiach lub Pełniach; gdyż w tén czas liniia SL przez srzodek słońca S, ziémi T, xiężyca L i przez wspólny srzodek ciężkości C xiężyca i ziémi przechodzi. W takim bowiém razie widzimy słońce w témże samém mieyscu z punktu T, iak i z C. Lecz różnica (o któréyeśmy mówili) naywiększá iest, gdy xiężyc iest w kwadrze, gdzie iego srzodek M znayduie się na linii QCM prostopadłéy do SL. Gdy bowiém srzodek ziémi w ten czas iest w Q, różnica między mieyscém słońca wyrachowaném i prawdziwém, równa się kątowi QSC, który według naydokładnieyszych dostrzeżeń blizko kwader w srzedniéy liczbie wynosi do 7, 4". Gdy zaś promień ziémi widziany ze słońca, czyli dwugląd poziomy słońca iest blizko 8, 7," (Wstę. XII. 40.) idzie zatém, że srzodek wspólny ciężkości ziémi i xiężyca, w ziémi przypádá, a gdy QM odległość srzednia srzodka xiężyca od ziémi iest blizko 60 promieni ziémi; zatém kąt MSQ, czyli łuk QM iest = 60. 8, 7 = 522" a przeto CM = 522—7, 4 = 514, 6" i CM: CQ = 69: 1. W tymże samym stósunku iest miąższość ziémi do miąższości xiężyca: bo C iest wspólnym srzodkiém ciężkości obu ciał (14) Ztąd wypádá, że srzodek ziémi kréśli około słońca Ellipsę (7);

Fig. 170.



gdyż

gdyż srzodek ciężkości wspólnéy ziémi i xiężycowi, tak iest blizki srzodka ziémi, iż bieg srzodka ziémi około srzodka wspólnégo ziémi i xiężyca ledwo dostrzeżony bydź może.

## §. XVIII.

Miąższość Słońca.

Sposób wynalezienia miąższości słońca i ziémi iest następuiący: Wystáwmy sobie, że ziémia koło słońca w odległości D, a xiężyc około ziémi w odległości *d* kołuią, w czasach peryodycznych czyli obieżnych srzednich T i *t*, miąższość zas słońca iest S, Xiężyca L, a ziémi M, tedy będą siły wsrzódpędné całkowité v : f, którémi xiężyc i ziémia biegą w stósunku $\frac{MD : Ld}{T^2 \quad t^2}$ (Rozd. I. §. 13.) zatém siły piérwiástkowé wsrzódpędné $= \frac{D}{T^2} : \frac{d}{t^2}$. (Rozd. II. § I.) A że też samé siły wsrzódpędné piérwiástkowé, także są w stosunku prostym iak miąższości, a odwrotnym kwadratów z odległości (8) to iest: iak $\frac{S}{D^2} : \frac{M}{d^2}$ przeto $\frac{S}{D^3} : \frac{M}{d^2} = \frac{D}{T^2} : \frac{d}{t^2}$ i S : $M = \frac{D^3}{T^2} : \frac{d^3}{t^2} = \frac{D^3 t^2}{T^2 d^3}$ : 1. Jest zaś D = 23708 (Wstę. XII. 39.) a srzednia odległość srzodka xiężyca i ziémi d = 59,





94. (Wstę. XII. 39.) a zatém $\frac{D}{d} = 396$ blizko więc $\frac{D^3}{d^3} = 62099136$. Lecz czas T srzedni obieżny ziémi iest = 525969 a zaś t = 39343' zaczém $\frac{t}{T} = 0,0748$ $\frac{t^2}{T^2} = 0,005595$, rozmnożywszy więc tę liczbę przez 62099136 wypadnie 347444, taką więc ilością miąższość słońca przewyższa miąższość ziémi. Porównawszy zaś miąższości słońca, ziémi, xiężyca, z jch obiętościami (volumen) Wstę. XII. 39.40.) okaże się, że ziémia iest gęstszá od słońca i xiężyca.

## §. XIX.

Stósunek sił, którémi morze od słońca i xiężyca iest poruszané.

Stąd wypádá sposób dosyć dokładnégo oznaczénia stó unku sił, którémi morze od słońca i xiężyca ie t poruszoné. Jest bowiém srzednia odległość słońca od powiérzchni ziémi = 23707 a zaś od srzodka ziémi 23708, srzednia odległość xiężyca od powiérzchni ziémi = 59 a od iéy srzodka = 60 prawie. Zaczém siła, którą słońcé pociągá powiérzchnią ziémi = $\frac{347444}{23707^2}$ (18 i 8) a siła, którą słońcé pociąga srzodek ziémi = $\frac{347444}{23708^2}$. Różnica przeto obu sił, którémi się poruszá czyli raczéy

raczéy pociągá morze iest $= 347444 \left(\frac{23708^2 - 23707^2}{23707^2 \times 23708^2}\right) = \frac{347444 \times 47415}{23707^2 \times 23708^2}$. Podobnym sposobém znayduie się siła, którą xiężyc pociągá morze $= \frac{60^2 - 59^2}{69 \cdot 59^2 \cdot 60^2}$

(17) $= \frac{119}{69 \cdot 59^2 \cdot 60^2}$ Przeto siła xiężyca będzie się miała do siły słońca $= \frac{119 \cdot 23707^2 \cdot 23708^2}{47415 \cdot 347444 \cdot 69 \cdot 59^2 \cdot 60^2}$ : 1. Jest zaś

l. 119 = 2,0755470. a zaś l 47415 = 4, 6759157
2 l 23707 = 8,7497532. l 347444 = 5, 5408848
2 l 23708 = 8,7497898. l 69 = 1, 8388491

19, 5750900.
— 19, 1536560.

0, 4214340 = l, 2,64, 2 l 60 = 3, 5563024

19, 1536560

Zaczém siła, którą xiężyc pociągá morze, blizko 2, 64 razy większá iest od siły słońca, co bardzo zgádzá się z doświadczéniém. Porównywaiąc bowiém między sobą wylewy (fluctus) w punktach pro tległości i kwadr (Rozd. IV. § 14.) znaleziono, że siła xiężyca przewyższá siłę słońca w pociąganiu morza blizko $2\frac{1}{2}$ razy.

§ XX.



## §. XX.

Rok ustępny (*anomalisticus*) zwrotny (*tropicus*) i obieżny (*periodicus*

Gdyby sama tylko ziémia i xiężyc obracały się około słońca, tedy srzodek ciężkości spólny obu tym ciałóm na téyże samey Ellipsie znayduiący się zawsze postępowały około srzodka ciężkości spólnégo słońcu, ziémi i xiężycowi a położonégo w ognisku téyże Ellipsy, który to spólny srzodek, że daleko mniéy odległy iest od srzodka słońca, niżeli srzodek ciężkości spólny ziémi i xiężycowi od srzodka ziémi, łatwo zrozumieć można. Lecz że i inné Planety obracaią się około słońca i ciężą na słońcé i na ziémię, a zatém bieg srzodka ciężkości ziémi i xiężyca lubo mało, wszelako niekiedy przyspieszaią, a niekiedy spozniaią; (Rozd. IV. § 18.) Stąd wypadá, że ta Ellipsa, którą tenże srzodek kréśli wraz z liniią *odstępów* (absides) odmiénia ustawnie położénié swoie, chociaż bardzo zwolna; to iest zdaie się, iż *odsłonécznik* ziémi (*aphelium*) nieiako postępuie corocznie podług porządku znaków niebieskich ilością 1′ 5 $\frac{1}{2}$″ a zatém rok ustępny to iest czas, w którym ziémia oddaliwszy się od słonecznika znowu do niego powráca dłuższy iest ilością 20′ 35″ niżeli rok zwrotny, który má w sobie 365 dni 5 god. 48′ 45″ $\frac{1}{2}$ (Wstę. XII. 4.) a w którégo przeciągu ziémia z pewnégo punktu *Rocznokręgu* (Ecliptica) n. p. z punk

z punktu porównań *(aequinoctiorum)* wyszedłszy, do tegoż samego punktu znowu powraca. Że zaś płaszczyzna równika (aequator) nie zupełnie iest niewzruszoną, przeto liniia porównań czyli przecięcie płaszczyzny równika z płaszczyzną rocznokręgu corocznie ilością 50, 3″ cofá się, to iest od wschodu na zachód zdaie się ustępować, który bieg nazywá się *cofaniem się punktu porównań dnia z nocą* (praecessio aequinoctiorum) dlá takowégo biegu rok zwrotny kończy się w przód niżeli słońcé do téyże saméy stałéy gwiazdy znowu powróci, to iest przed skończonym rokiém obieżnym, czyli rokiém gwiazdowym *(annus sidereus)* Ten więc rok dłuższy iest od zwrotnégo 20′ 26″ a zatém zawiéra 365 dni 6 god. 9′ 11″.

## §. XXI.

Cofanié się *(præceſsio)* punktów porównań dnia z nocą i kołysanié się *(nutatio)* osi ziémskiéy.

Gdyby ziémia była zupełnie kulą, na tén czas nie byłoby cofania się punktów porównań dnia z nocą, gdyż wtedy ziémia takby ciążyła na słońcé i xiężyc, iakby cała iéy miąższość była w srzodek zebraná, (§ 11.) a zatém ani oś ziémi, ani płaszczyzna równika, żadnéy nie podlégałaby odmianie. Lecz że ziémia iest nieco spłaszczoną kulą (sphaerois) wyniesioną pod równikiém, a równik przecina rocznokrąg pod kątém 23°, 28′ łatwo zrozumieć można, że iéy się to zdarza, co i xiężycowi z podobnéy przyczyny.

Przy-



Przypuśćmy bowiém, że miąższość ziémi iest zebraná w jéy srzodek, i że mały iaki xiężyc (satelles) około niéy bieży na płaszczyznie równika ziémskiégo, oczywistą iest z tego, cośmy wyżéy wyłożyli (Rozd. IV. § 15. 16.) że węzły tego xiężyca, przez działanié słońca i xiężyca ustawicznie cofać się będą. Tenże sam skutek okazuie się w innych iakichkolwiek xiężycach, któréby się obracały na tymże równiku, a zatém w jakimkolwiek pierścieniu (annulus) stałym, wyniesionym nad równik i obracaiącym się około osi ziémi. Aże w rzeczy saméy wystawiámy sobie, że równik ziémski takim pierścieniém iest opasany, który razém z ziémią ustawnie obraca się około osi ziémskiéy; węzły więc tego pierścienia czyli punkta, w których oś iéy przecina rocznokrąg, to iest punkta porównań dnia z nocą ustawicznie się, chociáż zwolna cofaią; gdy więc tak całéy płaszczyzny równika położénié ustawicznie się odmiéniá, dlá téy przyczyny i oś ziémská położénié swoié także odmiéniá i nie zawsze iest saméy sobie równoległą. Tén zaś bieg náywięcéy pochodzi od siły xiężyca, którégo droga do równika ziémskiégo pochyloná iest pod kątém nie zbyt małym, i którégo siła w tém poruszéniu z téyże samey przyczyny, co i w wyléwach morza większá iest od siły słońca,

w stó-

w stósunku prawie $2\frac{2}{3}$: 1 (19) A że nachylénié drogi xiężyca do płaszczyzny równika odmianie podlégá od $18\frac{1}{3}°$ aż do $28\frac{2}{3}°$, toć cofanié się punktów porównań dnia z nocą nie iest iednostayne, i w przeciągu blizko 19 lat, w których węzły xiężyca drogę swoią przebiégaią (Rozd. IV. § 16.) naywiększé iest około 58″ na rok a naymnieyszé 43″ na rok. Tę zaś nierówność w cofaniu się punktu porównań, albo w biegu osi ziémskiéy, nazwano kołysaniém czyli ważéniém się osi ziémskiéy. Prócz tego przez działanié słońca i xiężyca i nachylénié równika do rocznokręgu w dwóch latach na przemiany, dwa razy rośnie i dwa razy ubywá lecz bardzo nieznacznie (Rozd. IV. § 17.) Jest ieszcze i inné zmnieyszénié pochyłości rocznokręgu, pochodzące od działania planet, które iednak zmnieyszénié w przeciągu całego teraźnieyszégo wieku do 56″ tylko dochodzi.

## §. XXII.

Skutek cofaniá się punktów porównań dnia z nocą.

Piérwszy był Hipparchus, który około roku 134 przed N. C. dostrzégł cofaniá się (*praecessio*) punktów porównań dnia z nocą, cofaniá te znacznie wpływaią w odmianę długości (longitudo) zboczéń (declinatio) i wznoszéń prostych (ascensio recta) wszystkich gwiazd (Wstę. XII. § 17. 21. 22.) i dla tego rozróżnić potrzeba znaki niebieskié od gwiazdozbiorów (constellatio) tegoż nazwiska: rocznokrąg bowiém dzieli się na części równych 12, które znakami nazwano, i piérwszy punkt znaku Barana, od którégo zaczyna się tén podział, przypada w punkcie przecięcia się równika z rocznokręgiém; Za czasów Hipparcha punkt tén przecięcia w rzeczy saméy był w początku znaku barana i wszystkié w szczególności podziały rocznokręgu odpowiadały w szczególności gwiazdobiorom tegoż samego nazwiska; i tak znak Byka gwiazdobiorowi Byka, Lew gwiazdobiorowi Lwa i t. d, lecz w przeciągu lat 1920 początek ow znaków rocznokręgu cofnął się blizko na 27°, stąd łatwo zrozumieć, dla czego, gdy słońcé iest w znaku Barana, my go widzimy w znaku Byka, to iest w tym punkcie Nieba, gdzie znak Byka za czasów Hipparcha przypadał: gdy iest w znaku Byka, widzimy go w znaku Bliźniąt i t d; gwiazda też biegunowá położénié swoie ustawicznie odmienia i inné gwiazdy do piérwszégo swego położenia względém punktów porównań nie prędzéy powrócą aż w przeciągu 25000 lat.



# ROZDZIÁŁ VI.

## *o budowie Świata.*

## §. I.

Planety wyższe i

Ponieważ ziémia obracá się około słońca, należy więc do liczby planet; inné

niższe. planety względém ziémi dzielą się na niższé, to iest bliższe słońca i wyższé, niższémi są: Merkuryusz ☿ Wenus ♀, wyższé zaś są: Mars ♂, Jowisz ♃, Saturn ♄ Uranus ♅. Fig. 171. Te planety nazywaią się głównémi, które kraża około słońca, inné zaś które kołuią koło tychże planet, nazywaią się planetami drugiémi (*Planetae secundarii*) czyli xiężycami iako n. p. xiężyc ziémski: planety niższé zdaią się towarzyszyć słońcu. Jeżeli bowiém S, iest srzodek słońca NVM droga Merkuryusza, lub Wenery, T mieyscé ziémi ♁; tedy się okáże, że poprowadziwszy liniie TN, TM, styczne do drogi NVM, planeta nigdy w większéy odległości nie będzie od słońca widzianym z ziemi, iak pod kątém STM, lub STN, który kąt nazywá się kątém náywiększego oddaleniá planety (*maxima elongatio*). Zaczém gdziekolwiek ziémia będzie zawsze z niéy widzieć będziemy planetę w granicach kąta NTM, a zatém zawsze blizko słońca, iuż z prawéy, iuż z lewéy strony, a czasém na saméy płaszczyznie słonecznéy. Przeto Merkuryusz i Wenera, nie inaczéy przez niejaki czas, albo przed wschodém słońca, albo po iego zachodzie widzianémi bydź mogą, w czasie zaś náywiększéy blizkości przy słońcu, dlá iego blasku ledwie ié widzieć można, chyba na saméy płaszczyznie słońca, przez które niekiedy przeyście ich postrzegámy na-

kształt



kształt plam czarnych. Prócz tego, te planety odmieniaią postaci swoie tak, iak xiężyc ziémski, i tarcza ich z ziémi widziana bywá niekiedy cała, niekiedy tylko w części swoiéy. Wenera ieżeli przed wschodém słońca iest widzialna nazywá się *Jutrzenką* (lucifer) ieżeli zaś po zachodzie słońca (Hesperus) gwiazdą wieczorną zowié się. Odległość zaś planety niższégo, może bydź oznaczona z dostrzeżénia náywiększéy iego od słońca odległości. Wziawszy bowiém drogę planety za koło zupełné i poprowadziwszy promiéń SM, który iest prostopadły na MT, będzie SM: ST = wst STM: 1, to iest odległość planet od ziémi, má się do odległości ziémi od słońca, iak wstawa kąta náywiększégo STM, do wstawy całéy.

## §. II.

Biegi pozorné planet wyższych.

Co do wyższych planet, té nie zawsze w blizkości słońca, ale niekiedy na przeciw niego są przeciwległe: Niech bowiém VNFM będzie droga ziémi około słońca S, a zaś w punkcie T iaki planeta wyższy, poprowadziwszy przez punkta S i T liniią prostą AF, i styczne NTB, iasno się okazuie, że gdy ziémia przychodzi do punktu F, słońcé S iest w złączéniu (*conjunctio*) z planetą T, a w przeciwległości (*oppositio*), gdy ziémia iest w mieyscu V, gdy zaś ziémia postępuie z mieysca V przez D ku N, wtedy zdawać się będzie, iż planeta postępuie od A do B, a gdy ziémia

mia będzie około punku N, wtedy planeta wydawać się będzie stoiący, gdy zaś ziémia z mieysca N idzie ku E wtedy planeta zdaie się znowu cofać od B ku A, tak różné te biegi pozorné, które uważamy w planetach wyższych, łatwo tłumaczą się przez bieg ziémi. Odległość zaś planety iakiégo wyższégo od słońca oznaczoną bydź może z dostrzeżonéy wielkości iego srzednicy pozornéy w czasie złączénia i przeciwległości. Niech będzie stósunek dostrzeżony srzednicy pozornéy, iak m: n, tedy będzie VT: ET = m: n = ST — VS: ST + VS a zatém 2ST: 2VS = n + m: n — m, i $ST = \frac{n+m}{n-m} VS$; można także w Jowiszu i Saturnie, przez zamiénienie ich xiężyców i położénie ciénia, oznaczyć kąt HTA albo DTS, który iest między liniią SA, na któréy iest mieyscé planety widzianégo ze słońca czyli mieyscé iego *wspólsrzodkowé ze słońcém* (locus planetae heliocentricus) i między liniią DH na którą przypada mieyscé planety widzianégo ze srzodka ziémi, czyli iego *mieyscé z ziemią wspólsrzodkowe* (locus Geocentricus) kąt TDS, czyli naywiększé oddalénié planety może bydź dostrzeżony, a tak z wiadomych wszystkich kątów tróykąta TDS można oznaczyć stósunek boków. Tak doydziémy stósunku odległości DS ziémi od słońca i odległości TS planety wyższégo od słońca.

§. III.



## §. III.

Wszystkié te planety po drogach Elliptycznych, prawie kolistych kraża, czyli raczéy około wspólnégo ciężkości srzodka słońca i wszystkich planet znayduiącego się w ognisku tych Ellips, które różnie się nachylaią do płaszczyzny rocznokręgu. Wziąwszy zaś odległość srzednią ziémi od słońca za 1, wypadło z naydokładnieyszych dostrzeżéń, iż iest:

Odległość planet od słońca i pochyłości ich drog.

| | Naywiększá odległość od słońca | Náymnieyszá odległość od słońca | Pochyłość drogi do rocznokręgu | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ♄ | 10, 07147. | 9, 00727. | 2° | 30′ | 20″ |
| ♃ | 5, 45375. | 4, 94821. | 1° | 19′ | 10″ |
| ♂ | 1, 66587. | 1, 38151. | 2° | 9′. | 0″ |
| ☿ | 0, 72843. | 0, 71318. | 3° | 23′ | 20″ |
| ☉ | 0, 46670. | 0, 30750. | 7° | 0′ | 0″ |

## §. IV.

Prócz tego, wszystkié planety tak główné, iako i ich xiężyce od zachodu na wschod, drogami swémi bieg maią, i w tymże samym, co słońcé kierunku około swoich osi obracaią się. *Liniie węzłowé* (Lineae nodorum) którémi drogi planet przecinaią płaszczyznę rocznokręgu, iako téż i liniie odstępów (absides) we wszystkich planetach zwolna postępuia. Rozróżnić w nich ieszcze należy, z przyczyny cofania się *punktów porownań dnia z rocą* obieg

Czas srzedni obiegu planet.

obieg zwrotny (*revolutio tropica*) od gwiazdowégo (*Siderea*) (Roz. V. §. 20.) a oba té obiegi rozróżnić należy od obiegu dobieżnégo (*sinodica*) który się rachuie od złączénia się ze słońcém do powrotu na ténże sam punkt.

| | Obieg gwiazdowy | Obieg zwrotny | Obieg dobieżny |
|---|---|---|---|
| ♄ | 10761 d 14g 36′ 42″; | 10749 d 7g 21′ 50″; | 378 d 2g 8′ 8″ |
| ♃ | 4332 d 8g 51′ 26″; | 4330 d 8g 58′ 27″; | 398 d 21g 15′ 45″ |
| ♂ | 686 d 23g 30′ 43″; | 686 d 22g 18′ 27″; | 779 d 22g 28′ 26″ |
| ♀ | 224 d 16g 49′ 13″; | 224 d 16g 41′ 32″; | 583 d 22g 7′ 6″ |
| ☿ | 87 d 23g 15′ 37″; | 87 d 23g 14′ 26″; | 115 d 21g 3′ 22″ |

Obieg zwrotny Urana nowégo planety blizko 30316 dni.



## §. V

Srzednice planet.

Troiaka w planetach uważá się srzednica: naymnieysza, srzednia i naywiększa. Jeżeli srzednicę ziémi srzednią za iedność weźmiém, tedy następuiące srzednice będą Fig. 172. *Urana* 4, 454, *Saturna* 9, 98. *Jowisza* 11, 26 *Marsa* 0, 66. *Wenery* 0, 96. *Merkuryusza* 0, 41; miąższości zaś tych planet podług rachunków naydowodliwszych maią się do miąższości 1, ziémi: *Saturna* iak 106, 9. *Jowisza* iak 340; *Marsa* blizko iak 0, 22, *Wenery* iak 1, 17, *Merkuryusza* iak 0, 14. Podzieliwszy te liczby przez sześciany srzednic, wielorazy będą iak gęstości planet, skąd się pokazuie, że Merkuryusz, Wenera, ziémia i Mars są gęstsze od słońca, Jowisz zaś i Saturn rzadszé, ogólnie zaś docieczono, że planety tém są gęstszé im bliższé słońca. Co się tycze Saturna srzednica iego kuli ma się do srzednicy naywiększéy iego obręczy, iak 3 : 7. Przeciąg zaś mieysca, między pierścieniém i iego kulą zewsząd stron, równa się szerokości samego pierścienia, który to pierścień do płaszczyzny drogi Saturna blizko na 30° iest pochylony.

## §. VI.

Plamy na słońcu i planetach.

Na słońcu, na które gołém okiém bez uszkodzénia wzroku zapatrywać się nié można, tylko przez szkła zafarbowané, lub zakopcone, widzieć się prawie zawsze daią plamy czarné, niby mgłą powleczoné nie-

nieforemnégo kształtu, zmnieyszaiące się, których szerokość niekiedy 3 razy iest większá od srzednicy ziémi. Te plamy w 14 dni płaszczyznę (*). Słońca krzywą drogą zdaią się przebiégać, i na zachodnim słońca brzegu znowu widzieć się daią, lecz takim sposobém, iż pewnie stąd wnosić można, że one są na samém słońca powiérzchni, i że słońcé obracá się ku zachodowi około osi pochylonéy do płaszczyzny rocznokręgu pod kątém blizko $82\frac{1}{2}°$ w przeciągu 25 dni 12 godzin. Na płaszczyznie także Jowisza widzieć się daią nieiakié plamy odmiéniaiące, czyli raczéy nieiakié strefy ciémné (fasciae) do rocznokręgu równoległé, których ruch uczy nas, że tén naywiększy planeta w 9 godzin 57′ około swéy osi prawie prostopadłéy do płaszczyzny rocznokręgu obracá się, to iest pod kątém blizko 87°; przeto ten planeta daleko prędzey obraca się niż ziémia, i dlá tego bardziéy iest przy swoich biegunach spłaszczony, gdyż oś iego má się do srzednicy równika, iak 13: 14, skąd dowodliwie wypadá, że i ten planeta z razu był płynnym. Na płaszczyznie także Marsa przez przeziérniki różné wielkié plamy dostrzeżono,

(*) Lubo słońcé iest w samém rzeczy okrągłe, że iednak każde ciało okrągłe, zdaleka zwłaszcza widziane, wydaie się nám iak płaskié, z téy przyczyny część słońca widziana, nazywá się płaszczyzną po łacinie *discus*.



żono, które dowodzą, że tén planeta w czasie 24 godzin blizko 40′ obracá się około swéy osi nachylonéy do płaszczyzny iego drogi pod kątém 61°, 18′. Też samé dostrzeżoné są plamy na Wenerze, z których się pokazuie, że ten planetą obracá się około swéy osi w czasie 23 godzin 20′; ziémia téż nasza obracá się około swéy osi, w czasie 23 godzin 56′ $3\frac{1}{2}''$. Co się Merkuryusza, Saturna i Urana tycze, tedy *iwszy* z nich tak iest blizki słońca, drugié dwa tak daleko, iż na ich płaszczyznach żadnych plam doyrzéć nié możémy, nie wiémy zatém z pewnością, czyli się około swych osi obracaią lub nie; wszelako iest rzeczą dowodliwą, że i te planety tak iak i inne około swych osi obracaią się.

## §. VII.

Światło zwiérzokresowé (lumen zodiacale)

Dowodliwą iest rzeczą, że planety tak iak i ziémia maią swoie powietrzokręgi (*Athmosphaera*), równie i słońcé otoczoné iest wielkim powietrzokręgiém, który daleko iest wyżéy około równika słońca, niż około iego biegunów, dlá niezmiernie szybkiégo obracania się słońca na osi swoiéy. Światło bowiém to, dlá tego zwiérzokresowém (*Zodiacale*) nazywaią, że zawsze na rocznokręgu pokazuie się, pochodzi zaś podług mniemania niektórych Fizyków od tegoż powietrzokręgu, promieńmi słońca oświéconégo. To światło w Kraiach między zwrotnikami codziénnie

przed

przed wschodém albo po zachodzie słońca pokazuie się niekiedy prostopadłe na poziom, w kształcie ostrosłupa biáławégo, którégo oś znayduie się na samey płaszczyznie równika słońca pochylonégo do rocznokręgu pod kątem $7\frac{1}{2}^{\circ}$ wzdłuż niekiedy do 100° niekiedy do 45° tylko w szérz zaś przez 8° aż do 30° rozciąga się. U nas i we wszystkich innych kraiach od równika oddalonych światło to dla swéy słabości, ledwo bywá dostrzeżoné, tylko około czasów porównań dnia z nocą w miesiącach Marcu i Pazdzierniku, gdzie trwałość świtu i mroku (*crepusculum*) iest naymnieysza, ponieważ w innych porach roku od świtu i mroku ledwo bydź może rozróżnioné. W czasie wiosny, przy wschodzie słońca znaki północné rocznokręgu są ku wschodowi, a zatém pod poziomém naszym, a znaki południowe nad poziomém. Gdy zaś te bardzo mało wstępuią nad nasz poziom, światło też zwierzęćcowé, chociaż w tén czas dosyć iest wzniesioné nad poziom, z rana nie bywá widziané ale przy zachodzie słońca światło słoneczné rozlané po znakach; północné widzieć się daie, chociaż w tén czas bardzo mało nad poziom iest wyniesioné. W jesieni z podobnéy przyczyny światło zwierzokresowé rano ani przed wschodém słońca, ani po zachodzie widzieć się nie daie.

§. VIII.



## §. VIII.

Przeyście Wenery przez płaszczyznę słońca.

Merkuryusz i Wenera niekiedy przechodzić się zdaią przez płaszczyznę słońca nakształt plam czarnych, a z nich Merkuryusz częściéy, Wenera zaś rzadko, Merkuryusz do końca tego wieku dwa razy, Wenera zaś ani raz na płaszczyznie słońca widzianą nie będzie. Ostatnie przeyście Wenery było R. 1769, naybliższé będzie R. 1874. Przeyścia takowé przez płaszczyznę słoneczną, osobliwie przeyścia Wenery wielkiéy są wagi, gdyż służą do oznaczénia dokładnégo prawdziwéy odległości słońca od ziémi. Niech będzie S srzodek słońca, AB droga Wenery, DE droga ziémi, oczywista rzecz iest, ieżeli srzodek ziémi iest w D, Wenera zaś w punkcie A linii prostéy SD, tedy Wenera ze srzodka ziémi wydawałaby się w punkcie S; lecz ieżeli srzodek ziémi w czasie iakimkolwiek t przyydzie do E a razém srzodek Wénery do B, tedy ten srzodek zdawać się będzie ze srzodka ziémi w F pod kątém SEF, który przypuśćmy, że iest równy półsrzednicy widzialnéy słońca 16′ 3″ (Wstęp XII. 40.) Jest zaś SE: SB blizko iak 1: 0, 72 (§ 3.) A że i kąty ESB albo GSB i GEB są bardzo małe, będzie prawie SB, + BE = SE a zatém SB: BE = 0, 72: 0, 28 = wst GEB: wst GSB = GEB: GSB; ponieważ kąty małe tak się maią do siebie, iak ich wsta-

Fig. 173.

wy.

wy. Zaczém 0, 72: 0, 28 = 16, 05': GSB a zatém GSB = 6, 24'. Gdy zaś łuki AB i DE czyli kąty DSE i ASB w jednymże czasie *t* są przebieżone od ziémi i od Wenery, a wenera swoią drogę odprawia we 19415692", ziémia zaś w 31558151" (§ 4. i Rozd. V. § 20.) będzie prędkość kątowa (*velocitas angularis*) Wenery do prędkości kątowéy ziémi prawie iak 1, 6: 1 więc ASB : DSE = 1, 6: 1 = 8: 5 = ASB: ASG: Zaczém 8: 3 = ASB : ASB — ASG = ASB : GSB, a zatém ASB = $\frac{8}{3}$ GSB = $\frac{8}{3}$ 6, 24' = 16, 64'. Gdy więc Wenus w przeciągu 15" czasu iednę sekundę drogi swoiéy przebiéga, musi w czasie 4 godzin blizko przeyśdź kąt ASB. W tymże samym czasie ze srzodka ziémi zdawać się będzie przebiégać półsrzednicę słońca, a zatém całą słońca srzednicę przebieży w czasie 8 godzin blizko.

## §. IX.

Jak z przeyścia Wenery dochodzimy dwuglądu (*parallaxis*) słońca.

Z którégokolwiek punktu n. p. C powiérzchni ziémi znayduiącego się na stronie lewéy srzodka E, widzieć się daie Wenera na linią CBH, a zatém od brzegu słońca (na którym wydawałoby się postrzégaczowi, gdyby tén znaydował się we srzodku ziémi) iuż oddalona iest przeciągiém FH, którego miara iest kat FCH = PCB, czyli różnica między dwuglądami Wenery CBE i słońca CFE, odpowiadaiącémi wysokości punktu F względém mieysca



sca C, (Wstę. XII. 32.) przeto na takiém mieyscu Wenera prędzéy zdawać się będzie schodzić ze słońca, a niżeli uważana ze srzodka ziémi, iako też prędzéy wchodzić na słońcé. Przeciwnie zaś ieżeli mieyscé C iest po prawéy stronie srzodka E, tedy tam przeyście Wenery poźniéy się zaczyna i poźniey kończy, niż widziane ze srzodka ziemi. Gdy więc ziémia obraca się około swéy osi w tymże samym kierunku od Q do R, w którym bieży po swéy drodze od D ku E, przeto niektóre mieysca od słońca oświécone porywane nieiako są przez tén obrót około osi, od prawéy ku lewéy stronie tak, iż n. p. mieyscé f, które było w początku przeyścia po prawéy stronie srzodka ziémi w I, ku końcowi mieysca tego, po upłynieniu 8 blizko godzin, będzie po lewéy stronie w M, zaczém we wszystkich takowych mieyscach przeyście Wenery poźniéy się zaczyna a prędzéy się kończy, niżby się zdawało patrzącému ze srzodka ziémi, a zatém w mnieyszym przeciągu czasu odbywa się. Lecz mieysce N blizko bieguna oświécone, gdzie wtedy albo żadnéy nié masz nocy, albo iest tak krótka, iż w wieczór przed zachodém słońca początek przeyścia Wenery a po wschodzie słońca rano dnia następuiącego koniec przeyścia dostrzeżony bydź może, tam początek przeyścia Wenery

Fig. 173.

Fig. 174.

iest

iest po lewéy stronie srzodka ziémi, a koniec po prawéy, a zatém prędzéy tam zaczyna się przeyście, poźniéy się kończy i dłużéy trwá, niż gdyby było widziane ze srzodka ziémi. Ta zaś nierówność trwania przeyścia Wenery na różnych mieyscach ziémi (iakeśmy powiedzieli) pochodzi od różnicy dwuględów Wenery i słońca, których stósunek wiadomy iest z wiadomégo stósunku między odległościami Wenery i Ziémi od słońca. Stąd się łatwo okazuie, iż z dostrzeżonéy téy nierówności czasu trwania przeyścia Wenery doyśdź można dwuględu słońca z zupełną dokładnością, gdyż nierówność ta dla powolnégo posuwania się Wenery po słońcu (chociaż Wenera nie przez sam srzodek płaszczyzny słonecznéy przechodzi) wszelako, że do 20' i więcéy, czyli do 1200" i daléy zayśdź może, tak albowiém choćby w dostrzeganiu omyliło się dwiéma sekundami czasu, przez tę atoli omyłkę ledwo 600tną częścią uchybiłoby się w pewności całkowitégo dwuględu słońca.

## §. X.

Komety ciężkością powszechną krążą około słońca.

Oprócz Planet ieszcze i Komety krążą około słońca, z tą iednak różnicą od planet, że nie tylko na zwierzokresie bieg swóy odbywaią (Wstę. XII.) ale i po innych nieba mieyscach, nie tylko od zachodu na wschód, ale i w innych kie-



kierunkach, i że ich srzednica pozorna, iuż się powiększa, iuż znowu zmnieysza, w reszcie niewidzialną, na koniec, że przez krótki czas bydź mogą widziane, a częstokroć słabém tylko błyszczą światłém, które niby mgłą okryte, ogónem ich nazywá się. Ogóny komet zawsze się pokazuią w stronie od słońca odwróconéy, tak zaś są subtelné, iż przez nie gwiazdy stałe widziane bydź mogą, niekiedy są krótkie, niekiedy bardzo długie, czasém proste, a niekiedy téż nakrzywioné, niekiedy samé ogóny widzieć się daią, a ciała komety nie widać. Piérwszy *Newton* okazał, że komety podług tych samych praw ciężkości powszechnéy, co i planety biegi swoie około słońca S odbywaią po Ellipsach bardzo podłużnych. I tak komety z mieysc od ziemi nayodległeyszych przychodzące, gdy się ku swému Dosłonecznikowi A zbliżaią, zaczynaią bydź widzianémi, daléy zanurzywszy się w promiéniach słonecznych nikną, wychodząc z nich znowu się pokazuią, a coráz bardziéy oddalaiąc się od swégo *Dosłonecznika* A zbliżaiąc się zaś ku *Odsłonecznikowi* B światło ich się zmnieysza i na koniec z oczu nikną. Że zaś światło ich iest bardzo słabe, przeto z ziémi T nié mogą bydź widziane, tylko w małym drógi swoiéy przeciągu, który ledwo przewyższać zdaie się odległość Jowisza od słońca, a stąd się po-

Fig. 175.

pokazuie, że trudną i częstokroć niepodobna iest rzeczą, aby z tak małéy części drogi komety, którą postrzegać możémy, całą drogę komety dokładnie oznaczyć.

## §. XI.

Czas obieżny (*periodicus*) komet przez rachunek dochodzić się może.

*Halley* sławny Astronóm Angielski przed stém lat przeszło żyiący, czas obieżny iednego komety, sposobém *Newtona*, przez rachunek oznaczył, okazał on że ten kometa R. 1531 dnia 24 Sierpnia R. 1607 dnią 28 Pazdziernika i R. 1682 dnia 14 Września był w swoim dosłoneczniku i przepowiedział, że tenże sam kometa znowu około R. 1757 miał się pokazać. Dowiódł potém sławny Jeometra Francuzki, *Clairaut* roztrząsnąwszy rachunki Halleia, że tén kometa dopiéro R. 1759 miał bydź widziany, co téż sam skutek stwiérdził. Był bowiém R. 1759 dnia 12 Marca w swoim dosłoneczniku widziany, między Merkuryuszém i Wenerą. Czas iego obiegu iest 76 lat $6\frac{1}{2}$ Miesięcy, a zatém będzie znowu widziany R. 1835. Inny Kometa, który się pokazał R. 1661 podług Halleia miał powrócić w R. 1789, czyli iednak powrócił czyli nie, Astronomowie z pewnością nie wiedzą. Porównywaiąc zaś z sobą wszystkié komety, które postrzégali Astronomowie, dowodliwą iest rzeczą, że czas obieżny wielu komet iest kilkaset lat, tak iż komety widziane R. 1759 czas obieżny



żny dla téy tylko przyczyny mógł bydź dokładnie dostrzeżony, iż był tak krótki. Im bowiém dalszy iest odsłonecznik komety, tém część owa drogi, w któréy kometa widziany bydź może mnieyszą iest względém całkowitéy drogi komety, a zatém trudniéy z tak małéy części całą drogę komety doskonale oznaczyć.

## §. XII.

Wielka liczba komet.

Wszystkié komety do tych czas dostrzeżone w dosłoneczniku swoim bliżéy słońca były niż Jowisz. Niektóré z nich tylko przez przeziérniki bydź mogą widzianémi, ale częstokroć chociaż blizkie ziémi, nawet przez przeziérniki dostrzeżoné bydź nié mogą. Jeżeli bowiém maią znaczną szérokość południową, tedy się albo ukrywaią pod naszym poziomém, albo około złączénia się ze słońcém zanurzaią się w jego promieniach. Skąd niekiedy w czasie wielkich zacmień słońca, komety blizko niego postrzegano, ktorych przed i po zaćmieniu widzieć nié można było. Inné komety w śrzód lata, kiedy mrók, wieczór trwá aż do rana, albo w zimie, gdy niebo częstokroć przez wielé dni iest pochmurné, lub oświéconé od xiężyca będącégo w pełni, do ziémi się zbliżaią i z tych przyczyn nié mogą bydź widzianémi. Są także komety tak małe, iż tylko prawie przypádkiém przez przeziérniki bydź mogą dostrzeżoné. Bardzo więc dowodli-

wą iest rzeczą, że my ledwie czwartą część komet widzieć możémy z tych, które są do ziémi zbliżoné tak, iż mogą stać się widzialnémi. I ponieważ podług dostrzeżéń w tym wieku uczynionych, srzednią biorąc proporcyą w rok dwie komety do ziémi się zbliżaią. Wziąwszy zatém srzedni czas obieżny tych komet lat 300, (który daleko większy iest) wypáda, że około naszego słońca iest przynaymniéy 600 różnych komet, które bardzo zbliżaią się do ziémi. Iak więc znaczna liczba komet bydź musi, których nie widzimy, dla wielkiéy ich odległości od ziémi, gdy cała droga ziémska, iest prawie tylko punktém względém drogi Urana. Czyliż nie dowodliwą iest rzeczą, iż wiele tysięcy komet bydź może w naszym *Układzie słonecznym* (Systema solare).

## §. XIII.

Przyrodzé nié komet.

Własności, które we wszystkich planetach dostrzégamy, są do siebie podobné, a zatém dowodliwą iest rzeczą, że i inné ich własności, chociáż ich nie dostrzégamy są także do siebie podobné; stąd wnosimy, że wszystkié planety maią gory, doliny, morza, rzéki, a podobno i mieszkańców. Lecz przeciwnie zdaie się, iż komety mieszkańców nié maią: są bowiém całe różné od planet w biegu, kształcie, świetle, i t. d. Niezmiernym okrążané powietrzokręgiém, zdaie się, iakoby po większéy części z mgły tylko składały się, stąd wypáda, że częstokroć są miąższości bardzo rzadkiéy względém swoiéy obiętości. I tak komety Roku 1744 ciało podłużné, które nazwać można z Łacińskiégo (nucleus) iądrém blizko 8 razy przewyższało wielkością swoią Merkuryusza, wysokość zaś tego komety powietrzokręgu wynosiła się prawie do 8000 mil, a długość ogóna była do 7,000,000, mil, iednakowoż tak ogromné ciało, żadnéy nie sprawiło odmiany w biegu Merkuryusza, chociáż tak był blizki od niego; z czego się pokazuie, że miąższość tego komety była bardzo mała; prócz tego, komety tak częstokroć rozpalaią się blizko słońca, iż dostrzédz można z nich wychodzące ogniste dymy, a ich iądro nieiako rozrywaiące się, albo znacznie zmnieyszaiące się. Jakżeby więc ciała takie mogły bydź zamieszkané?



## §. XIV.

Gwiazdy stałé dzielą się podług różnéy żywości światła na gwiazdy 1*wszéy* 2*giéy* 3*ciéy* 4*téy* 5*téy* 6*téy* i t. d. wielkości. Niektóre z nich mocném iaśnieią światłém, niby migaią się (scintillant) tak, iż przez żywość światła, łatwo ich rozeznać można od planet, a gdy gwiazdy daleko więcéy są odległé od ziémi, niż planety, bez wątpienia muszą mieć właściwé światło, są przeto słońcami. Gwiazdy zdaią się bydź tylko punktami przez doskonałé przeziér-

Gwiazdy stałé.

niki, i wiémy pewnie, że srzednica widzialna żadnéy nie dochodzi nawet wielkości 1". Niektóre z nich maią sobie właściwé biegi, lubo bardzo małe, niektóre z nich niekiedy bardziéy, niekiedy mniéy przyświécaią, a czasém zdaią się niknąć. Daie się postrzegać w pośrzód nieba białawy pas (fascia) nieforemnégo kształtu, tu i owdzie iakoby na Wyspy podzielony, który nazwano *drogą mleczną (Via lactea galaxia)* Są i inné białawé plamy na niebie, lecz częstokroć tak małe, iż tylko przez przeziérniki bydź mogą widziane, które nazywaią gwiazdami mglistémi *(Stellae nebulosae)* Naywiększé między témi są przy biegunie południowym, które zowią *obłoczkami (nubeculae)* W niektórych przez dobré przeziérniki niezmierną liczbę gwiazd małych rozeznać można, w niektórych zaś nie, prócz mgły białawéy. Są także dwie plamy w stronie nieba południowéy tak czarné, iż Anglicy ié zowią workami węglarskiémi *(sacci carbonarii)* których czarność podobno pochodzi od światła drogi mléczney, którą te plamy wokoło są otoczoné.

## §. XV.

Układ słoneczny.

O gwiazdach stałych *iwszéy* wielkości, które naybliższé są ziémi, to mamy pewnégo z dostrzeżéń Astronomicznych, że ich dwugląd roczny nie dochodzi do iednéy sekundy. Przypuściwszy nawet, że ich dwu-

Fig. 176.



dwugląd ACB wyrównywá 1", łatwo się pokazuie, że w tróykącie prostokątnym ACB, bok CA czyli odległość gwiazdy stałéy C, od ziémi i od słońca iest = 206264 AB. Ze zaś AB iest srzednicą drogi ziémskiéy, wypadá stąd, że gwiazdy stałe cztérykroćstotysięcy razy odlegleyszé są od słońca niż ziémia. Skąd łatwo wyrozumiéwamy, że gwiazdy stałe wyrównywaią co do wielkości słońcu, albo go ieszcze przewyższaią. Podzieliwszy zaś to mieyscé na dwie części równé i promiéniém 200,000 AB, około słońca opisáwszy kulę, ta brać się może za odległość odpowiadaiącą układóm słonecznym. Gdy więc światło od słońca do ziémi przychodzi w czasie 8' (Roz. V. §. 5.), wypadá stąd, że to światło potrzebowałoby lat sześciu, ażeby od iednego końca układu naszego słonecznégo przeszło do drugiégo. Jak zaś niezmierny iest tén przeciąg mieysca, okazać można następnym sposobém. Kula z przywiększégo działa wystrzeloná, naywiększą siłą, przebiéga około 600 stóp w jednéy sekundzie, czyli 100 sążni (hexapoda), a zatém gdyby zawsze iednakową miała chyżość, w czasie 36" iednę milę, a promień srzedni ziémi 909 mil, blizko w 9 godzin przebiegłaby. Więc ponieważ odległość słońca od ziémi czyli $\frac{1}{2}$ AB = 23708 takich promiéni, zatém kula owa chyżością nieosłabioną przebiegłaby

to

to mieyscé prawie w 24, 3' lat. Zaczém srzednicę całego układu słonecznégo przebiegłaby w 9720000 lat.

## §. XVI.

Układ gwiazd stałych.

Układ takowy składá się z naszego słońca, z niezmiernéy liczby komet, planet, które to wszystkie ciała około wspólnégo ciężkości srzodka (blizko słońca będącégo) krążą i to w mieyscu niekoniecznie próżném, ale napełnioném materyą światła, tak iednak subtelną, iż przez iéy opór bieg tych ciał znacznieby się odmienić nie mógł, chyba w przeciągu wielu wieków. Tén też wspólny ciężkości srzodek nie spoczywa, ale podług nayświéższych dosrzeżéń *Herschela* 1go wynalazcy Planety *Urana*, podług wszelkiégo podobiéństwa bieg ma szybki bardzo, zdaie się więc rzeczą pewną, że nasze słońcé ze wszystkiémi gwiazdami stałémi, które widzimy rozrzucone po niebie, inny powiększy układ czynią, i około wspólnégo ciężkości srzodka tego układu obracaią się. Ale któż wielkości układu tego w myśli nawet wystawić sobie może? wielu bowiém gwiazd stałych, dla ich małości gołém okiém nie widzimy. *Galileusz* zaś za pomocą miernego przeziernika w jednéy części gwiazdozbioru Oriona zawieraiącéy w sobie 14° prawie kwadratowych 500 gwiazd stałych naliczył, to iest 36 w każdym



ždym stopniu. Przypuściwszy więc, że w każdym stopniu kwadratowym Nieba mieści się 36 gwiazd stałych, które albo gołém okiém, albo przez przezierniki widzieć można, ogólna liczba gwiazd stałych, prócz drogi mlecznéy i gwiazd mglistych, wyniosłaby do półtora miliona. Jeżeli zatém kula iakiéy gwiazdy stałéy wyrównywa połowie kuli układu naszego słonecznégo, tedy ten układ gwiazd, do którégo należy słońcé nasze równy będzie kuli, któréy srzednica 114 razy blizko przewyższa srzednicę układu naszégo słonecznégo, a stąd ledwie w 700 lat mogłaby bydź przebieżona. Z czego się pokazuie, iż gdyby która z pomiędzy gwiazd stałych, które gołém okiém widzimy, wygasła, tedy wszelako przez wiele ieszcze lat byłaby na Niebie widzianą, z przyczyny, że światło wielé lat potrzebuie, ażeby od téy gwiazdy stałéy do ziémi doszło.

## §. XVII.

Świat widzialny.

Takich układów złożonych z niezliczonéy liczby gwiazd stałych lub słońców zbiorém bydź się zdaie droga mleczna; podobnym także zbiorém bez wątpienia bydź się zdaią owe obłoczki (*nubeculae*) czyli gwiazdy mgliste (*nebulosae*), w których znacznéy liczbie żadnych gwiazd i przez náylepsze przeziérniki dotąd nie dostrzeżono. Wielkość tego widzialnego świata

świata (*mundus aspectabilis*) wszelkié poięcié nasze przewyższá, ten iednak iakokolwiek bądź wielki, cząstką tylko naymnieyszą iest całości (*Universum*). O! iak wielki zatém BOG, na którégo skinieniè wszystko stało się i trwa.

*Kóniec Części piérwszéy.*

BIBLIOTEKA DIECEZJALNA WYDZIAŁ PŁOCKI

Tablica I.

Fig 1.

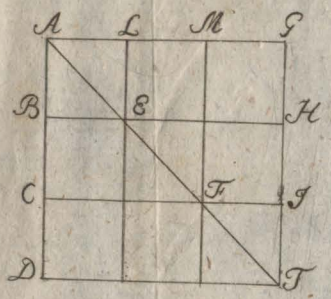



Fig 2.

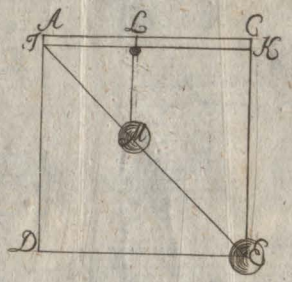



Fig 3.

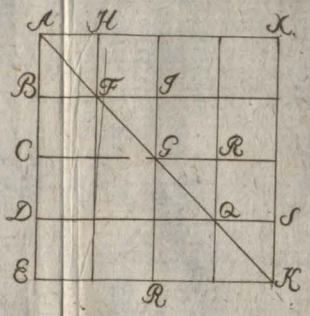



Fig 4.

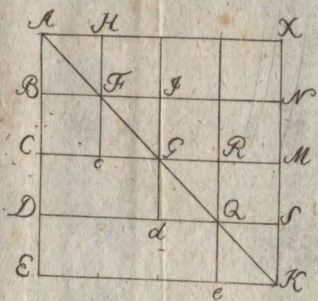



Fig 5.

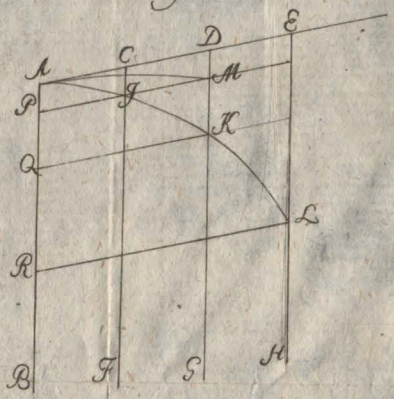






Fig 6.

Fig 7.

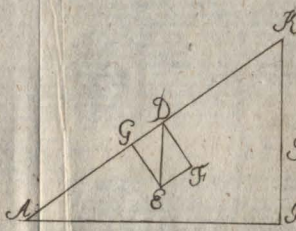



Fig 8.

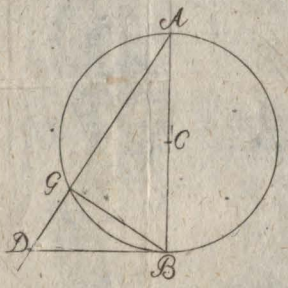



Fig 9

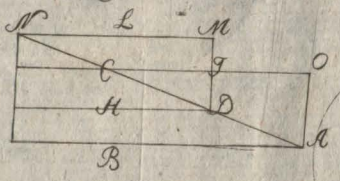



Fig 10

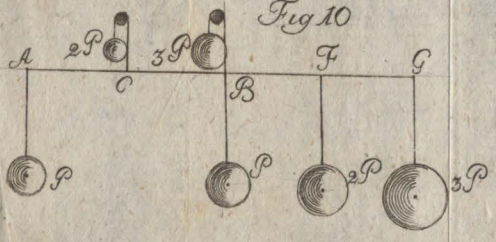
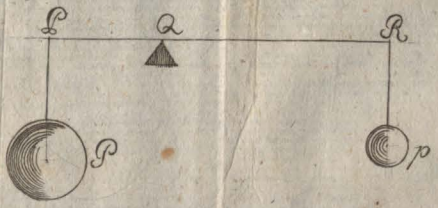



Fig 11.



Táblica 2.

Fig: 12.

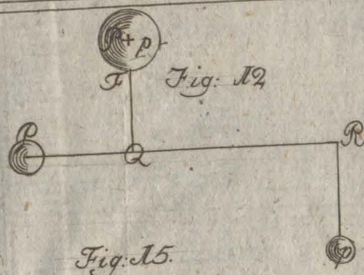



Fig: 13.

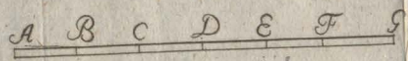



Fig: 14.

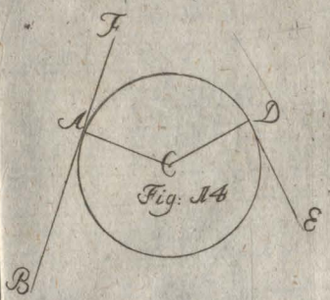



Fig: 15.

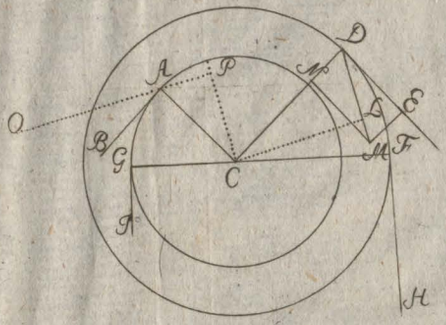



Fig: 16.

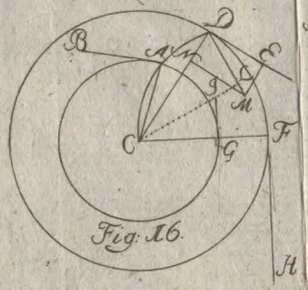



Fig: 17.

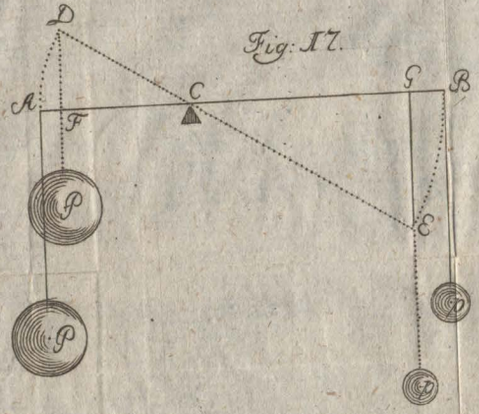



Fig: 18.

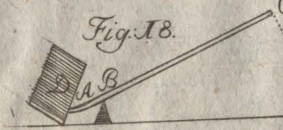



Fig: 19.

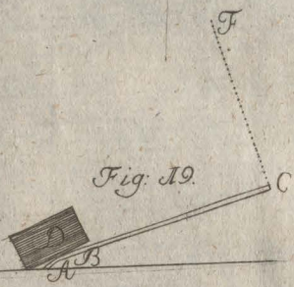



Fig: 20.

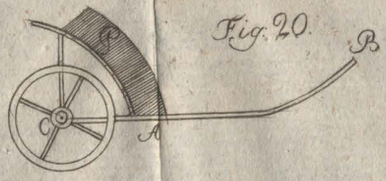



Fig: 21.




Fig: 22.

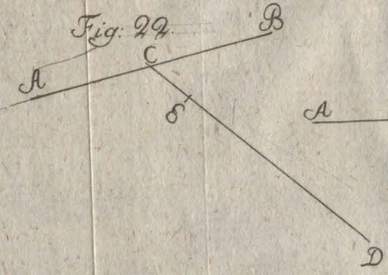
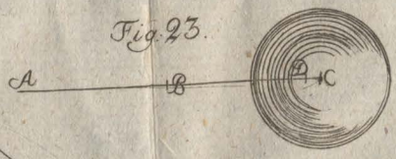



Fig: 23.



Tablica 3.

Fig. 24.

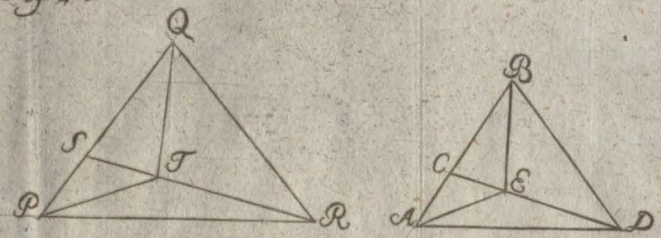



Fig. 25.

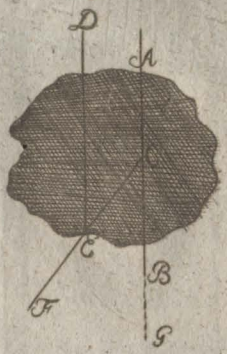



Fig. 26.

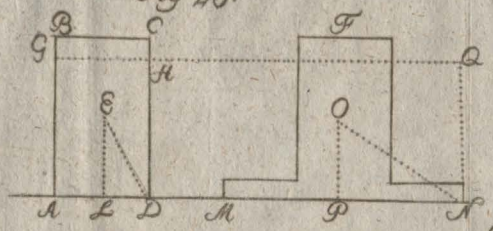



Fig. 27.

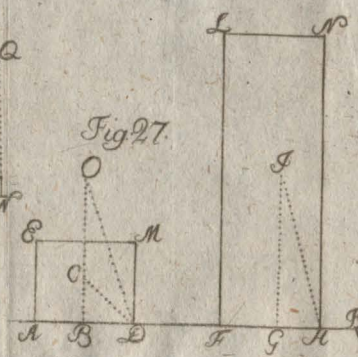



Fig. 28.

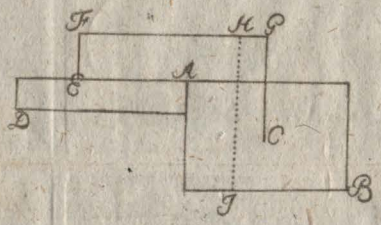



Fig. 30.

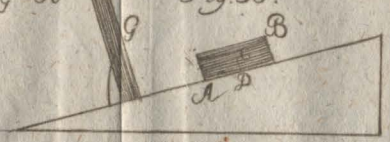



Fig. 29.

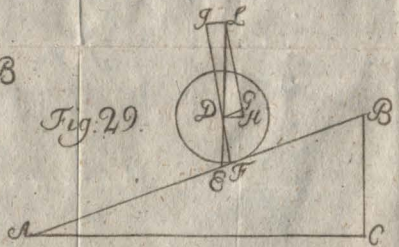



Fig. 31.

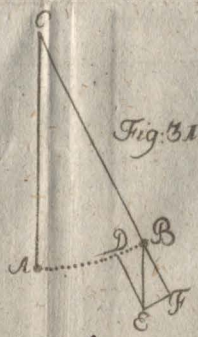



Fig. 35.

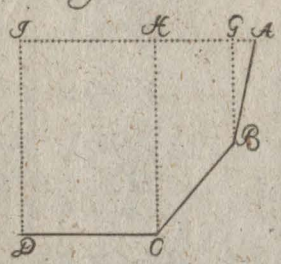



Fig. 32.

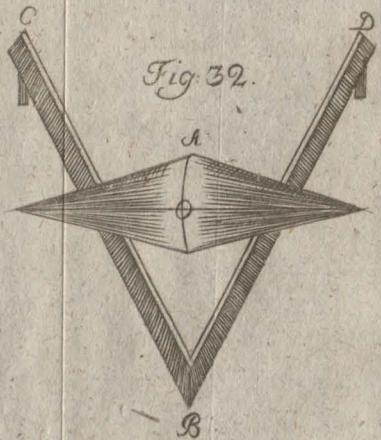



Fig. 34.

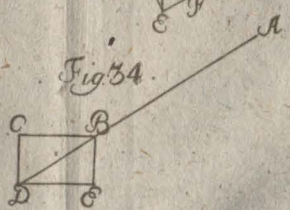


Fig: 36.

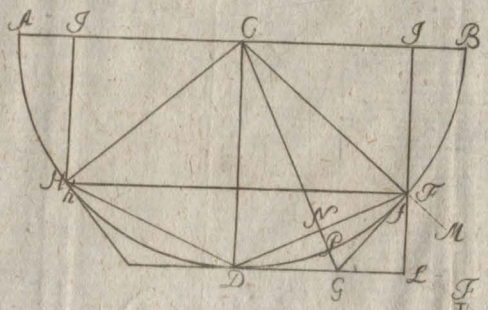



Fig: 37.

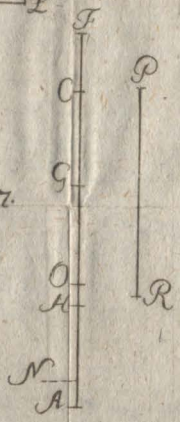



Fig: 38.

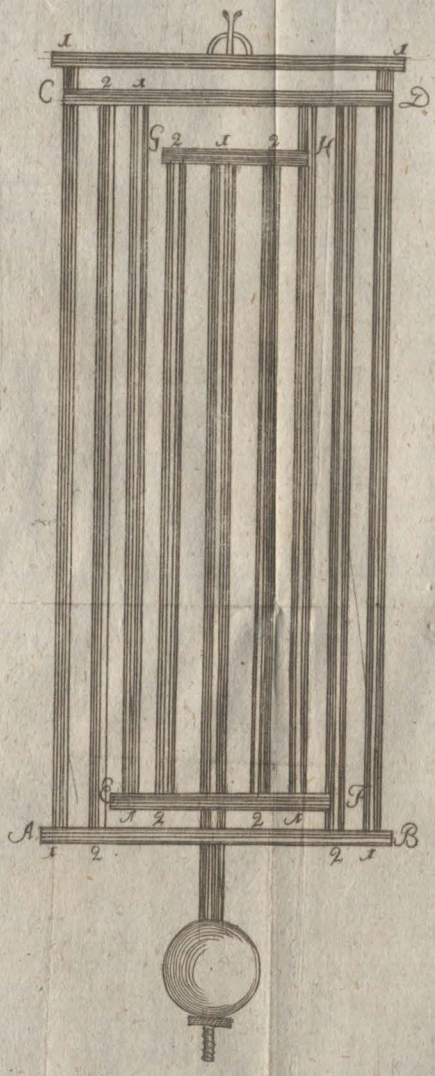
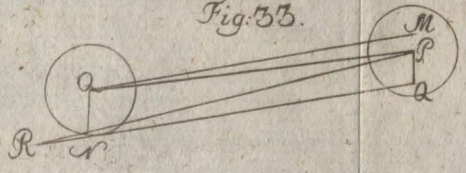



Fig: 33.



Tablica 5.

Fig:39.

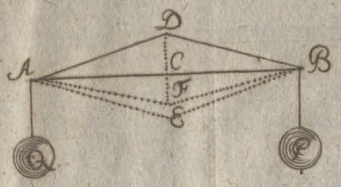



Fig:40.

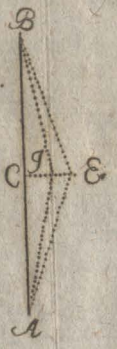



Fig:41.




Fig:42.

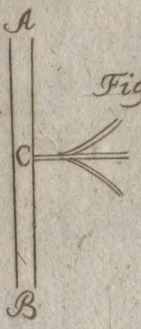



Fig:43.

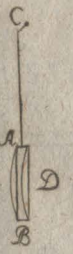



Fig:44.




Fig:45.




Fig:46.

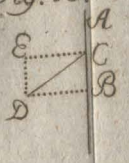



Fig:47.

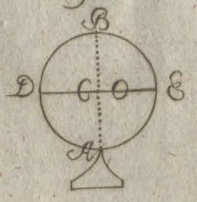



Fig:48.

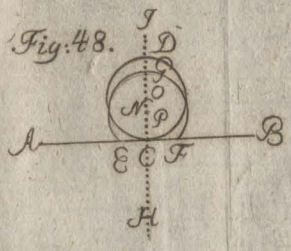



Fig:49.

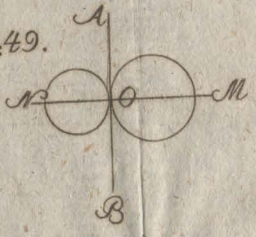



Fig:50.

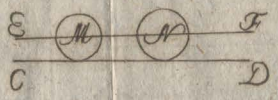



Fig:51.

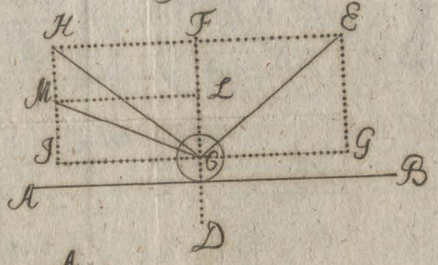



Fig:52.

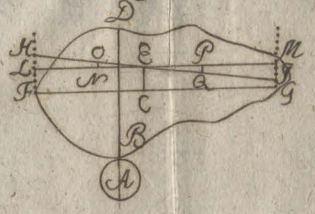



Fig:53.

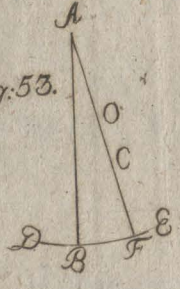



Fig:54.

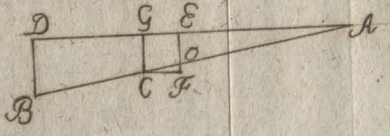



Fig:55.



Táblica 6.

Fig. 56.

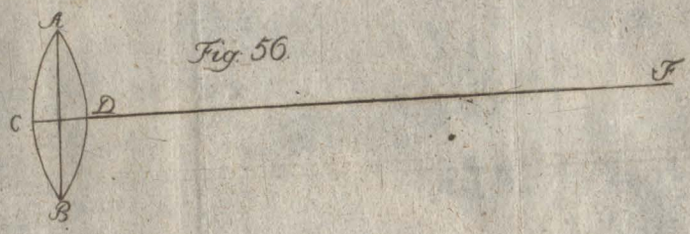



Fig. 57.

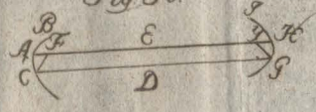



Fig. 58.

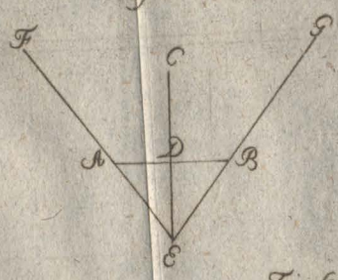



Fig. 59.

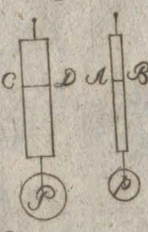



Fig. 60.

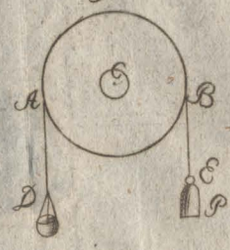



Fig. 61.

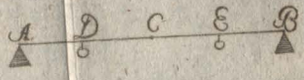



Fig. 62.

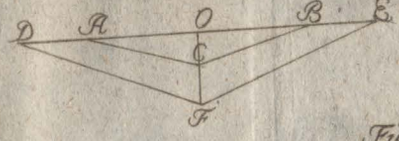



Fig. 63.

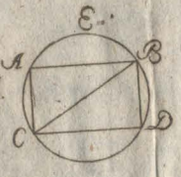



Fig. 64.

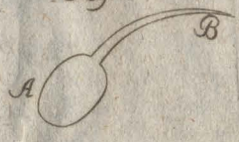



Fig. 65.



Fig. 66.

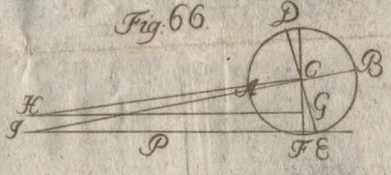



Fig. 67.

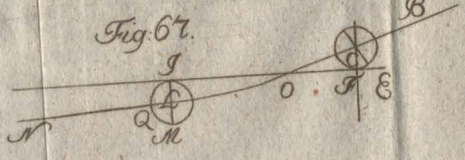



Fig. 68.

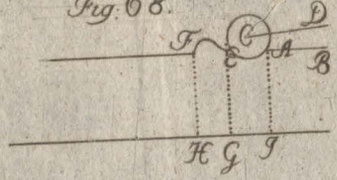



Fig. 69.

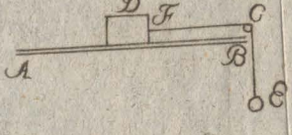
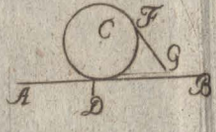



Fig. 70.



Táblica 7.

Fig: 71.

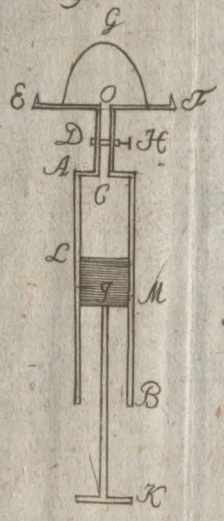



Fig: 72.

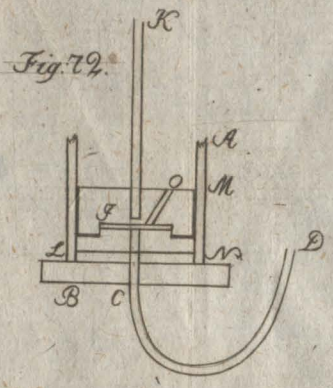



Fig: 74.

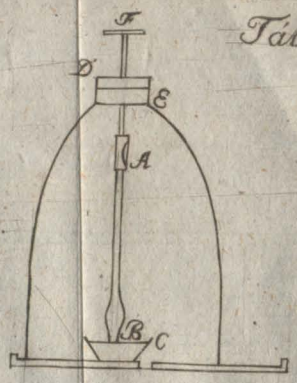



Fig: 73.

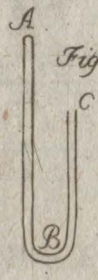



Fig: 75.

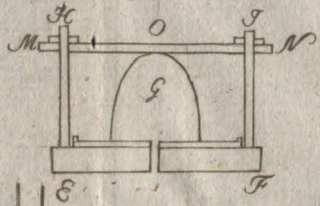



Fig: 76.

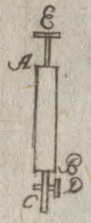



Fig: 77.




Fig: 78.

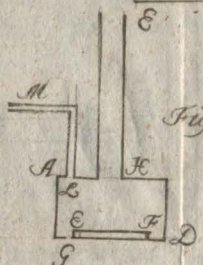



Fig: 80.

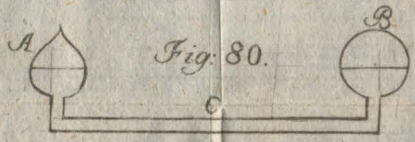



Fig: 81.

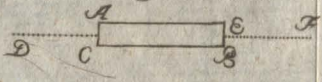



Fig: 85.

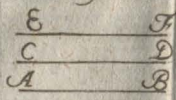



Fig: 79.

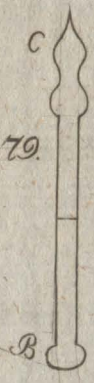



Fig: 83.

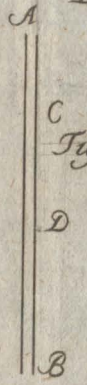



Fig: 84.

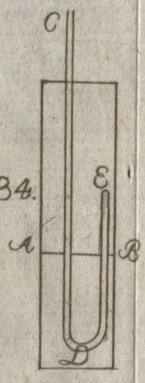
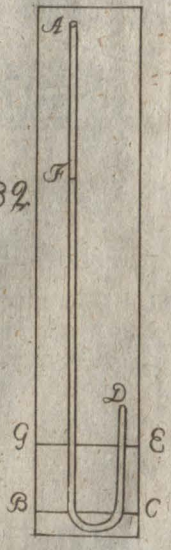



Fig: 86.




Fig: 82.



Tablica 8

Fig. 87.

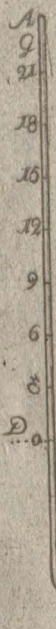



Fig. 88.

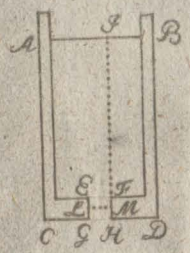



Fig. 89.

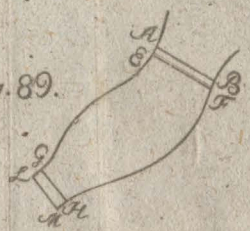



Fig. 91.

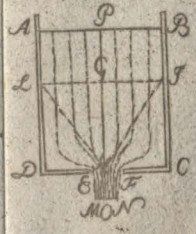



Fig. 90.

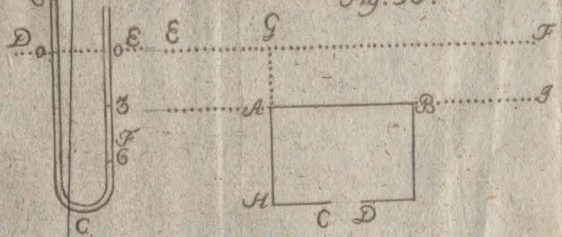



Fig. 92.

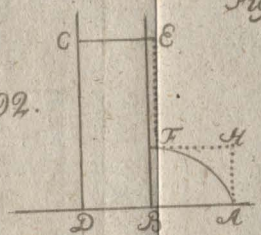



Fig. 93.

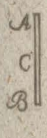



Fig. 94.

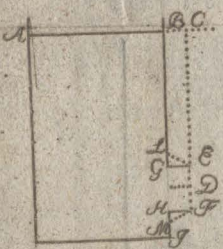



Fig. 95.

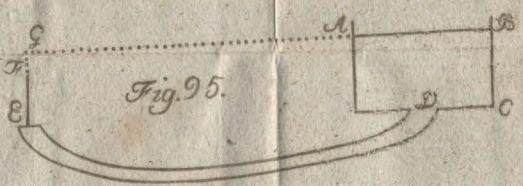



Fig. 96.

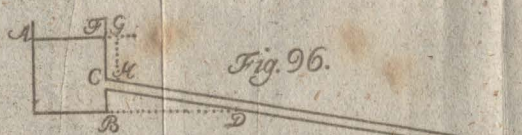



Fig. 99.

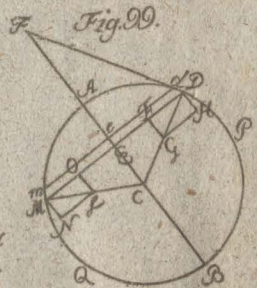



Fig. 100.

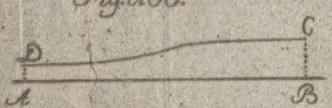
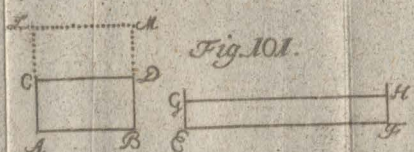



Fig. 101.



Tablica 9.

Fig. 102.

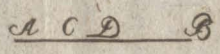



Fig. 103.

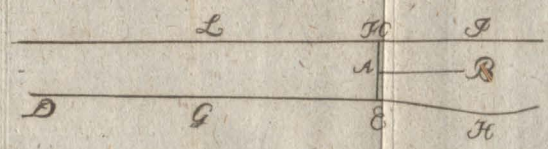



Fig. 104.

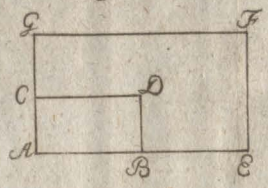



Fig. 105.

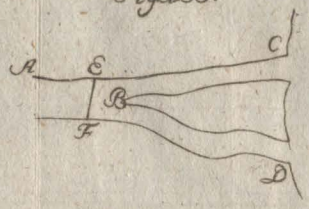



Fig. 106.

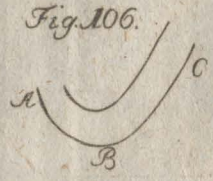



Fig. 107.

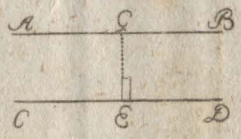



Fig. 108.

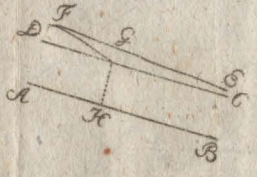



Fig. 109.

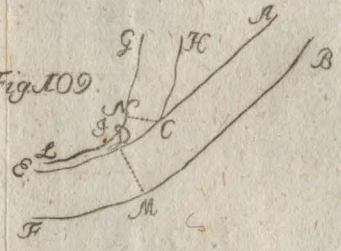



Fig. 110.

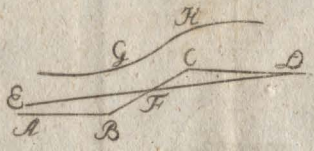



Fig. 111.

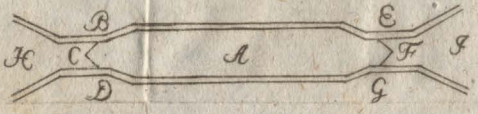



Fig. 112.

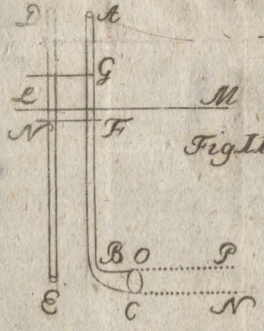



Fig. 113.

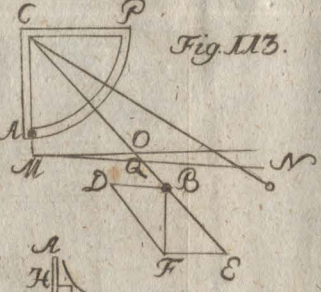



Fig. 114.

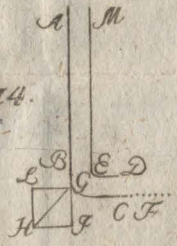



Fig. 115.

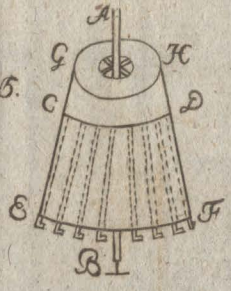
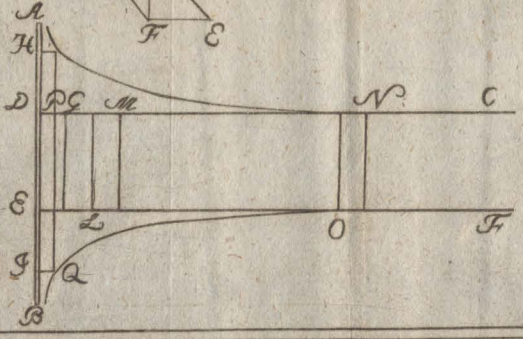



Fig. 116.



Tablica 10

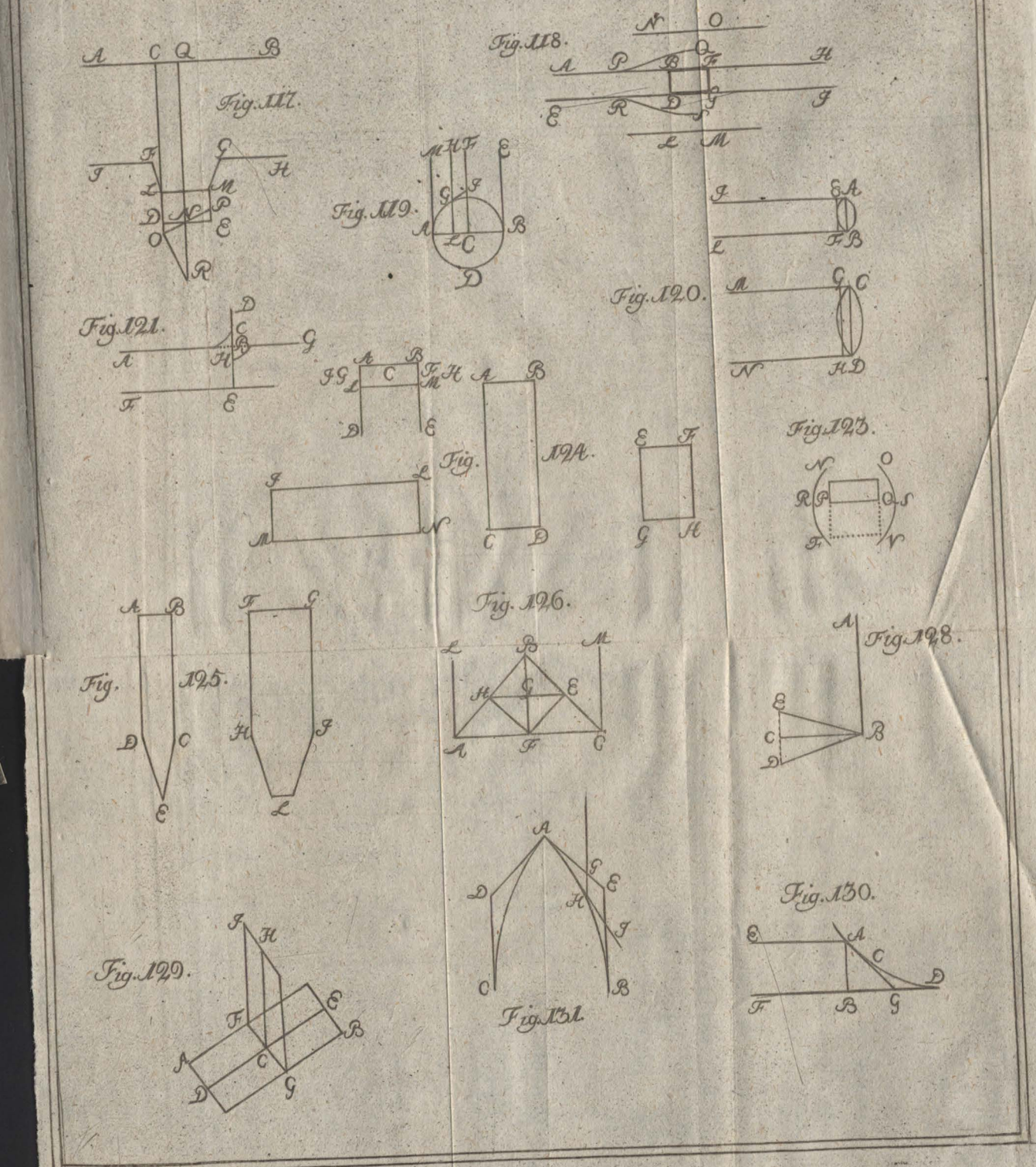


Fig. 117.
Fig. 118.
Fig. 119.
Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 124.
Fig. 123.
Fig. 125.
Fig. 126.
Fig. 128.
Fig. 129.
Fig. 130.
Fig. 131.

Táblica II.

Fig. 132.

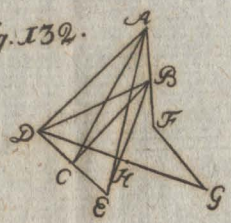



Fig. 133.

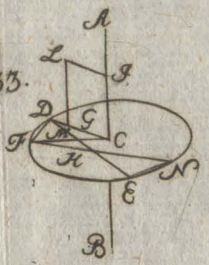



Fig. 134.

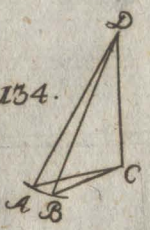



Fig. 135.

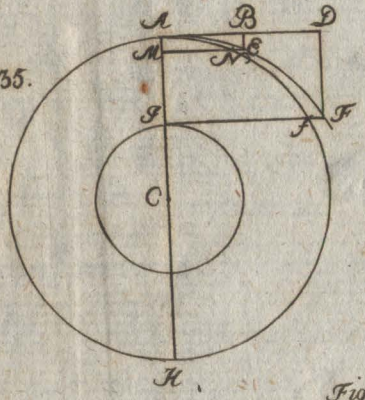



Fig. 136.

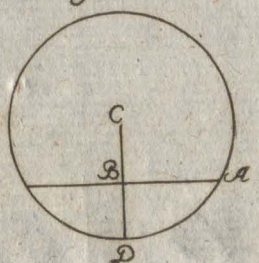



Fig. 137.

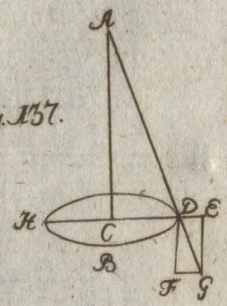



Fig. 138.

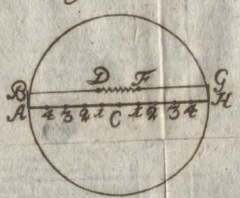



Fig. 139.

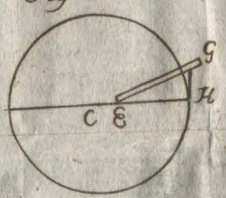



Fig. 140.

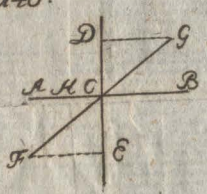



Fig. 143.

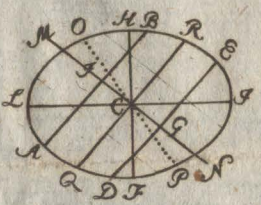



Fig. 141.

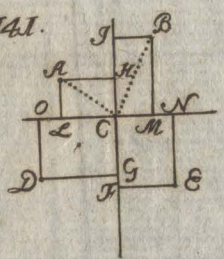



Fig. 142.

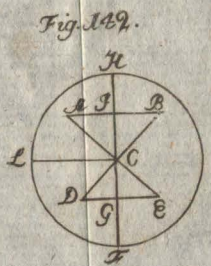



Fig. 144.

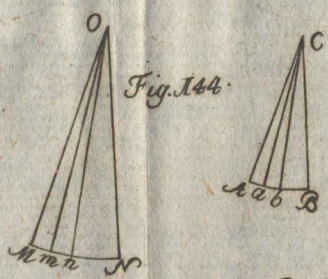



Fig. 145.

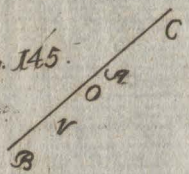



Fig. 146.

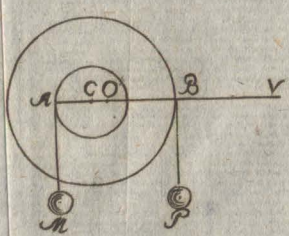
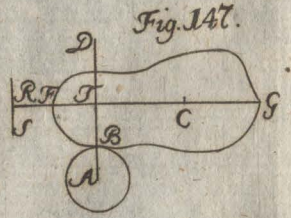



Fig. 147.



Táblica 12.

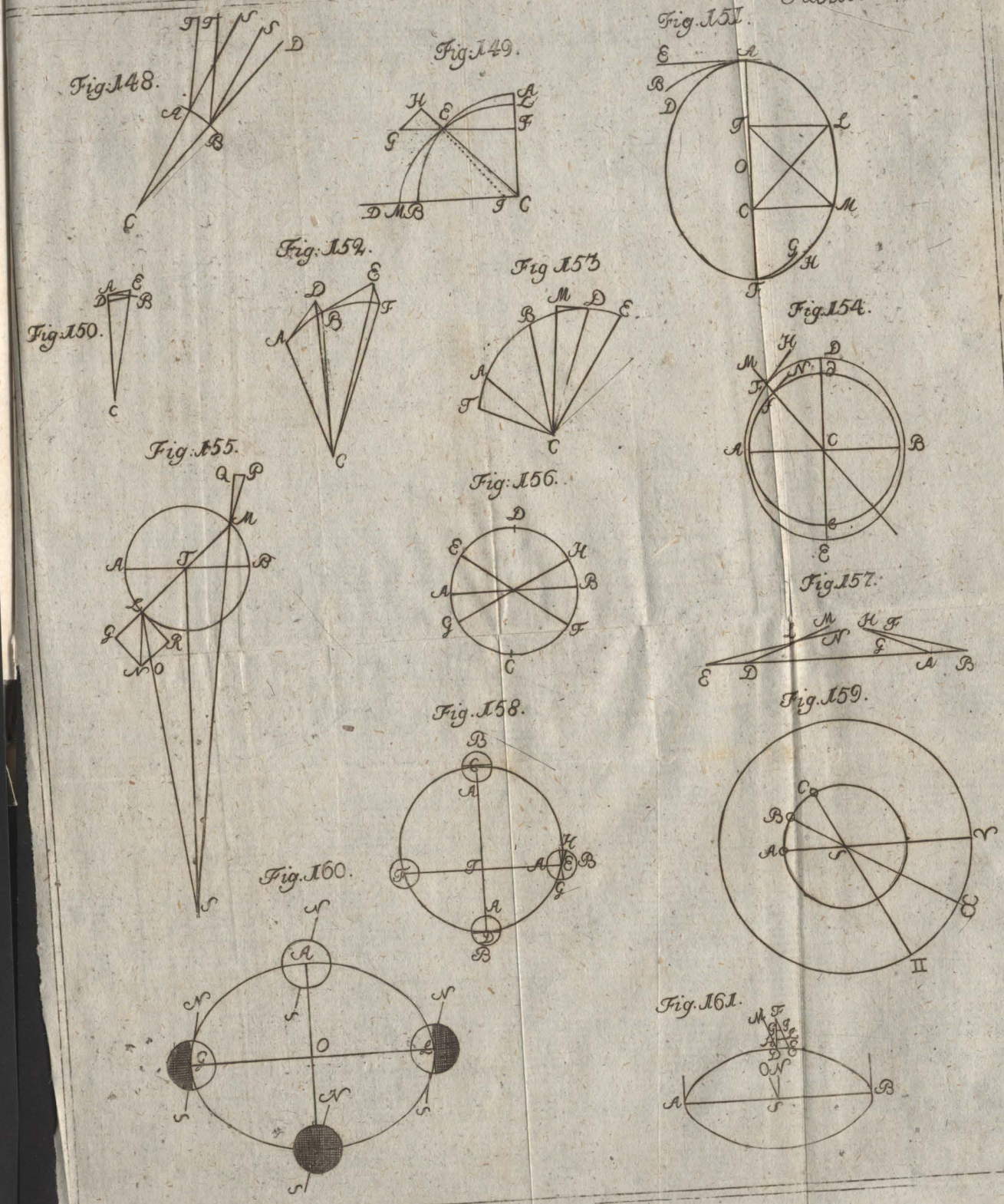


Fig. 148.
Fig. 149.
Fig. 150.
Fig. 151.
Fig. 152.
Fig. 153
Fig. 154.
Fig. 155.
Fig. 156.
Fig. 157.
Fig. 158.
Fig. 159.
Fig. 160.
Fig. 161.

Tablica XIII

Fig. 162.

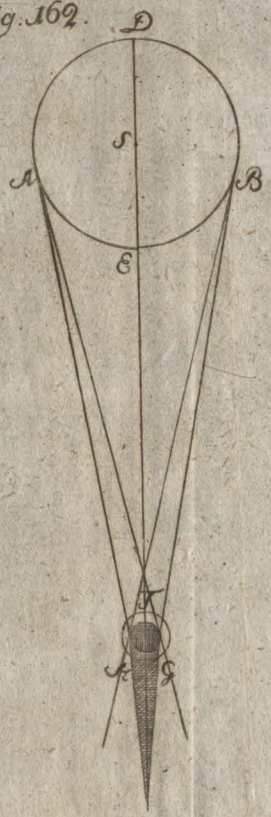



Fig. 163.

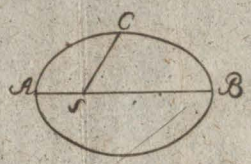
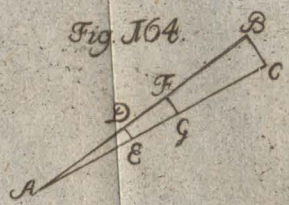



Fig. 164.



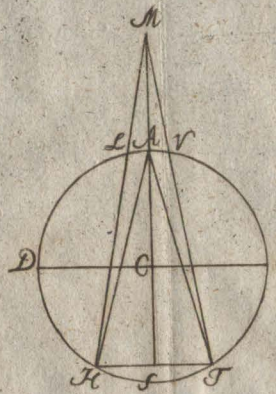




Fig. 165.




Fig. 166.

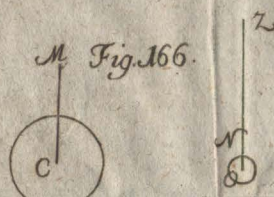



Fig. 167.

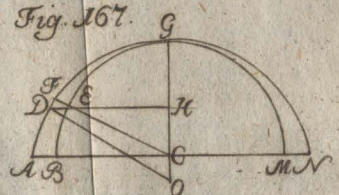



Fig. 168.

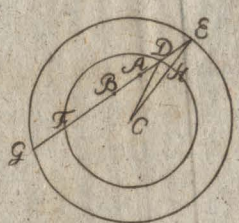



Fig. 169.




Fig. 170.

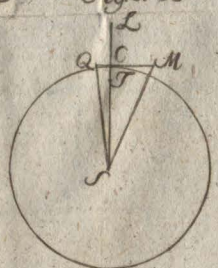



Fig. 172.



Fig. 171.

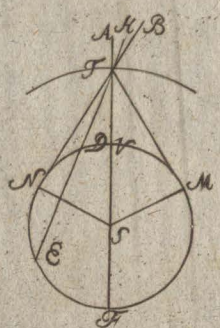



Fig. 175.

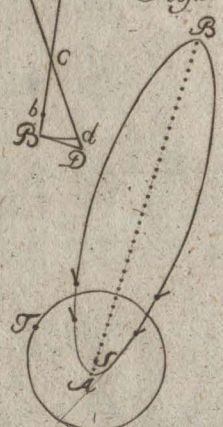



Fig. 174.




Fig. 173.




Fig. 176.



XVIII, 619

Biblioteka im. Zielińskich
Tow. Nauk. Płockiego
XVIII, 619