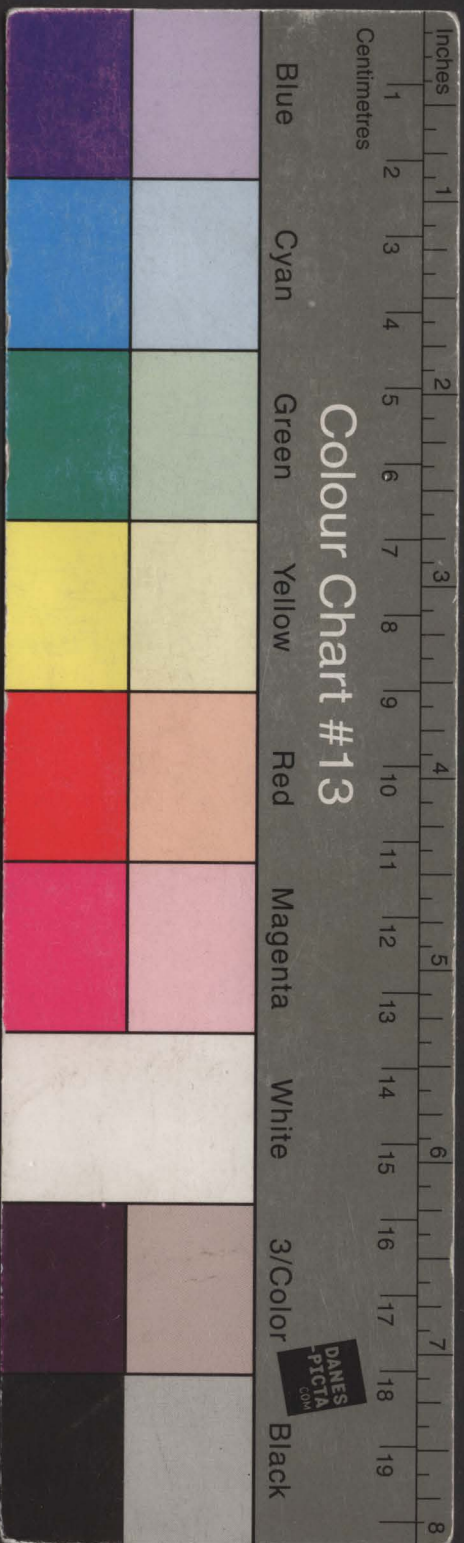
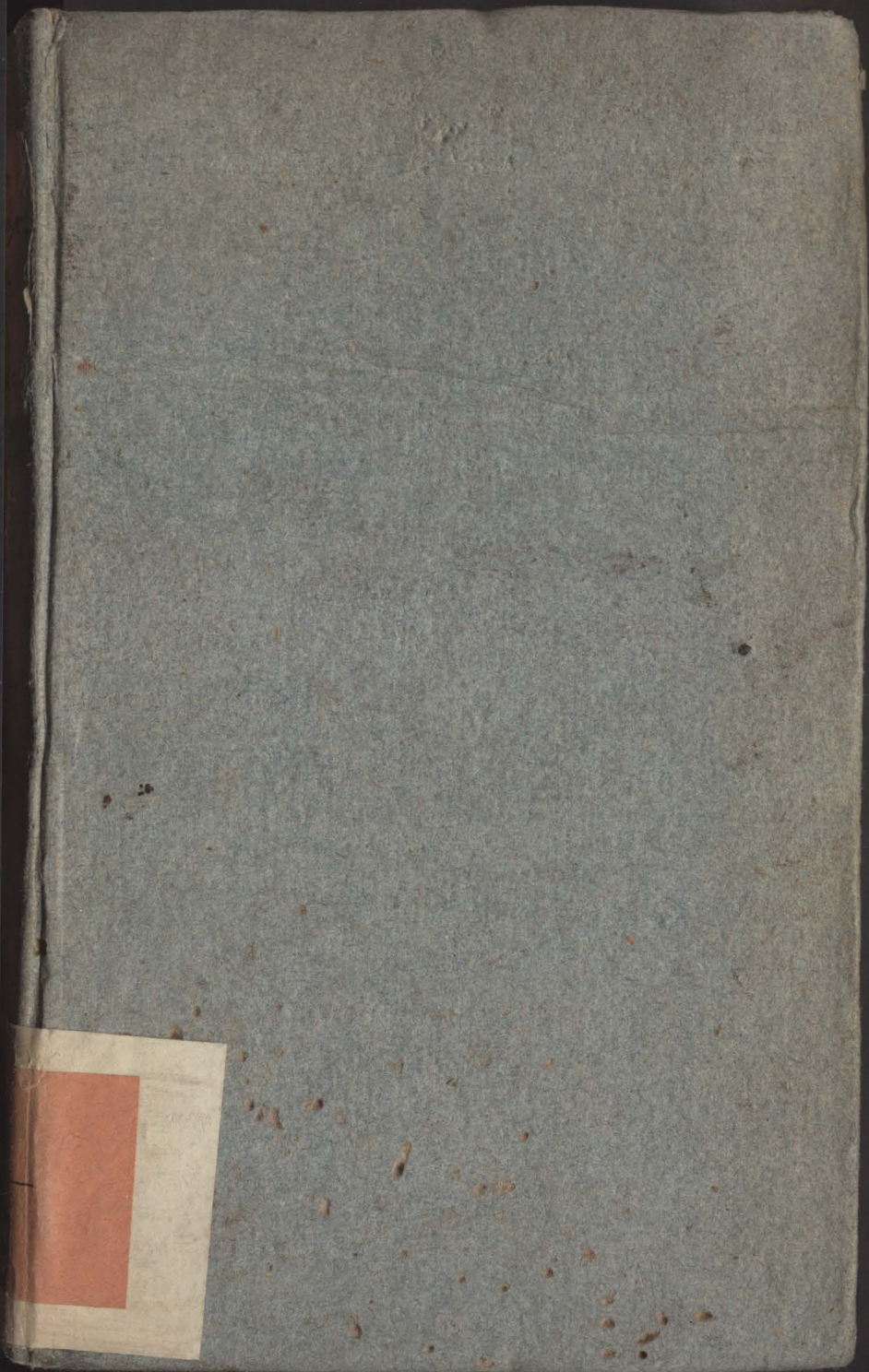






Spisen of air 228 - Lto 3.

A. 59

XXIX

59669

ful

ff

ch

ALGEBRA.

ingli.

NAUKA O RACHUNKACH.

ALGEBRA

CZYLI
NAUKA O RACHUNKACH
LITERALNYCH

Porządkiem do każdego zrozumienia
przyłosoowanym

UŁOŻONA

A ciekawemi i użytecznemi Przykładami

OBIASNIONA

PRZEZ

X. ANDRZEJA SEBASTYANA USTRZYCKIEGO
Scholarum Piarum.



w WARSZAWIE 1778.

w Drukarni J. K. Mci y Rzeczypospolitey
u XX. Scholarum Piarum.



L'Algebre est aujourd'hui indispensable. Elle procure tant de commodités dans l'acquisition des sciences sur tout de l'Arithmétique & de la Géométrie, qu'en s'opiniâtrant à se passer de cet instrument, on pourrait les étudier toute sa vie, & y être fort médiocre, quoique l'on eût un très-bon esprit.

Mr. de la Chapelle. Instit. de Géometr. pag. 259.

Algebra jest dziś niuchronnie potrzebna. Do starcza ona tyle wygodnych sposobow do nabywania umiejętności, a naybardziej Arytmetyki y Geometrii, że, koby się usadził na to, ażeby się bez tego obchodził narzędzia, mogłby całe życie swoje tych nabywać Nauk, a być w nich ledwie pomiernym, chociażby najlepszy miał domeip.

D O

JASNIE WIELMOZNEY JMCI PANNY.

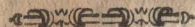
KUNEGUNDY

HRABIANKI

KOMOROWSKI

STAROSCIANKI

OCHOZKIEY.



Linjki



Włożoną na Mnie od Zwierzchności moiej dawania Braciżkowi Twemu Przeznaczona HRABIANKO domowey Edukacyi dwuletnią (którą w równi z naywiększym moim kładę szczęściem) pełnić powinność, a tym samym codziennym Świadkiem zabaw Twoich będąc, mogę przed obliczem całego Narodu wyznać, że ile pociech spólnie z Nay-

*z Najgodniejszymi Rodzicami Twemi w wysokich i
rzadkich Twych Talentach, tyle podziwienia w o-
nych zaśyciu sam znayduję. Ledwie wierzył mym
oczom, widząc, iakoś tey samey Algebry moiey, kto-
rą Ci mam honor ofiarować, rękopismo w przeciągu
dwóch Miesięcy, przy innych naukach przebiegła, i
tak szczęśliwie zrozumiała, iż Cię dziś nazywil-
sze nie zatrudni Zagadnienia. Będzie ten Twój
postępek żywym w późne czasy dla pilnych Kawale-
row dowodem, że mogą, a wyrzutem dla gnuśnych,
że nie chcą w tak potrzebney, a ułatwioney im Nauce, ro-
wnym postępować krokiem. Osoby zaś płci i uro-
dzenia Twego brać będą z przykładu Twoiego oświece-
nie, iżby się pożyteczniej podobną iakową pracą,
niżeli dziennym i nocnym Romansow czytaniem, za-
bawić mogły. Te ia do ofiarowaney Ci Algebry mo-
iey przyłączając życzenia, mam honor z powinnym
respektem być*

J. W. WMC PANNY

DOBRODZIEYKI

najniższym sługą.

X. A. S. Ustrzycki S. P.

DO

CZYTELNIKA

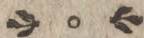
Pożytek Algebry, a zdatnych do niey w
Oyczystym Języku ksiąg niedostatek, ro-
wnie tobie Czytelniku do zwartowania, iako
mnie do ułożenia tego dzieła, skuteczną być
powinny pobudką. Ten to jest misterny klucz,
którym się dziś drzwi do Świątyni Matematy-
ki otwierają, te to jest drobnowidło, przez
które rozumne oko nayskrytsze w istocie rze-
czy iasnie widzi tajemnice, ta to dziwna w o-
kręgu nauk sztuka, która umieszcza i wyra-
ża w kilku literach, czego inne niezdolają w
Tomach. Jednym ona sposobem tysiączne u-
łatwia trudności, jednym prawidłem bezli-
cznym dosyć czyni przypadkom, a całą robo-
ty swey osnowę przed oczy kładąc, o nieza-
wodności dzieła zaręcza. Bez niey ani nayprze-
stronniejsza pamięć nie obejmie, ani nayży-
wszy dowcip nie przeniknie tych summ i wie-
łości, które nieuchronna dziś w biegu nauk
Matematycznych potrzeba brać każe pod kred-
kę. Są tam ilkości nieokreślone, są iednego
Zapytania rozliczne warunki, są iednego przy-
padku na podobnych tysiąc podziały, są wzglę-
dy wiadomych rzeczy do nieznaných, są związ-
ki odkrytych z nayskrytszemi, których bez
pomocy Algebry ledwie rozum dociecze, zmysł
pewnie żaden nie dociecze. Przeto chcieć się
dzi-

dzisiaj stać Matematykiem bez Algebry, jest to
chcieć bez oka być ostrowidzem. Lecz mnie tu
kto zagadnie: a zaż mało starożytne i późnie-
sze wieki sławnych bez Algebry wydały Mate-
matyków? Euklides, Archimedes, Apollo-
nius i inni, któremuż z tegowiecznych w
tey nauce Xiążąt pierwszeństwa ustąpili? były
zaiste dowcipy, którym wynalazek, były, kto-
rym wzrost i wydoskonalenie Matematyki
winnismy, choć im się nie śniło o Algebrze. Na
zbiecie tego zarzutu dosyć będzie powiedzieć,
że natura tworzy, a sztuka uprawia i wydo-
skonala dowcipy. Machiny nie wlewają się przy-
rodzonych ludziom, lecz wzmacniają tylko
od natury wlane, a przecie przyrodzone z
nabytemi porównane ustawać muszą. Daymy
na przykład kołowrot, kafar, lub inną nay-
prostsza silnia do dzwigania, albo windowania
ciężarów sporządzoną, daymy nie mówię sil-
nemu człowiekowi, ale dziecięciu tyle tylko
mającego mocy, ile potrzeba do ruszania rę-
ką, niemocy tey atoli machiną zasiloney za-
den odprzeć niepotrafi, bądź największy w
świecie Mocarz. Otoż żywe Algebry wyobraże-
nie. W dzieciństwie zaraz, że tak rzekę, swoim,
usnadniała ona trudności, których w zgrzy-
białej starości zesze niedostały wieki. W mgnie-
niu oka po iey objawieniu wynalezione prawdy,
które przed nią niedościgłą nigdy rozumowi
zdawały się tajemnicą: nim się urodziła w gło-
wie Wietty, a na łonie Kartezego wychowa-
ła

ła Algebra, wielkim było dziwem, miernym
stać się Geometrą, dziś gdy w najsławniejszych
Akademiach ta dojrzeła nauka, łatwo za iey
pomocą wielkim i Matematykiem i Filozofem
zostać można. Przeświadcza nas o tey prawdzie
przykład Leybniciusza za naszej pamięci
zgasłego. Był on bez Algebry człowiekiem
zaledwie oświeconym, z Algebrą stał się świa-
tłem nayoświeczonego wieku. Nie znać się
tedy dziś z Algebrą, byłoby to gościem być
w naukach; znosić iey używanie, byłoby wy-
dzierać duszę Matematyce, a zatym społeczeń-
stwo pokrzywdzać, uymać tylu potrzebnych
i użytecznych w towarzyszeniu ludzkim wia-
domości. Co do Mnie, wydając w Oczystym
języku to dzieło, tuszę sobie, że wszystkim
Rodakom zalecę Algebrę. Nauka potrzebna
dla iednych, użyteczna dla drugich, dla wszy-
stkich ciekawa, a ta ieszcze w Polskim stroiu
na widok wychodząca, chyba ślepego albo
krzywego obrocić na siebie nie potrafi oka. Ja-
sne i proste wnet się tu wlepi, gdy wnet u-
patrzy, czego w innych próżno szuka księgach.
Procz Młodzieży zakątnie edukującej się, znaj-
dzie tu Podskarbi, Ekonom, Prawnik, Kupiec,
Rolnik, Woyskowy, Miernik, Budowniczy,
obfite swych korzyści źródło. Ci, którym o-
patrzność w wydziale majątkow nie ruchome
nadała dobra, naywięcej mogą i dla siebie, i
dla swych poddanych z tąd wyczerpnąć po-
żytkow. Ileż to w dzierzawach, i dziedzi-
ctwach

ctwach często zdarzne kupno, przedaże, zastawy, arędy, zamiany, gruntów, lasów, łąk, stawów, ogrodów, i innych majątków skutkować zwykły zamieszek! Trzeba tam sprawiedliwych rozmiarów, trzeba rachuby niekrywdney; a wieleż dziś i iakich w kraju naszym Mierników mamy i Rachmistrzów? z trudnością ich dostajemy, z kosztem sprowadzamy, a z pokrzywdzeniem częstokroć własnym wierzyć im musimy. Niedoświadczalibyśmy zaiste tych skutków, gdybyśmy sami w Algebrze, i w zasadzonym na niey Ziemiomiernictwie mieli doświadczenie. A jeżeli dotąd brak w naszym, a nieporządnym układzie w obcych językach Algebry, trudną tę, albo wcale niedostępną naukę czynił Polakowi, mieć ją teraz będzie na tok swego języka przerobioną, i z buynych owych wyplenioną zaważ, które od rozczętego iey uczenia się odstręczać zwykły, i wstecz zwracać zaczynających. Widząc oni na samym tey nauki wstępie pracowite literalne rachuby, a pracy tey żadnych długo użytków niewidząc, tracili serce do dalszego w niey ćwiczenia się, i błędnym uprzedzeni rozumieniem, że tak i owoce, iak korzenia tey Nauki są gorzkie, całe ją zarzucali. Potrzebę więc nieodbitą uznałem, w pierwszych zaraz Algebry początkach wielokrotne oney okazać zażycie. Przeto po krótkim zwyczajnych początkowych rachunków wykładzie, w drugim zaraz pierwszej Części Rozdziale, do rezolwowania Problematów pro-

prostych przystąpiłem, pełen tey nadziei, że Uczniowie Algebry, skoro pierwszy, że tak rzekę, rzeczoney nauki prog przestąpią, a powabne w niey i użyteczne rzeczy zoczą, zawezmą do niey chęć, i w przysionku iey rozgościwszy się, raczą wnieść do samego przybytku. Aże najpierwszą w Algebrze postępkowi zaporą być im się zdawał Rachunek literalny, wykładniczym i ściennym czyli radykalnym zwany (Calculus exponentialis & radicalis) przeto, że uważniejszy myśli i roboty przydłuższej wyciąga, ten ja więc do drugiej dzieła moiego Części odłożyłem, podchlebując sobie, że nowi literalni Rachmistrze, korzystną pierwszej Części łatwością zachęceni, wkroczą z ochotą do drugiej trudniejszej nieco, ale i korzystniejszej, iako do głębszej Matematyki i Filozofii nieuchronnie potrzebney; w obydwóch zaś Częściach przystępując do pomiarów czyli ekwacyi, częste w dziele Algebry najpiękniejszych, i niby machin iakich, albo narzędziów do różnych wynalazków służących, któremi wsparty dowcip rzeczy nad swoje nawet (iako się zda) siły wyższych, bez móżdżu głowy i wysilenia myśli dochodzi, oszczędny tam reguł, a przykładów obfity zbiór położyłem, z doświadczenia wzięwszy zapewnienie, iż świeższych Uczniów Algebry, prędzej liczne przykłady, niż długie przepisy uczą. Rezolucye już same Problematów zebranych za rękę niby poprowadzą nowego Rachmi-



mistrza do zamierzonego celu, gdyż i dokładnie są wyfuszczone, i po większej części szczególne, czyli do każdego z osobna przystosowane Zapytania. Ogulne albowiem czyli powszechne rezolwowania sposoby, ani z pojętnością zaczynających, ani zwyczajem myślenia ich nie zdawały mi się być zgodne. Zadawać Problema w terminach powszechnych tym, ktorzy nie są przyzwyczajeni z wyobrażonych na swym umyśle rzeczy szczególnych wyrabiać i tworzyć wyobrażenie ogulne, nie byłoby to raczej zacimiać, niż objaśniać ich rozum, a chęć do tak piękney nauki w wstręt zamieniać? nie przeczę wprawdzie, że myśl nasza, tedy jest dzielności, że z iednego przypadku setnych innych pojedynczo i następnie dochodzi, i dla tego wyrazy Algebragiczne mogą być nazwane nieiako powszechnemi, te iednak zawsze nie wrodzonych ogulnych wyobrażeń, lecz domysłnych w szczególności przypadków są kopiami. Do takich tedy wyobrażeń myśl z natury sporządzoną lepiej chcąc przysposobić, w rezolwowaniu Problematów na szczególne przypadki, szczególne dam rezolucye; i nie pierwey tu, owdzie, podtrączę ogulne, aż przez tamtych ustawicznosc myśl się do tych zwolna usposobi. Nic iuż zatym nie zostaje Czytelniku, tylko abys Dzieło tak wystawione, za winney odemnie tobie i innym Ziemia-
szkom przysługi zadatek łaskawie przyjął.

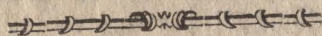


ALGEBRY

CZYLI

NAUKI O RACHUNKACH LITERALNYCH

CZĘŚC PIERWSZA.



WSTĘP

DO ALGEBRY

Wykład słow i znakow różnych używanych
w Algebrze.

I.



ALGEBRA od Wynalazcy swego Geber Araba z przydatkiem Arabskiego Artykułu al, czyli raczej od słow Arabskich Al' i Giabr, sztukę rezolwowania znaczących nazwana, jest nowy sposób rachunkow czynienia przez litery abecadła, które się zamiast

A

zwy-

zwyczajnych liczb używają. Nazywa się inaczey Rachunkiem powszechnym (*calculus universalis*) pięknym sposobem rezolwowania (*Analyſis ſpecioſa*) i tajemną rachubą (*Symbolica Logiſtica*.) W Europie pierwſi Vieta i Hariottus liter zamiast liczb zaczęli używać, a po nich Kartezyusz, Leybnicyusz i Newton tak tę naukę wydoſkonali, że Algebra dziś kluczem do Matematyki i innych nauk ſtała się. Z troiakiego zaś powodu Wynaſzcy Algebry, liter abecadłowowych, zamiast charakterow liczb zwyczajnych używać zaczęli. 1. Ze zwyczajne liczby wyrażają rzeczy tylko pewne, określone i wiadome, litery zaś wszelką rzecz, o ktorey można zapytać, ila jest, wyrażać mogą, a zatym wszelką rozciągłość wzdłuż, wszerz, wwyż i głębi, wszelkie miary, wagi, ciężary, liczby, ruchy z własnościami onych, czasy z przeciągiem ich, iednym ſłowem: wszelką ilkość (*quantitas*) choćby ilkość owa niepewna nawet, nie określona i cale nie wiadoma była. 2. Ze w każdym rachunku literalnym i we wszystkich produktach z niego wypadłych, a literami także wyrażonych oczywiście dać się widzieć cały ſkład i każda z osobna część tych ilkości, ktore były rachowane, co się nie zdarza w rachubie liczb zwyczajnych. 3. Ze Algebra ogulne odkrywania niewiadomych rzeczy podać prawidła, ktore różnym szczególnym przypadkom ſłużą, Arytmetyka zaś po-

pospolita na przypadki ſzczególne ſzczególnych także szuka i używa ſposobow. A ztąd iawnie się pokazuje, że ta nauka powszechną jest, ſłużącą do uſtatwienia i oſwiecenia wszelkich innych, ktorych tylko celem i zabawą być może, ciał Fizycznych, i nieprzeliczonych własności tychże ciał, zgoda, ilkości wszelkich uważanie.

II. Ilkość (*quantitas*) dopiero opisana literami wyrażająca się, z różnemi kłaść się zwykła znakami, a naypierwey z znakami dodania i odciągnięcia. Znak dodania albo powiększenia jest $+$ — to jest: więcej, np. $a + b$; co się tak wymawia: a więcej b, znaczy zaś, że cena wyrażona przez literę a, jest zwiększona ceną przez literę b wyrażoną. Znak zaś odciągnięcia czyli zmniejszenia jest $-$, to jest: mniej, np. $a - b$, wymawia się: a mniej b, a znaczy, że cena litery a zmniejszona jest ceną litery b, czyli, że cenę litery b odciągnąć trzeba od ceny litery a. Dwa te znaki są sobie przeciwne (*ſigna contraria*) pierwszy rzetelny czyli dodatny (*ſignum poſitivum*) drugi nie rzetelny, czyli odciążny (*negativum*.) Od tego dwoiakiego znaku ilkość dwoiakię bierze imię; iedna się nazywa rzetelna czyli dodatna (*quantitas poſitiva*) ktora znaczy więcej niż nic, to jest: rzetelną iaką cenę, przeto dodana do inney rzetelney ilkości, cenę iey powiększa; druga nierzetelna czyli odciążna (*negativa*) ktora mniej niż nic, to jest: długi albo brak czego znaczy, prze-



to zniesiona z inną rzetelną ilością, cenę iey albo zmniejsza, albo zupełnie psuie. Wizerunkiem dwoiakiej tej ilości może być dochód i dług. Wszakże dochód rzetelną jest i dodatnią summą, gdyż twoje, które masz, powiększa pieniądze, dług zaś przeciwnie, summą jest nie rzetelną i odciążną, bo twoje pieniądze zmniejsza. Gdy np. odebrałeś dochodu 100. Czerwonych Złotych, a nikomuś nic nie winien, masz rzetelną summę Czerwonych Złotych 100, gdy zaś taką odebrawszy summę, winienś 60, znosząc razem summę twoją z długiem, mieć będziesz Czerwonych Złotych 100 — 60, czyli mieć będziesz summę 100 zmniejszoną przez 60, któreś winien, i które od 100 odciągnąwszy, wypłacić masz Wierzycielowi. Ale gdy nie mając żadnego dochodu, winien jesteś Czerw. Złot: 100, masz w samej rzeczy mniej, niż nic, to jest: dług Czerw. Złot: 100, i w większym zostaiesz niedostatku, niżeli ten, krory ani dochodu, ani długu takiego nie ma. Zkąd oczywiła, że między ilością dodatnią i odciążną środkiem nic, czyli 0, gdyż cyfra dodana do rzetelnej ilości, ceny iey ani powiększa, iako ilość dodatnia, ani zmniejsza, iako czyni odciążną. Procz tych są inne jeszcze w Algebrze znaki.

Znak mnożenia jest $\times$ np. $a \times b$ znaczy, że cena literę a wyrażoną, powinna się mnożyć przez cenę b ; wymawia się zaś tak, a rozmnożone przez b . Znak dzielenia wyraża się



się frakcją, w której ilość podzielna, czyli litery do dzielenia dane kładą się na miejscu Licznika, a Dzielnik, czyli ilość dziel-

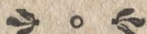
a aa

nicza na miejscu Mianownika np. $\frac{a}{b}$, $\frac{aa}{ab}$

wymawia się: a podzielone przez b , aa podzielone przez ab , a znaczy, że a ma się podzielić przez b , aa zaś przez ab . Lubo dzielenie Algebraiczne i Arytmetycznym sposobem częstokroć wyraża się, np. $a \mid ab \mid b$, co znaczy, że ab podzieliwszy przez a , za Wieloraz wypadnie b . Znak równości między ilościami jest $=$ np. $a = b$, wymawia się a równe b , znaczy zaś, że cena przez literę a wyrażoną, równa jest we wszystkim cenie wyrażonej przez b .

Znak większości jest $>$, mniejszości zaś $<$, np. $a > b$, mowi się, że ilość a większa od b , i znaczy też samą większość ceny w ilości a nad b , przeciwnie $a < b$, mowi się i znaczy, że cena a mniejsza za b . Znak nieskończoności (infinitatis) jest ten: ∞ np. $a \infty$ znaczy, że ilość a jest nie skończona.

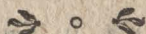
Znaki te wszystkie od Arytmetycznych tym tylko się różnią, że tam z ilościami pewną liczbą wyrażonemi, a tu z literami nic przez się pewnego nie znaczącemi kładą się zwykły, ale obrociwszy litery na liczby, za które się one pospolicie w rezolwowaniu osobliwie Problematów zakładają, pewne zaraz wyrażą



żą ilkości, daymy np. że $a = 6$, $b = 3$,
 będzie $a + b = 9$, $a - b = 3$, $a \times b$
 $= 18$, $\frac{a}{b}$, czyli $b | a | = 2$ i tak da-
 ley.

Znak proporcji czyli rownego między
 ilkościami względu, dwoiaki iest. Znakiem
 proporcji Arytmetyczney są 3. kropki $\cdot \cdot \cdot$,
 które iesli proporcya iest rozdzielna (discre-
 ta) kładą się między drugą i trzecią ilkością
 rownowzględną np. $a \cdot + \cdot 1 \cdot \cdot 3 \cdot 4$. co zna-
 czy, że taki iest względ a do $a + 1$, iaki 3
 do 4., czyli że tym mnieysza iest ilkość a
 od $a + 1$, czym mnieysze 3 od 4. Jeżeli zaś
 ta proporcya iest ciągła (continua) kładą się
 wzmiankowane kropki na początku przed pier-
 wszą ilkością np. $\cdot \cdot a \cdot + \cdot 1 \cdot a \cdot - \cdot 2 \cdot a \cdot - \cdot 3 \cdot$
 $a \cdot + \cdot 4 \cdot$. co znaczy, że czym się różni a od
 $a + 1$, tym $a + 1$ od $a + 2$, tym $a + 2$ od
 $a + 3$, i t. d.

Znakiem proporcji Geometryczney są
 4 kropki $::$, które gdy ta proporcya iest
 rozdzielna, kładą się między drugą także i trze-
 cią ilkością rownowzględną np. $a \cdot 2a :: 3a \cdot 6a$.
 znaczy że ileraży a mieści się w $2a$, tylerazy $3a$
 umieszczone iest w $6a$; gdy zaś proporcya ta
 iest ciągła, 4 owe kropki liniyką przekreślo-
 ne na początku się kładą np. $\frac{a}{2a} :: \frac{4a}{8a}$.
 16a. Znaczy, że ile razy a mieści się w $2a$,
 tylerazy $2a$ w $4a$, $4a$ w $8a$, i t. d. Nadto w
 każdej proporcji po każdym terminie rowno-
 wzglę-



względnym kładzie się iedna kropka. Inni po
 dwie kropki kładą w proporcji osobliwie Geo-
 metryczney rozdzielney, w ktorey też zamiast
 4 kropek w środku kładą się zwykłych, uży-
 wają znaku równości, tak w następującym
 przykładzie: $a : b = 4 : 2$. Co iedno wy-
 raża iako i $a \cdot b :: 4 \cdot 2$.

III. Ilkość dwoiaka ieszcze bywa,
 prosta i składana. Ilkość prosta (quantitas
 incomplexa) iest, która iedną literą, lub
 kilką liter wciąż bez żadnego znakow zwią-
 zku położonych wyraża się, np. ilkość a , al-
 bo, ac , albo acd , albo $abcd$, każda z tych mo-
 że być ilkością prostą, skoro wyraźnego przed-
 niemi nie będzie znaku ani odciążnego, ani
 dodatnego. Ilkość zaś składana (complexa)
 iest ta, która składa się ze dwóch lub kilku
 liter związek z sobą przez znaki mających np.
 $a + b$, albo $ab - c + d$, albo $a + ba - cy$
 $+ ad$ i t. d. Ilkość nie składana nazywa się poie-
 dyncza (monomium) iaka iest np. a , albo ab ,
 albo acd . Składana zaś nazywa się wielokrotna
 (polynomium) to iest albo dwukrotna (bi-
 nomium) iaka iest $a - b$, albo trzykrotna
 (trinomium) iaka iest $x + y - z$, albo czwo-
 rokrotna (quadrinomium) iaka iest $ab + d -$
 $x - z$. i t. d.

IV. Ilkości wielokrotney każda część
 znak swoy mająca, terminem się nazywa. Ter-
 min zaś od znaku, który przed nim iest, bie-
 rze imię, i albo zowie się dodatny, gdy z
 znakiem $+$, albo odciążny, gdy z znakiem $-$
 iest

jest położony, tak ilkość $a+b-c-bd$ jest czworokrotna, czyli z 4 terminow złożona, dwóch dodatnych to jest: $a+b$, a dwóch odciążnych to jest: $-c-bd$. Jle razy zaś przed ilkością pojedynczą, lub przed pierwszym terminem wielokrotney ilkości nie kładzie się znak wyraźnie, zawsze tam domniemany jest znak $+$, i taka ilkość, albo iey termin miany bywa za dodatny tak, iak gdyby był z znakiem $+$, np. ab iedno jest, $co+ab$, $a+b-d$ iedno, $co+a+b-d$. Przeciwnie gdy ilkość iaka, albo iey termin ma być odciążny, znak iey $-$ zawsze wyraźnie kładzie się, i kłaść się koniecznie powinien nawet przed pierwszym terminem ilkości wielokrotney np. $-ab-d$. Terminy, z których ieden jest dodatny, drugi odciążny, nazywają się różno znaczne.

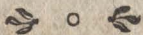
V. Liczba przed terminem iakieykolwiek ilkości położona np. $3a$, albo $12b$, albo $100x$, 3 przed a , 12 przed b , a 100 przed x położone zowie się współczynnikiem (*coëfficiens*) i znaczy 3 razy ilkość a , 12 razy b , 100 razy x dodaną, a zatym $3a$ jest iedno $co+a+a+a$. Gdzie zaś współczynnik liczbą wyrażony nie jest, tam domniemanym współczynnikiem zawsze jest 1 np. a albo ax , iedno jest $co+1a$, $co+1ax$ i t. d.

VI Liczba zwierzchu ilkości literalney przypisana nazywa się wykładnikiem teyże ilkości (*exponens quantitatis*) np. w ilkości a^2 albo x^3 , liczba wierzchołkowa tam 2,

a tu

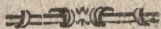
a tu 3, jest wykładnikiem ilkości x . Wykłada bowiem, wiele razy ilkość x rozmnożona jest sama przez siebie, czyli do którego stopnia jest wyniesiona. Trzeba bowiem wiedzieć, że kiedy się ilkość iaka literą wyrażona sama przez siebie mnoży np. $axa=aa$, produkt ten aa , czyli a^2 (gdyż mnożąc ilkości, litery się łączą, o czym niżej) zowie się u Rachmistrzow czworogran (*quadratum*) albo ilkość do drugiego stopnia wyniesiona (*secunda potestas*), a sama owa ilkość mnożna a , zowie się pierwszym stopniem albo ścianą (*radix*, *latus*) ten znowu czworogran a^2 przez ścianę swoją czyli przez a rozmnożony, uczyni sześciogran (*cubus*) czyli podniesie się do trzeciego stopnia, i będzie aaa , czyli a^3 . Lecz o tym obszerniej w drugiej Części. Tu tylko ostrzegam, żeby kto nie rozumiał, iż np. $2a$ jest iedno $co+aa$, albo a^2 , gdyż $2a$ wyraża sumę wypadłą z dodania $a+a$, zaś aa albo a^2 wyraża produkt wypadły z rozmnożenia a przez a , czyli $a+a=2a$, zaś $axa=aa$ albo a^2 . Nadto wiedzieć należy, że każda we wszystkich ilkościach litera nie mająca żadney zwierzchu liczby przypisku, za wykładnika domniemanego ma 1, i tak, a iedno jest, $co+a^1$, ab iedno, $co+a^1b^1$ i t. d.

VII. Terminy ilkości wielokrotnych dwoiaki są, podobne (*similes*) i niepodobne (*disimiles*.) Podobne terminy są, które z iednychże liter składają się, choć i znaki różne,

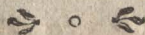


żne, i wykładnikow odmiennych, i spółczyn-
nikow mają nieiednakich, tak np. w ilkości
trzykrotney $ab+bd^3-2bd^2$ te dwa termi-
ny $+bd^3-2bd^2$ są sobie podobne, przeto
tylko, że z iednych liter, to iest: z bd są
złożone, choć i znak przed iednym iest $+$,
przed drugim—, i spółczynnik przed tam-
tym domniemany tylko 1, przed tym wyra-
żny 2, i wykładnik tamtego 3, a tego 2.

Niepodobne zaś terminy są, które się z
odmiennych liter składają, choć ta odmiana w
iedney tylko iest literze, np. $abc+abd$; al-
bo choć w iednym terminie są te wszystkie
litery, co i w drugim, ale albo w pier-
wszym, albo w drugim inney ieszcze litery
iedney lub więcej iest przydatek, np. $ab+$
 abc , i tak daley.



ROZ-



ROZDZIAŁ I.

*O początkach Rachunkow Literalnych, to
iest: o skraccaniu, dodawaniu, odciganiu,
mnożeniu, i dzieleniu ilkości tak poiedyn-
czych, iako i wielokrotnych, czyli o Redu-
kcyi, Addycyi, Subtrakcyi, Muly-
plikacyi i Dynwizyi Algebraiczney.*

ZADANIE I.

*Jak ilkości wielokrotne skracać, czyli obracać
na prostsze i krotsze terminy?*

REDUKCYA I.

Zachować w tey mierze dwa potrzeba
Przepisy:

Przepis pierwszy: Terminy dane, i każdą
w tychże terminach literę porządkiem abe-
cadła ułoż, tak np. tę ilkość czworokrotną
 $ba+c-d+cba$ według porządku abecadła
ułożysz: $ab+abc+c-d$.

Przepis drugi. Uważay, które z tych
terminow są sobie podobne, czyli iednemi li-
terami wyrażone, a które niepodobne, czyli
odmianę w literach mające. 1. Jeżeli odmia-
na choć iedney litery iest w których termi-
nach, iuż terminow takich skrócić, czyli na
krotsze obrocić nie można, zostać więc tak
po-



powinny, iak są dane, tak ilkości za przykład daney: $ab + abc + c = d$, skrócić nie można, iako oczywista; zostanie więc, iak iest. 2. Jeżeli zaś są terminy podobne, uważać znowu masz, czy te terminy są jednoznaczne, czy różnoznaczne, to iest: czy mają znaki przed sobą też same np. $+$, albo $-$, wszystkie terminy: czy też odmienne np. iedne $+$, a drugie $-$, lub przeciwnie. Jeżeli są jednoznaczne, łatwo ie skrociś, czyli na ieden termin obrocisz, gdy współczynników wyraźnych lub domniemanych owych terminow, czyli liczby te, które przed każdym terminem na początku, albo przed pierwszą iego literą są położone, w iedną sumę zbierzesz, a tę sumę z literą albo z literami danemi raz tylko wziętemi napiszesz, tak np. mając skrócić tę ilkość $a + 2a + 5a$, dodawszy 1 (domniemanego współczynnika pierwszego terminu) do 2 i 5, a sumę $= 8$ z tąż literą a raz wziętą napisawszy, będzie $a + 2a + 5a = 8a$. Podobnie: $2x + ab + 4ab + 7ab$ (gdzie pierwszy tylko termin nie podobny, a inne są sobie podobne) będzie $= 2x + 12ab$. i t. d.

Nie inaczej i z znakiem odciążnym podobnych ilkości czyni się redukcya np. $x - 3bc - 2bc - bc = x - 6bc$. Jeżeli zaś terminy podobne są różnoznaczne, skrociś ie, czyli zredukujesz, współczynnika mniejszego od większego odciągnąwszy, kiedy ilkość trafi się tylko dwukrotna, lecz kiedy z więcej ter-

minow



minow będzie złożona, niż z dwóch podobnych, skrociś ie, sumę mnieyszą współczynników, od większej współczynników, przeciwnego znaku summy odciągnąwszy, a resztę z znakiem większej summy, i raz wziętemi literami napisawszy, i tak np. kiedy będzie $3ab - ab$, skrociwszy, zostanie: $2ab$, kiedy zaś się trafi: $8ab - 2ab - 3ab - ab$, sumę $= 2 - 3 - 1 = -6$ odciągnąwszy od $+$ 8, czyli od 8, będzie: $= 2ab$. Podobnie, kiedy iest: $5x + 3x + 2x - 4x - x$, zebrawszy $5 + 3 + 2$ będzie $= 10$, i znowu $- 4 - 1$, będzie $= 5$, a odciągnąwszy 5 od 10, będzie $10 - 5 = 5x$. Na koniec: jeżeli terminow podobnych lecz przeciwne znaki mających współczynniki są iednakie, zredukujesz ie, gdy ie zmażesz np. $a + 2b - 2b = a$, także $x - 4y - y + 5y = x$.

OKAZANIE.

SKraćć czyli redukować terminy podobne nic innego nie iest, tylko albo ie dodawać, gdy są z iednymże znakiem np. $a + a = 2a$, $-a - a = -2a$, albo odciągać, gdy z przeciwnemi są znakami np. $a - a = 0$, $-a + a = 0$, co przez się tak oczywista, że nie można o tym zawątpić. Obroćmy albowiem litery na liczby. Niech będzie np. $a = 6$, będzie zatym $a + a = 6 + 6 = 12$; $-a - a = -6 - 6 = -12$; $a - a = 6 - 6 = 0$, $-a + a = 0$, $-6 + 6 = 0$, to iest: wzię-



wziąłeś raz 6, drugi raz 6, toć wzięłeś i masz 12. Wydałeś 6, i znowu 6, toć wydałeś, i już nie masz 12, co się wyraża przez znak—12. Wziąłeś 6, a wydałeś 6, albo wydałeś 6, i nie miałeś tylko 6, toć wydałeś wszystko, i nic ci się nie zostało, a zatem wyrażasz $6-6$, albo $-6+6=0$. Co wszystko wypływa z samej natury znaków, które gdy są iednakie, powiększają ilkości, a zmniejszają, albo cale psują, gdy są przeciwne. Co było do okazania.

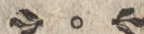
ZADANIE II.

Jak ilkości pojedyncze i wielokrotne dodawać?

ADDYCJA II.

I. **A**lbo te ilkości podobne są, albo nie podobne. Jeżeli nie podobne, czyli odmiennemi literami wyrażone, dodawać ich inaczej nie można tylko wciąż pisząc z znakiem + np. masz dodać b do a, będzie summa $a+b$, podobnie dodając $ab-c$, do $ad+cd$, będzie summa $ad+cd+ab-c$, czyli: $ab+ad+cd-c$. Jeżeli zaś ilkości dane są podobne czyli z iednych liter złożone, uważać trzeba znaki, i następujące zachować przepisy:

Przepis pierwszy: Kiedy są terminy podobne, a znaki iednakie, to jest: albo wszystkie+, albo wszystkie—, zbieray, zacząwszy



wszy od lewej ręki w iedną summę wszystkich tak wyraźnych iako i domniemanych współczynników każdego z osobna terminu, a summę onych z tymże samym znakiem, i z literą albo z literami iednego z tych terminów podobnych kładź pod linią np. masz dodać ilkość trzykrotną $a+b-c$ do podobnej ilkości: $3a+b-c$, ułożywszy iedną pod drugą:

$$\begin{array}{r} 3a+b-c \\ a+b-c \\ \hline \end{array}$$

$4a+2b-2c$, i linią podkreśliwszy, dodaway pierwszych najprzód terminów współczynników, będzie $1+3=4$, i summę tę z literą a raz wziętą napisz pod linią, będzie: $4a$, potym dodaway współczynników drugiego terminu, będzie $1+1=2$, a tę summę z literą b znowu pod linią napisz, nareszcie zbierz współczynników trzeciego terminu $1+1=2$, i z literą c podpisz, będzie ogólna summa $=4a+2b-2c$.

INNE PRZYKŁADY.

I.	II.
$7a-x$	$4x-bc+a$
$3a-2x$	$x-5bc+4a$
$10a-3x$	$5x-6bc+5a$

III.

$$\begin{array}{r} x+y-z-bd \\ 2x+y-3z-bd \\ 4x+2y-z-4bd \\ \hline 7x+4y-5z-6bd \end{array}$$

Przepis drugi: Kiedy zaś terminow podobnych różne będą znaki, to jest: $+i-$, odciągnij współczynnika mniejszego terminu od współczynnika terminu większego, a resztę po tym odciągnięciu pozostaw z znakiem większego terminu i z literami, jeżeli ich kilka jest, albo z iedną literą tegoż terminu pod linią napisz, a jeżeli kilka terminow podobnych różniznacznich jest, tedy mniejszą sumę współczynnika odciągnij od większej, i resztę, iak pierwey napisz, będziesz miał sumę pozostaw; Jeżeli na koniec summy owe współczynnika są sobie równe, zmaż ie, np. mając dodać $x-ab+4cb+a$ do $2x+3ab-cb-a$, nayprzed podpisawszy terminy podobne pod podobnemi tym sposobem: $- - - - - 2x+3ab-cb-a$ zbieray, zacząwszy od le- $x-ab+4cb+a$ wey ręki; gdzie ponieważ $- - - - -$ pierwsze terminy są iedno- $3x+2ab+3cb$ znaczne dodawszy ie, będzie summa $= 3x$, drugie zaś i po nich następujące ponieważ są różniznaczne, więc odciągając współczynnika terminow mniejszych od współczynnika terminow większych w ktorychkolwiek one są ilkościach, czy w odciągnionych, czy w tych, od ktorich odciągać trzeba, a resztę, jeżeli zostanie, pod linią pisząc z literą albo z literami temiz samemi, będzie: $-ab+3ab=+2ab$, $-cb+4cb=+3cb$, $+a-a=-$ o, a zatym summa $= 3x+2ab+3cb$.

I N-

INNE PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} ab+6ac+ d+ eb \\ -ab+5ac-2d-3eb. \\ \hline 11ac- d-2eb. \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{r} 4x+ ay+3z- ab- d \\ -2x+ ay- z-2ab+ d \\ - x-3ay-2z+4ab+4d \\ \hline x- ay + ab+4d. \end{array}$$

II. Ogulny dodawania Algebraicznego sposob jest ten: wszystkie ilkości do zebrania dane wciąż z temi samemi znakami, z ktorymi są dane napisawszy, skroć ie, czyli zredukuy sposobem w Zadaniu pierwszym podanym, co po redukcji takiey zostanie, będzie summa.

P R Z Y K Ł A D Y.

I.

$$\begin{array}{r} \text{Terminy} \quad ab+c- d \\ \text{dane} \quad b-c+2d \\ \hline \end{array}$$

Wciąż napisane: $ab+c-d+b-c+2d$
Summa po redukcji $= ab+b+d$.

B

II.



Terminy	$ab - ad + 3bd$
dane	$ad - bd + d^3$
	$ab - ad + d^2$

Wciąż napisane: $ab - ad + 3bd - ad - bd + d^3 + ab - ad + d^2$.

Sum: po reduk: $= 2ab - ad + 2bd + d^3 + d^2$.

Przeſtnoga. Co ſię tycze wykładników, z temi tak w dodawaniu iako i odciąganiu nie ſię nie czyni, tak ſię kładą, iak są dane. W czym iednak dwoiaki bywa przypadek, gdyż albo nie podobne ilkoſci, albo podobne tych ſamych, lub odmiennych miewaią wykładników. Jeżeli podobne ilkoſci tych ſamych wykładników maią, dodaią ſię lub odciągaią podług danych przepisow, nie odmiennaiąc bynajmniey wykładnika, ale raz wziętego piſząc, np. $x^2 + 2x^2 = 3x^2$; podobnie $2x^2 - x^2 = x^2$; a ieżeli podobne ilkoſci odmiennych maią wykładników, dodaią ſię i odciągaią tym ſposobem, ktorym terminy nie podobne np. $x^3 + x^2 + x$, dodaią ſię przez znak $+$, iak gdyby były nie podobnemi terminami, tak i w przykładzie II. $+d^2$ przydane do $+d^3$ przez znak $+$. Podobnie, to ieſt: przez znak $-$ odciągaią: ſię $x^3 - x^2 - x$. Już ieżeli ilkoſci są nie podobne, choćby jednakich miały wykładników, ani dodać ſię nie mogą, ani odciągnąć inaczey, tylko przez znaki np. $x^2 + y$, albo: $y^3 - x^2 - z$. i tam daley.

O K A -

O K A Z A N I E.

I. *Przepis pierwszy* ieſt oczywiſty. Dodawać albowiem ilkoſci iednoznaczne nie innego nie ieſt, tylko ie w iedną zebrać ſummę, a że w iedną ſummę w ten czas tylko zebrać ſię mogą, gdy ſię współczynniki tychże ilkoſci wraz dodadzą, czy te wyraźne są czy domniemane, np. $a + a$, dodaiąc, będzie $= 2a$, gdyż $1 + 1 = 2a$, także $3a - 2a = 5a$, gdyż $3 - 2 = 5a$. Albowiem obrociwszy literę a na liczbę np. 2, będzie $a + a = 2a = 2 + 2 = 4$, także $3a - 2a = 5a = 6 - 4 = 10$ (trzeba bowiem cenę literze naznaczoną tyle razy brać, ile ieſt iedności w współczynniku np. ieżeli $a = 2$, trzeba te 2 brać trzy razy, czyli 2 mnożyć przez 3, kiedy przy a ieſt współczynnik, i tak zawsze.) Więc dodaiąc ilkoſci ſame ſię współczynniki dodawać, a litery iednego tylko terminu piſać powinny. C. B. D. O. 2. Co ſię zaś tycze ilkoſci różnoznacznych, pewna ieſt, że ilkoſci dodatne są przeciwne odciągającym, ponieważ znaki ich $+$ i $-$ są przeciwne. Więc gdy takie do zebrania dane bywaią ilkoſci, albo ſię całe psować muſzą, albo po części. Całe ſię zepsuią, gdy podobne i ſobie równe będą, to ieſt: gdy z iednakich i liter i współczynnika składaią ſię. Przeto $a - a$ mażą ſię, nie dodaią, bo druga ilkoſć dla przeciwnego znaku pierwszą całą psuie.

B 2

Day-

Daymy np. że $a=2$, będzie $a=a=2=2$, lecz $2=2$ psują się, i są $=0$, więc się odciągać nie dodawać powinny. Psują się zaś po części w ten czas, gdy z danych różnnych ilkości jedna większa a druga będzie mniejsza np. $5a=2a$, niecałe się $5a$ zepsują, lecz ta tylko część która wyrównywa drugiej ilkości odciażney $=2a$, a zatem od $5a$ odciągnąć potrzeba $2a$, nie dodawać, a resztę to jest: $3a$ z większey znakiem pisać. Zkąd iawna, że dodanie ilkości czasem się w odciągnięcie zamienia, nie przeto, żeby coś zwyczajnemu liczb dodawaniu przeciwnego było w dodawaniu literalnym, lecz że (co się w liczbach w ten sposób nie przytrafia) w Algebrze dane bywają do zebrania ilkości nie całkowite, lecz inną iaką zmniejszone ilkością, np. kiedy dane są $5a+2a$, nie całko-

$$3a - a$$

wite $3a$ tu trzeba dodawać do $5a+2a$, lecz zmniejszone ilkością $=a$, przeto termin $=a$ nie dodawać się do $+2a$, lecz od niego odciągnąć powinien (wszakże takie odciągnięcie $=a$ od $+2a$ na jedno wyniesie, iak gdyby toż $=a$ było odciągnięte od $3a$) reszta będzie z tymże, co i $2a$, znakiem, to jest: $+1a$, czyli a . Cała zaś tych dwóch danych ilkości summa będzie: $8a+a=9a$.
C. B. D. O.

Z A-

ZADANIE III.

Jakim sposobem odciągać ilkości literalne.

SUBTRAKCYA III.

Odciągnięcie Algebraiczne odprawuie się przez skrocenie czyli Redukcyą, a to tym sposobem: napisawszy terminy odciażne, czyli odciągnąć się mające pod terminami danymi iakieykolwiek ilkości, czy to pojedynczey czy wielokrotney, odmienić trzeba wszystkie znaki wyraźne i domniemane położone przed temi terminami, które masz odciągnąć, tak, żeby tam był znak $-$, gdzie był $+$ i przeciwnie, a dopiero uczynić redukcyą, to jest terminy podobne jednoznaczne dodać, a różnznaczne odciągnąć podług Przepisow Zad. I; pozostałe po Redukcyi terminy, będą resztą np. masz odciągnąć $a+b$ od $4a+b$, napisawszy ilkość odciażną pod daną większą ilkością, i znaki przed tamtą odmieniwszy tak:

$$\begin{array}{r} 4a+b, \\ -a-b \\ \hline \end{array}$$

3a

redukuy, czyli dla przeciwnych znakow $=a$ odciągnij od $4a$, $=b$ także od $+b$, reszta zostanie $3a$. Lecz gdyby od teyże samey ilkości $4a+b$ odciągnąć trzeba było $=a=b$, odmieniwszy znaki, byłaby ilkość odciażna $+a+b$, a zatem redukuiąc, dodałaby się do

do $4a + b$, i zamiast reszty byłaby summa $= 5a + 2b$.

INNE PRZYKŁADY.

I.

Terminy $ab + ab^2 - d$ czyli: $ab + ab^2 - d$
 dane $ab - bc - d$ $- ab + bc + d$

Reszta odmieniwszy znaki,
 i redukcyą uczyniwszy $= ab^2 + bc$.

II.

Terminy $x^2 + 7b + 3d + ac - b^3$
 dane. $x^2 + 6b + 6d + ac - b^2$

czyli: $x^2 + 7b + 3d + ac - b^3$
 $- x^2 - 6b - 6d - ac + b^2$

Reszta, po znakow
 odmianie y Re-
 dukcyi $= b - 3d - b^3 + b^2$ przez
 Przeft. Zad. II.

O K A Z A N I E.

ZE w ilkościach odciążnych, znak $+$ za-
 mienić się powinien, w $-$, i przeciwnie,
 Przepis ten wyciąga objaśnienia. Dajmy więc
 że od ilkości a , masz odciągnąć $b - d$, postę-
 pując więc podług danego przepisu, odcią-
 gasz najprzód b od a , a że te ilkości są sobie
 niepodobne, przeto na miejscu reszty piszesz
 $a - b$, ale ta reszta jest większa, niż być
 po-

$$\begin{array}{r} a + 3c - d \\ 2a - d \\ \hline \end{array}$$

Położywszy ilkości mnożą-
 ce pod mnożnemi, mnoż
 przez pierwszy najprzód ter-
 $2a^2 + 6ac - 2ad$ min $2a$ całą ilkość mno-
 $- ad - 3cd + d^2$ żną $a + 3c -$
 d , a najprzód: $a \times 2a$ czyli a rozmnożone przez
 $2a = 2a^2$ (przez Przepis 1.) potym $+ 3cx$
 $+ 2a = + 6ac$ (przez Przepis 2 i 3) na ko-
 niec $- d \times + 2a = - 2ad$ (przez Przepis 1.)
 Powtore mnoż przez drugi termin $- d$, zno-
 wu całą ilkość mnożną, będzie najprzód
 $a \times - d = - ad$ (przez Przepis 1.) a produkt
 ten pod podobnym terminem $- 2ad$ podpisz,
 potym $3cx - d = - 3cd$, a produkt możesz
 wciąż pisać, nie mając innego podobnego,
 na koniec $- d \times - d = + d^2$ (przez Przepis
 1. i 4.) Nareszcie dwa te produkta przez
 piąty Przepis w iedną zbierając sumę czyli
 redukując, wypadnie ogulny produkt: $2a^2 +$
 $6ac - 3ad - 3cd + d^2$, gdyż dwa owe podo-
 bne i jednoznaczne terminy w szczególnych
 produktach $- 2ad - ad$ przez dodanie zamie-
 niły się w ieden $- 3ad$.

INNE PRZYKŁADY.

*Ktore ilkości wielokrotne i mnożyć, i do wyż-
 szych stopniow wynosić, czyli robić z nich
 czworograny, sześciograny i t. d. nauczą
 (patrz Wykład VI.)*

I.

DAjmy ilkość (ktora jest pierwszym sto-
 pniem czyli ścianą) dwukrotną $a + b$,
 wy-

wyniesiesz ją do drugiego stopnia, czyli zrbisz z niej czworogran, gdy ją przez nią samę rozmnożysz podług danych Przepisow. Będzie więc $a+b \times a+b$, czyli:

$$\begin{array}{r} a+b \\ \text{Mnożąc przez } a+b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{A produkt re-} \\ \text{dukując,} \end{array} \begin{array}{r} a^2+ab \\ +ab+b^2 \end{array}$$

$$\text{Czworgran} = a^2 + 2ab + b^2$$

Jeżeli zaś zechcesz mieć z tejże daney ilkości $a+b$ sześciogran, czyli stopień 3ci, rozmnoż przez nią znaleziony dopiero czworogran, będzie $a^2+2ab+b^2 \times a+b$, czyli:

$$\begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \text{Mnożąc przez } a+b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Redukując zaś } a^3+2a^2b+ab^2 \\ \text{te produkta,} \end{array} \begin{array}{r} +a^2b+2ab^2+b^3 \end{array}$$

$$\text{Sześciogran} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Gdybys chciał do czwartego jeszcze stopnia też ilkość $a+b$ wynieść, musiałbys znówu przez nią rozmnożyć dopiero wyszukany sześciogran.

$$\begin{array}{r} \text{Będzie więc, } a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\ \text{Mnożąc przez } a+b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{J redukując te } a^4+3a^3b+3a^2b^2+ab^3 \\ \text{produkta,} \end{array} \begin{array}{r} +a^3b+3a^2b^2+3ab^3+b^4 \end{array}$$

$$\text{Stopień 4ty} = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

i tak daley.

II.

II.

Daymy ilkość trzykrotną $a+b+c$, z ktorey trzeba zrobić czworogran, będzie:

$$\begin{array}{r} a+b+c \\ \text{Mnożąc przez } a+b+c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Redukując zaś } a^2+ab+ac \\ \text{te produkta,} \end{array} \begin{array}{r} +ab+b^2+bc \\ +ac+bc+c^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Czwor.} = a^2+2ab+2ac+2bc+b^2+c^2 \\ \text{Ten zaś rozmno-} \\ \text{żony przez } a+b+c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^3+2a^2b+2a^2c+2abc+ab^2+ac^2 \\ +a^2b+2abc+2ab^2+2b^2c+bc^2+b^3 \\ +a^2c+2abc+2ac^2+b^2c+2bc^2+c^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Produkta zredukowane uczynią sześciogran} = \\ a^3+3a^2b+3a^2c+6abc+3ab^2+3ac^2+3b^2c+3bc^2+b^3+c^3 \end{array}$$

III.

Daymy ilkość dwukrotną różniznaczną: $2x-y$, będzie:

$$\begin{array}{r} \text{Mnożąc } 2x-y \\ \text{przez } 2x-y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Redukując } 4x^2-2xy \\ \text{produkta} \end{array} \begin{array}{r} -2xy+y^2 \end{array}$$

$$\text{Czworogran} = 4x^2 - 4xy + y^2$$

Czwo-

Czworogran $\equiv 4x^2 - 4xy + y^2$

A ten mnożąc przez $2x - y$

$$\text{J redukując } 8x^3 - 8x^2y + 2xy^2 \\ - 4x^2 + 4xy^2 - y^3$$

Sześcio-

$$\text{gran} \equiv 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$$

Mnożąc znowu przez

$$\text{tęż ścianę } 2x - y$$

$$\text{Redukując } 16x^4 - 24x^3y + 12x^2y^2 - 2xy^3 \\ - 8x^3y + 12x^2y^2 - 6xy^3 + y^4$$

$$\text{Stop. 4.} \equiv 16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$$

Podobnym sposobem do wyższych stopniów wynosić można ilkości dane, mnożąc niższe stopnie przez tęż samę, ścianę czyli na początku dane ilkości.

O K A Z A N I E

Przepisowi danych najprzód na znaki, potem na wykładników, ponieważ inne przez się jasne.

I. **C**O się tycze znaków, najprzód, że $+$ $\times$ $-$ $-$, i $-$ $\times$ $+$ $-$ tak się dowodzi: gdy np. a mnożysz przez $b - c$, i z pierwszego terminu b rozmnożonego przez a wychodzi produkt ab , oczywista jest, że ten produkt większy jest, niż być powinien, gdyż nie cała ilkość b, ale umniejszona il-

ko-

kością c mnożyć się miała przez a. Zaczynam w produkcie ab tyle razy nadto zamyka się ilkość c, ile razy w tymże produkcie mieści się b. A że ilkość a pokazuje, ile razy b w produkcie ab mieści się (ponieważ b przez a jest rozmnożone, czyli b tyle razy wzięte, ile w a jest iedności) toć ilkość c tyle razy odciągnąć się powinna od produktu ab, ile ma w sobie iedności ilkość a, a zatym ilkość c rozmnożona przez a, czyli $c \times a = ac$ odciągnać się ma od ab, więc cały produkt z ilkości $a \times b - c$ wyidzie $ab - ac$, a zatym $-c \times a = -ac$, więc ogulnie $+$ $\times$ $-$ i przeciwnie $-$. Co się nierownie iasniej w liczbach wyda. Daymy więc, że $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$, będzie $a \times b - c = 5 \times 6 - 4$. Mnożąc liczby te sposobem Algebraicznym, rozmnożysz najprzód 5 przez 6, lecz $5 \times 6 = 30$, więc produkt ten większy wypada, niż być powinien, gdyż nie całe 6, lecz zmniejszone liczbą 4 czyli 2 przez 5 mnożyć się było powinno. Rzetelny tedy produkt z $5 \times 6 - 4$ być powinien $= 10$, a tu wypadł nierownie większy, gdyż $= 30$. Zkądże to zbyteczne produktu powiększenie poszło? Oto, że liczba 4, którą potrzeba było odciągnąć od 6, pięć razy w owym produkcie, to jest: w 30 jest umniejszona. Zeby tedy produkt należyty był, z 30 pięć razy 4 to jest: 20, odciągnąć trzeba, a reszta, to jest: 10 będzie produktem rzetelnym. Przeto produkt z $5 \times 6 - 4$

$5 \times 6 - 4$ tak się wyrazić powinien, $30 - 20 = 10$, albo też tak: - 5

Gdzie oczywiſta rzecz, $6 - 4$
 $\text{że } -4 \times 5$ czyli $+5 = \text{nie}$ —
 $+20$, lecz -20 . Więc po- $30 - 20 = 10$.
 wszechnie $- \times +$, i $+ \times =$ —. C.
 B. D. O.

II. Ze zaś $- \times = +$, czyli że
 mniej mnożąc przez mniej wypaść powinno
 w produkcie więcej, zaczynającym zda się
 rzecz nie pojęta, niechże następujące zważaia
 okazanie, a nic im w caſey Algebrze nie bę-
 dzie łatwiejszego do zrozumienia i pojęcia.
 Masz np. do mnożenia daną ilość $a - a$ przez
 $-b$, ponieważ $a - a = 0$ więc choć i ro-
 zmnożysz $a - a$ przez $-b$, produkt inny
 wyjść nie powinien, tylko $= 0$. Bo cyfra
 sama przez się wzięta iako przez liczbę, tak
 przez literę mnożona nic nie uczyni, tylko
 cyfrę.

Ale że mnożąc $a - a$ przez $-b$, wy-
 padać musi pierwszy termin produktu $-ab$
 z znakiem odciażnym — (iako się w okaza-
 niu I. dowiodło) toć drugi termin produ-
 ktu nie może być tylko z znakiem dodatnym
 $+ab$, inaczej, dwa te terminy produktu ze-
 psułyby się nie mogły, a zatym produkt nie
 byłby $= 0$, czego tu koniecznie trzeba, gdyż,
 iako się wyżej rzekło, $a - a = 0$. Przeto
 $-a$ rozmnożywszy przez $-b$, produkt mu-
 si być $= +ab$, a zatym ogólnie $- \times =$
 $+$. Połóżmy na miejscu liter a, b , liczby

6 i 4, żeby było $a - a \times -b = 6 - 6 \times -4$,
 rozmnożywszy, produkt być powinien $= 0$.
 Gdyby zaś iak pierwszy termin 6×-4 czy-
 ni -24 , tak i drugi termin -6×-4
 miał uczynić -24 , toć produkt ten nie
 mógłby być żadną miarą $= 0$. Gdyż -24
 i drugie -24 redukować się powinno przez
 dodanie (Zadan. 1.) uczyni zatym -48 .
 Więc -6×-4 musi uczynić $+24$, a za-
 tym produkt ten: $-24 + 24$ dla przeci-
 wnych znaków zepsuie się, i będzie $= 0$. Dal-
 sza zaś przyczyna tego iest, że ilości odci-
 żne zmieszane z dodatnemi do mnożenia dane
 bywają, trzebaby więc pierwey, niż się ro-
 zmnożą, tamte od tych odciągnąć, ale że
 nie odciągnięte pospolicie mnożą się dla tego,
 że w terminach niepodobnych dane będąc, od-
 ciągnąć się nie mogą; więc trzeba koniecznie
 w produkcie dwóch odciażnych znak odmie-
 nić, żeby pokazać, że te ilości przed mno-
 żeniem miały się odciągnąć, a nie odciągnęły
 się dla tego, że sobie nie były podobne, to
 zaś pokazać się inaczej nie może, tylko przez
 odmianę znaku, gdyż ile razy ilości niepo-
 podobne odciągają się, odciągnięcie ich pokazuje
 się, i wyraża odmienieniem znaku, iako się
 okazało pod Zadan. 3. Więc $- \times =$ w pro-
 dukcie być powinno $= +$. Można tego do-
 świadczyć ieszcze w liczbach, mnożąc ie spo-
 sobem Algebraicznym np. $5 - 2$

Należałoby tu wprzód 2 od 4 — 3
 5, a 3 od 4. odciągnąć, a re-
 C szcę



sztę 3 i 1 rozmnożyć, byłby $20-8$
 zatym produkt rzetelny 3×1 $-15+6$
 $=3$, ale gdy te liczby przed
 mnożeniem nie odciągnione $5-2=+3$.
 mnożą się na ten czas, żeby pokazać, że te
 liczby -2×-3 powinny się być odcią-
 gnąć, a zatym (podług Przepisow na odcią-
 ganie ilkości w Zadan. 3 danych) znaki przed
 niemi odmienić tak, żeby, się stały $=+3$
 $2 \times +3$ potrzeba w produkcie 6 znak odcią-
 żny — zamienić w dodatny $+$, więc ogul-
 nie, $- \times - = +$. C. B. D. O.

III. Co się tycze wykładników, te że
 w mnożeniu ilkości dodawać się, nie rozmna-
 żać powinny, przez samę liter z mnożenia
 wypadających uwagę iasnie się okazuje. Da-
 ne albowiem do mnożenia z wykładnikami il-
 kości np. $a^2 \times a^3$ mogą się tak wyrazić $aa \times aaa$,
 lecz aaa mnożąc przez aa w produkcie (przez
 Przepis 3) wychodzi $aaaaa$, więc na iedno
 wyniesie mnożąc, wciąż pisać ilkości bez wy-
 rażnych wykładników, albo też samych wy-
 kładników, z raz napisaną literą w iedną sum-
 mę dodać, gdyż $a^2 \times a^3$ dodawszy $2+3$, bę-
 dzie $=a^5 = aaaaa$. C. B. D. O.

Przeestroga 1. Czasem Algebryſtowie nie
 mnożąc ilkości danych do mnożenia, wyraża-
 ją tylko, że się mnożyć powinny, przez li-
 niiki ciągnięte wierzchołkiem ilkości mno-
 żney i mnożącey, złączonych znakiem $+$ np.

$$a+3c-d+bc-d.$$

ZA-



ZADANIE V.

Jakie są sposoby dzielenia literalnego?

DYWIZYA V.

I. **L**iteralne dzielenie ilkości, zwłaszcza po-
 iedynczych, czynić się może sposobem
 następującym: dane do podziału ilkości ułoż
 kształtem łamaney liczby tak, żeby nad li-
 niiką podzielna, czyli do podzielenia dana,
 a niżej liniiki dzielnicza, czyli ta, przez
 którą dzielić trzeba, ilkość była położona,
 np. mając ilkość $6abc$, dzielić przez $3ab$,
 można nakształt frakcyi $6abc$ nad liniiką, a
 pod nią $3ab$ położyć, będzie zna- $6abc$
 czyć, że $6abc$ podzielić potrzeba —
 przez $3ab$. Dzielić więc tym sposo- $3ab$
 bem ilkości, nic innego nie jest, tylko ie na
 frakcye obrocić. A że frakcye, gdy są w
 wielkich terminach, na mnieysze się obraca-
 ją, toć i z Algebraicznemi podobnie uczynić
 trzeba terminami, to jest: na mnieysze ie
 terminy obrocić należy, w czym tak, iak w
 mnożeniu, czterech trzeba się trzymać Prze-
 pisow.

*Przepis pierwszy tenże sam, który dany
 był pod Zadan. 4. na znaki: wieloraz z po-
 działu terminow iednoznacznych wypadły
 powinien być zawsze dodatny, a zatym*

C 2

+

$\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, i $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$ czyli więcej po-
 $\frac{+}{-}$ dzielone przez więcej, i mniej przez mniej
 $=$ więcej. Wieloraz zaś z podziału termi-
 now różniznacznym wypadły, powinien być
 $\frac{+}{-}$
 zawsze odciążny, a zatym $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, i
 $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, czyli więcej podzielone przez
 $\frac{+}{-}$
 mniej, i mniej przez więcej $=$ mniej.

Przepis drugi na współczynniki. Jeżeli
 współczynnik jeden przez drugiego bez reszty
 podzielić się może, tedy się dzieli, a Wielo-
 raz z takiego podziału wypadły nowym bę-
 dzie współczynnikiem tej ilkości (w iakich-
 kolwiek ona terminach znajduie się, czy w
 podzielnych, czy w dzielniczych) która
 miała większego współczynnika. Jeżeli zaś
 bez reszty podzielić się nie mogą, zostawiają
 się obydwu współczynniki tak, iak były,
 kształtem łamaney liczby wyrażone. Jeżeli
 na koniec oba współczynniki trafią się równe,
 oba się psują i mażą, gdyż dzieląc je w samey
 rzeczy, Wielorazem byłaby jedność, która się
 wyraźnie przed ilkością nie pisze (Wykład
 V.)

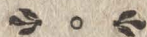
Przepis trzeci na litery: Litery, iak się
 już namieniło, pisać się nakształt liczby ł-
 maney powinny, które albo są jednakie tak
 w podzielney ilkości, iako i w dzielniczey,
 albo

albo odmienne. Jeżeli które będą jednakie,
 czyli też same w obydwóch ilkościach, psują
 się i mażą, a inne litery, ieżeli się znajdują,
 w tychże ilkościach odmienne, na miejscu wie-
 loraza się piszą; ieżeli zaś innych liter nie-
 masz, ani wyraźnego współczynnika nie by-
 ło, na miejscu wymazanych liter kładzie
 się 1.

Przepis czwarty na wykładników. Jeżeli
 ilkości dzielą się, mające wyraźnych lub do-
 mniemanych wykładników, odciągnij mniej-
 szego wykładnika od większego, w którym-
 kolwiek terminie będzie czy w podzielnym, czy
 w dzielniczym, a resztę na miejscu większego
 połącz z tą samą literą raz tylko wziętą, zmaza-
 wszy ją tam, gdzie z mniejszym była wykładni-
 kiem, a na iey miejscu napisawszy 1, gdy
 inney w tymże samym terminie nie masz lite-
 ry, iako się rzekło w Przep. 3. kiedy zaś ie-
 dne są litery z iednakimi wykładnikami, tak
 wykładniki iako i litery się mażą, a na miej-
 scu liter kładzie się 1. Już ieżeli z wykła-
 dnikiemi odmienne trafią się litery w obydwóch
 terminach, dzielić się takie ilkości nie mo-
 gą, zostają więc nakształt liczby łamaney
 ułożone, z znakami wprzód i współczynnika-
 mi uczyniwszy to, co się podług Przep. 1
 i 2 uczynić mogło.

P R Z Y D Ł A D Y.

- I. Dajmy do dzielenia ilkość $4ac^3b^2d$
 przez $2cb^3d$, będzie nayprzód:



$\frac{4ac^3b^2d}{2c^3b^3d}$. Powtore: $\frac{+}{-}$, a za-
 tym Wieloraz musi być odciążny, przez Prze-
 pis 1. Potrzebie: $\frac{4}{2} = 2$ przez Przepis 2,
 a zatym tak się już wyrazi: $\frac{-2ac^3b^2d}{cb^3d}$.

Poczwarne zepsuie się i zmaże d w terminach
 obydwóch podzielnym i dzielniczym przez

Przepis 3, zostanie więc $\frac{-2ac^3b^2}{cb^3}$. Nare-

szcie odciągając współczynniki mniejszych
 od większych, to jest: domniemanego 1 il-
 kości c od 3 teyże ilkości w terminie po-
 dzielnym, i 2 ilkości b w tymże terminie od
 3 ilkości także b będącey w terminie dzielni-

czym, zostanie: $\frac{-2ac^2}{b}$, i to jest: Wielo-

raz z podziału wypadły przez Przepis 4, gdzie
 na miejscu wymazanej litery c w terminie
 podzielnym nie kładzie się już 1, gdyż zo-
 stała jeszcze w tymże terminie ilkość b.

II. Daymy do dzielenia $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$ przez
 $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$, będzie 1. $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$, 2. $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$,

+



$$+, 3. \frac{12}{12} = 1. 4. \frac{a^2}{a^3} = \frac{1}{a} = a$$

przez Przepis 4, a zatym wieloraz $\frac{1}{ab}$,
 gdzie znak wyraźnie nie kładzie się przez wy-
 kład V, a 1 wyraża się, gdyż żadna w po-
 dzielney ilkości nie została litera.

III.

$$\frac{3abc}{3abc} = \frac{1}{1} = 1.$$

IV.

$$\frac{4bd}{2bd} = \frac{2}{1} = 2.$$

V.

$$\frac{3ab}{5a} = \frac{3}{5}b.$$

VI.

$$\frac{4bd}{1} = 4bd, \text{ i t.d.}$$

Tychże samych Przepisów trzymając się, mo-
 żnaby i wielokrotne ilkości dzielić, zwłaszcza
 kiedy wiele liter w podzielnym i dzielniczym
 terminach trafi się jednakich, np. dzieląc ax

$2abx$ przez $ax + axx$, będzie: $\frac{ax - 2abx}{ax + axx}$
 czyli



czyli wymazawszy w obydwóch terminach il-
kości tak podzielney, iako i dzielniczey ax

podług Przepisu 3. zostanie $\frac{1-2b}{1+x}$, czy-

li $= 1 - \frac{2b}{x}$, gdyż $\frac{1-2b}{1+x}$ przez

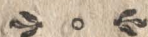
Przepis 1. Gdyby zaś było: $\frac{ax-2abx}{ax}$ po-

nieważ dzielnik ax należy do całej podziel-
ney ilkości, i cała ta frakcja równa tym dwom:

$\frac{ax}{ax} - \frac{2abx}{ax}$, trzebaby obydwia terminy

podzielne przez ax podzielić, wieloraz zatym
byłby $= 1 - 2b$. Lecz ten sposób dziele-
nia literalnego ilkości wielokrotnych, z wie-
lu osobliwie terminow złożonych mogłby za-
czynających w zawiłości i omyłki iakie wpra-
wić, więc w dzieleniu takich ilkości z wię-
kszą łatwością i pewnością swej roboty na-
stępującego używać mogą sposobu.

II. Drugi sposób dzielenia literalnego
ilkości zwłaszcza wielokrotnych podobny co
do ułożenia terminow, i niektórych innych
okoliczności do zwyczajney w Arytmetyce Dy-
wizyi jest ten: Daymy np. ilkość sześciokro-
tną do podziału $a+b-n-ar-br+a+b$,
przez dwukrotną $a+b$. Ułóż nayprzod da-
ne ilkości tak, iak się układają liczby do
dzie-



dzielenia dane w Arytmetyce, to jest: tak,
żeby we śródku była ilkość podzielna,
dzielnik zaś po lewey, a wieloraz po prawey
stronie, obydwia kreskami oddzielone, czego
masz wizerunek następujący:

$$\begin{array}{c} a+b | a+n-bn-ar-br+a+b | +n-r+1. \\ -a-n-bn-ar-br-a-b | \\ \hline 0 \qquad 0 \qquad 0 \end{array}$$

Powtore: dziel nayprzod pierwszy ter-
min ilkości podzielney, to jest: $a+n$ przez
pierwszy termin dzielnika czyli przez a , ma-
jąc w pamięci Przepis wyżej na znaki dany,

że $\frac{a+n}{a}$ i przeciwnie, $= -n$, i $\frac{a+n}{a}$

$+n$, pierwszym terminem wieloraza będzie
 $\frac{a}{a}$, gdyż $\frac{a}{a}$ mażą się przez Przepis 3.

Potrzenie: przez ten termin wieloraza $\frac{a}{a}$ n
rozmnoż całego dzielnika $a+b$, zachowując
Przepisy na mnożenie dane pod Zad. 4, a
produkt ztąd wypadły odmieniwszy znaki
odciągnij od terminow podobnych ilkości po-
dzielney, iakie tu są dwa pierwsze, po od-
ciągnienu nie zostaje nic tylko cyfra przez
Zad. 3. Poczwarće: przez tenże pierwszy
termin dzielnika, to jest przez a , dziel po-
dobny, który z pozostałych podzielny, iaki tu
jest



IV.

Dziel.	Ilkość	Podzielna	Wieloraz.
$x-2y-3z$			
$ ax-2ay-3az+bx-2by-3bz-cx+2cy+3cz $	$a+b+c$		
$-ax+2ay+3az-bx+2by+3bz-cx-2cy-3cz$			
o	o	o	o

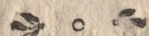
OKAZANIE.

Przepisow danyh na dzielenie ilkości literalnych.

I. **D**Aśo się widzieć w dzieleniu ilkości tak pierwszym iako i drugim sposobem, że odprawienie tegoż dzielenia najpierwey na znakach
 $\frac{+}{-}$
 zależy, to jest: na tym Przepisie, że $\frac{+}{-}$, i

$\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$, a $\frac{+}{-} = \frac{+}{-}$ który wypływa

z przepisu danego na znaki w mnożeniu ilkości, i kto tamtego okazanie zrozumiał, tym samym i ten już zrozumiał. Ponieważ bowiem produkt wypadający z rozmnożenia wieloraza przez dzielnika równy być powinien ilkości podzielney, idzie zatym, że wieloraz wypadły z podziału ilkości odciążney przez odciążną być powinien dodatny. Daymy albowiem, żeby niedodatny, ale był odciążny, więc rozmnożywszy przez niego dzielnika odciążnego, produkt musiałby być dodatny (przez Okaz.



Okaz. 2. Zad. 4.) a zatym nie byłby równy ilkości podzielney, która jest odciążna nie dodatna, przeto brak znacząca i mniejsza od cyfry np. dzieląc $\frac{-6a}{-3a}$ przez $\frac{-3a}{-3a}$, jeżeli wieloraz wypadły $\frac{-6a}{-3a} = 2a$, a nie $\frac{-6a}{-3a} = -2a$, toć rozmnożony przez swego dzielnika tenże wieloraz uczyniłby $\frac{-6a}{-3a} = 6a$, toć nie byłby równy ten produkt ilkości podzielney $\frac{-6a}{-3a} = 6a$, bo tamten znaczy rzetelną sumę, a ta brak czyli mniej, niż nic; więc wieloraz wypadły z dzielenia ilkości odciążney przez odciążną powinien być dodatny. C. B. D. O. Podobnie okazać można, że dzieląc ilkość odciążną przez dodatną i przeciwnie, wieloraz być powinien odciążny, gdyż inaczej produkt z wieloraza i dzielnika wypadły podzielney ilkości nie byłby równy i t. d.

II. Przepis drugi przez się iasny. Co się tycze 3ciego, literalne dzielenie naybardziej natym zależy, aby z dzielnika i podzielney ilkości iednakie wymazać, a odmienne za wieloraz napisać litery. Nie idzie iednak zatym, żeby wymazawszy iednakie litery, gdy innych od wymazanych odmiennych kilku lub iedney niemasz, pisać się miała na mieyscu,

ab
 wieloraza cyfra, żeby było np. $\frac{ab}{ab}$ czyli

$\frac{ab}{ab} = 1$, gdyż obydwa te terminy mają domniemanego współczynnika 1, i zaś podzielone przez 1 jest równe $\frac{ab}{ab} = 1$ czyli:


$$\frac{1}{1ab} = 1, \text{ więc } i \text{ } ab|ab| \text{ czyli: } \frac{ab}{ab} \text{ albo}$$

$\text{---}=\text{I}$ Jakoż kiedy dzielimy ab przez
ab, pytamy się wiele razy mieści ab w ab,
ilkość zaś każda raz się w sobie samej mie-
ści, a zatem $\text{---}=\text{I}$. C. B. D. O.

III. Co się tycze na koniec wykładników, oczywista rzecz, że te w dzieleniu odciągnąć się, nie dzielić powinny. Dane albo-

wiem do podziału ilkości np. $\frac{a}{a^2}$ mogą się

tak wciąż pisać: $\frac{aaaaa}{aa}$, a zatem dzielić je

podług Przep. 3. , to jest: iednakie litery
wymazując, wieloraz będzie $\equiv aaa$ czyli a^3 ,
to jest: reszta po odciagnieniu 2 wykładnika
iednego terminu od 5 wykładnika drugiego;
więc dzieląc ilkości, wykładniki onych odci-
gać się powinny, nie dzielić, i mogą się tak
wyrażać $a^5 - 2 \equiv a^3$. C. B. D. O.

Prześtroga 1. Lubo zachowawszy tak w mnożeniu iako i dzieleniu ilkości, dane i okazane Przepisy, nie trzeba się bać, ani w produktach, ani w wielorazach żadney omyłki, atoli dla ugruntowania w Rachunkach literalnych,

nych, zaczynających Algebrytów, nie zawa-
dzi, aby umieli mnożenia i dzielenia odpra-
wionego doświadczać. A nayprzód mnożenia
doświadczą łatwo, kiedy produkt podzielią
przez ilkość mnożącą; ieśli dobrze odprawio-
ne mnożenie, wypadnie im za wieloraz mno-
żna, i przeciwnie, wypadnie im mnożąca,
kiedy produkt podzielią przez mnożną. J tak
w Przykładzie III. pod Zad. 4. Czworogran
 $4x^2 - 4xy + y^2$, który ieſt produktem ilko-
ści $2x - y$ rozmnożoney przez nię samę; bę-
dzie dobrym, ieżeli podzielony przez $2x - y$
wroci ilkość mnożącą. Wszakże:

$$\begin{array}{r} 2x-y \mid 4x^2-2xy+y^2 \mid 2x-y \\ \quad \mid -4x^2+2xy \quad \mid \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Reszta: } -2xy + y^2 \\ + 2xy - y^2 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \quad \quad 0 \end{array}$$

Nie mniej dobrze i sześciogran $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ przez rozmnożenie czworogranu $4x^2 - 4xy + y^2$, i ściany jego $2x - y$ zrobiony pokaże się, jeśli podzieli się albo przez ścianę, i wypadnie czworogran, albo przez czworogran i wypadnie ściana. Niech będzie :

$4x^3$

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 4xy + y^2 \\
 | \quad 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 \quad | \quad 2x - y. \\
 | \quad -8x^3 + 8x^2y - 2xy^2 \quad | \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 \text{Reszta: } -4x^2y + 4xy^2 - y^3 \\
 \quad + 4x^2y - 4xy^2 + y^3 \\
 \hline
 0 \quad 0
 \end{array}$$

Powtore: Dzielenia dobrze odprawionego doświadczy, kto wieloraz rozmnożywszy przez dzielnika, znajdzie produkt równy ilkości podzielnej, tak chcąc doświadczyć, czy dobrze podzielona ilość wielokrotna w Przykładzie pod Zadan 5., potrzeba wieloraz: $n - r + 1$ rozmnożyć przez dzielnika $a + b$, będzie:

$$\begin{array}{r}
 n - r + 1 \\
 a + b
 \end{array}$$

$$an - ar + a + nb - br + b$$

Produkt równy ilkości podzielnej, i tam daley.

Przeftroga 2. Czasem Rachmistrze Literalni przydłuższe ilkości do dzielenia dane, nie czyniąc tegoż dzielenia, ani kształtem łamaney liczby nie wyrażając, pokazują tylko przez znaki, iż się dzielić powinny. Znaki zaś te są $(2ab + cd - ab - d) : (a - c)$, z których pierwszy ilkości podzielnej, a drugi dzielniczy jest wyrazem. Podobnych znakow i do wyrażenia ilkości do mnożenia danych

nych używają, z tą tylko różnicą, że między ilkością podzielną i dzielnikiem, dwóch kropek nie kładą.

Przeftroga 3. Po tych pierwszych Algebry początkach, dają niektórzy obszerne nauki o łamanych ilkościach, czyli o frakcyach Algebraicznych, ale mniej potrzebnie; gdyż Ci, którzy Algebry uczyć się zaczynają, umięją, i umięć koniecznie pierwey powinni początki pospolitey Arytmetyki; a zatym i naukę o łamanych liczbach, do ktorey nauczzenia się nie brakuie książek w Oyczytym nawet ięzyku wydanych. Tę zaś umięjąc, możnaż nie umięć frakcyi Algebraicznych? Wszakże, cokolwiek czyni się z frakcyami w Arytmetyce, toż samo czynić trzeba i z ilkościami łamanymi w Algebrze. Kto więc tamte do iednego np. Mianownika obrocić potrafi, potrafi i te; kto umię tamte dodawać, odciągac i t. d., tym samym umię i tych dodanie, odciagnienie i t. d., zwłaszcza, że rzadko frakcye w rezolwowaniu, osobliwie Problematów, z samych się składają liter, pospolicie liczby za Licznikow albo Mianownikow miewają.

Do tego, naywiększa prawie umienia literalnych frakcyi jest potrzeba, żeby wiedzieć, iak też frakcye z Ekwacyi wyrugować, gdzie pospolicie Algebryściowie do iednego Mianownika frakcye wszystkie pracowicie obracają, dopiero odciągając iedne od drugich, lub dodając, podług różności znakow,

kow, gubią ie i z Ekwacyi ruguią; na to zaś krotszy nie rownie i arcy łatwy da się w następującym Rozdziale sposob. Przeto nauka o frakcyach Algebraicznych przykładem innych Rachmistrzow literalnych dawana, dla czytających tę książkę, a pospolite frakcye umiejących, stałaby się nie przydatną, i cale nie użyteczną, dla tego opuszcza się.

ROZDZIAŁ II.

O Rezolwowaniu Problematów w ogulności.

WYKŁAD

Słow do tej Algebry części potrzebnych.

I. **P**roblema jest Zagadnienie względem ilkości iedney lub kilku niewiadomych, ktoreby z innych już wiadomych, za pomocą Algebry mogły być wyprowadzone i odkryte np. Gdy cię kto zagadnie, która to jest liczba, ktoraby dwiema ze czterech swoich części zwiększona uczyniła 60? będzie to Problema do rezolwowania ci dane, czyli będzie to Zagadnienie, ktoreś rozwiązać, i przez Algebrę ułatwić powinien.

II. Oczywista zaś rzecz jest, że z danych wiadomych ilkości niewiadomey doysć i wynaleść żadną miarą nie można, ieżeli miedzy

dzy niewiadomą i wiadomemi związki iakieś, i wzajemne iedney do drugich względy nie zachodzą. Takie względy czyli związki, warunkami Zagadnienia (conditiones Problematis) nazywają się np: w Zagadnieniu wyżej położonym warunek ten był: ażeby liczba, którą masz wynaleść, dwiema z czterech swoich części powiększona wyrownała summie 60. Tym warunkom gdy się dosyć stanie, będzie Zagadnienie ułatwione (Problema solutum.)

III. W każdym danym Zagadnieniu warunku, musi być iakieś dwóch lub kilku ilkości porownanie. Porownanie to Staropolskim słowem nazywa się Pomiarom (Æquatio) idzie zatym, że każde Zagadnienie na tyle ekwacyi czyli pomiarow obrocić się może, ile w nim będzie warunkow; to jest: każdy warunek mieć może swoy pomiar, a każdy pomiar wyraża się znakami rowności =, np. gdy Cię kto zagadnie, ktore są dwie liczby, ktorychby summa była = 10., a przewyżka = 2, dwa tu będą warunki, a zatym i dwa pomiary mające swoje części (membra æquationis) iedną przed znakiem =, drugą po tymże znaku.

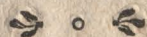
Cała już sztuka rezolwowania Problematów, zależy na czterech szczegulniejszych Przepisach, ktore, gdy doskonale zrozumiane i zachowane będą, przytrudne nawet, łatwo się mogą rezolwować Zagadnienia.



Przepis pierwszy. Na rezolwowanie Problematów w ogulności, to iest: o zakładaniu liter za ilkości niewiadome i wiadome.

Trzeba wszystkie warunki Zagadnienia dobrze roztrząsnąć i zrozumieć, a potem literami tak wiadome, iako i niewiadome wyrazić ilkości, czyli: I. Mając do rezolwowania dane sobie Problema, zważay dobrze, o czym Cię zagadniono, iaki cel pytania, iakie rzeczy zapytanych istotne warunki. II. To wyrozumiawszy, miarkuy, które są ilkości wiadome, a które niewiadome, i te, które wiadome są, wyraż pierwszemi abecadła literami a, b, c, które zaś niewiadome, wyraż ostatniemi, x, y, z, np. zagadnie Cię kto, które dwie takie liczby są, których summa = 15, a produkt = 56, zważywszy Zagadnienie, kładź za liczby, litery, za wiadome kładź a, b, za nie wiadome x, y, będzie więc $15 = a + b$, $56 = a \cdot b$, liczba w Zagadnieniu nie wiadoma jedna = x, druga = y, których liter w całej dalszej rachubie będziesz zamiast liczb używał. Założenie zaś to liter za liczby, żebyć z pamięci nie wypadło, na karcie zanotuy.

Przeſtroga. Nie zawsze odmiennemi literami odmiennie w Zagadnieniu wyrażać trzeba ilkości. Można czasem dla skrocenia literalnego rachunku, jedną literą kilka wyrazić rzeczy, zwłaszcza niewiadomych, a to w tych przypadkach; 1. Kiedy w Zagadnieniu dwie są niewiadome ilkości, a jedna z nich



nich, we dwoie, we troie, we czworo i t. d. większa nad drugą, w ten czas mnieyszą nazwać możesz x, a drugą nie y, lecz 2x, albo 3x, albo 4x i t. d. lub kiedy iedna ilkość większa, a druga będzie przez połowę mnieysza, w ten czas pierwszą mianować możesz x,

a drugą —. Podobnie, gdyby iedna ilkość

była całkowita, a inne trzecią, czwartą, piątą, lub mnieyszą ieszcze iaką częścią iey, w ten czas pierwsza będzie x, druga zaś,

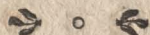
albo —, albo — albo — i t. d. 2. Kie-

dy będą niewiadome iakie ilkości, z wiadomą przewyżką np. z przewyżką d, w ten czas jeżeli większą nazwiesz x, mnieyszą nazwać możesz $x - d$, i przeciwnie, mnieyszą nazwawszy x, większą nazwiesz $x + d$. Niezawodna bowiem rzecz iest, że z dwóch ilkości nierownych, mnieysza zawsze wyrowna większej, jeśli przewyżkę, albo pierwszey dodasz, albo od drugiej odciągniesz. Niech będą np. liczby 6 i 4, przewyżka ich będzie 2 więc $4 = 6 - 2$, i $6 = 4 + 2$.

Przykłady na pierwszy Przepis.

ZAGADNIENIE I.

PEwny Oyciec trzem Synom swoim zostawił dziedzictwo wartujące 800. Czerwonych



nych Złotych, z tym warunkiem, aby drugi Syn 100. Czerwonych Złotych więcej wziął za pierwszego, a trzeci tyle sam jeden, ile razem pierwsi obydwu, pytam, wiele się każdemu z nich ma dostać?

REZOLUCYA.

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są Czerwonych Złotych 800., i 100., niewiadome zaś każdemu z takiego podziału przypadające summy. Założ więc za 800. Czerwonych Złotych a, za 100. Czerwonych Złotych b, sumnę zaś pierwszemu Synowi przypadającą nazwy x; kiedy więc pierwszego summa jest x, drugiego będzie x+b, trzeciego x+x+b, czyli 2x+b.

ZAGADNIENIE II.

Pewny Oyciec 30. laty starszy jest od Syna swego, któremu jeżeli do lat iego przydasz połowę jeszcze wieku iego własnego, i

oprocz tego $\frac{1}{4}$ część wieku Syna iego, będzie miał Oyciec ow lat 80. Pytam, ile ow Oyciec, a ile Syn iego ma lat?

REZOLUCYA

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są 30. i 80., niewiadome wiek Oyca, i wiek Syna.



na. Za lat więc 30, które są przewyżką wieku Oycowskiego nad wiek Synowski, założ d, a za 80. założ a, za wiek zaś Oyca x. Więc podług warunków Zagadnienia połowa wieku

Oycowskiego będzie $\frac{x}{2}$, wiek Synowski będzie x—d, czwarta część wieku Synowskiego będzie $\frac{x-d}{4}$.

ZAGADNIENIE III.

Pasterz spytany, wieleby miał owiec, tak odpowiedział, gdybym miał drugie

tyle, ile mam, a do tego $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$ część ich, a nadto jeszcze jedną, miałbym ich 100. Pytam wiele wszystkich miał owiec?

REZOLUCYA.

Niech będzie 100=a, zapytana owiec liczba =x, liczby tey połowa czyli

$\frac{1}{2}$ będzie $\frac{x}{2}$, a $\frac{1}{4}$ czyli czwarta część

$\frac{x}{4}$ przez Przestrogę wyżej daną. Tym

spo-

sposobem i w innych Zagadnieniach pierwszy Przepis zachować potrzeba, na to pilnie wglądając, żeby jedną literą wyrażać kilka niewiadomych ilkości, żeby zatym przez ieden pomiar rezolwować się mogło Zagadnienie. Gdy zaś żadną miarą wyrazić ich jedną nie można literą, dana będzie potym obszerniejsza nauka, iak się mają różne litery za różne niewiadome ilkości zakładać.

Przeftroga. Zagadnienia te trzy dobrze sobie trzeba wbić w pamięć, gdyż w następujących Przepisach wracać się do nich, i rezolwować je będziemy.

Przepis drugi. Na rezolwowanie Problematów, to jest: o układaniu pomiarów, czyli ekwacyi.

Trzeba Zagadnienia dane na pomiary, czyli ekwacye obroczyć, to jest: poznawszy już Zagadnienia istotę i cel zamierzony, a ilkości (podług pierwszego Przepisu) literami wyraziwszy, patrz, które wiadome z ktorými niewiadomemi ilkościami masz porównywać, a z samych warunków Zagadnienia wyrozumiawszy, które z ktorými mają być porównane, układaj je w osobne pomiary. W takim pomiarów ułożeniu największa zachodzi trudność, ale ją ułatwią rozliczne, które się w przeciągu tej nauki dawać będą, Przykłady. Wroćmy się do zawziętych Problematów.

W pierwszym Zagadnieniu, pierwszego Syna summa z dziedzictwa Oycowskiego nań spa-

spadająca jest $=x$, drugiego $x+b$, trzeciego $=2x+b$, a podług Zagadnienia warunku, wszystkich trzech Synów dziedzictwo razem wzięte 800. Czerwonych Złotych $=a$, toć oczywista jest, że w tym Zagadnieniu summy szczególne na Synów spadające ieszcze niewiadome porównywać trzeba z wiadomą ogólną summą zostawionego dziedzictwa, a zatym taki tu wypada pomiar: $x+x+b+2x+b=a$, czyli w pierwszy pomiaru części zredukowawszy przez dodanie podobne terminy będzie: $4x+2b=a$.

W drugim Zagadnieniu, wiek Oycy $=x$, połowa jego wieku $=\frac{x}{2}$, wiek Syna

$=x-d$, czwarta część jego $=\frac{x-d}{4}$.

Ponieważ więc podług warunków Zagadnienia wiek Oycy, i wieku jego połowa wraz z

$\frac{1}{4}$ czyli z czwartą częścią wieku Synowskie-

$\frac{4}{4}$ go ma uczynić 80. lat, czyli być $=a$, będzie zatym pomiar w tym Zagadnieniu $x+$

$\frac{x}{2} + \frac{x-d}{4} = a$.

W trzecim Zagadnieniu, z samego zagadnienia warunku pokazuje się, że zapytana owiec liczba, którą my nazwaliśmy x , dwa



dwa razy się bierze, dodawszy więc do niej przez znak $+$ $\frac{1}{2}$, to jest: teżyż liczby

połowę i $\frac{1}{4}$ to jest: czwartą część, do tego 1, wypadnie następujący pomiar $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = a$.

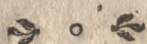
A X I O M A T A.

Czyli przez się jasne prawdy, i z nich wnioski dowodnie okazane, które dla uświatwienia i ugruntowania następującego Przepisu przed nim się tu kładą.

Axioma pierwsze. Jeżeli równym ilkościom też same albo równe ilkości dodadzą się, summy będą równe, np. jeżeli $a + b = c + d$, dodawszy obydwom tym ilkościom e , będą równe ich summy; $a + b + e = c + d + e$.

Axioma drugie. Jeżeli od równych ilkości, też sama, albo inne równe ilkości odciągną się, reszty czyli przewyżki ich będą także równe, np. od tych obydwóch dwukrotnych ilkości $a + b = c + d$ odciągawszy e , będzie $a + b - e = c + d - e$.

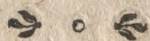
Obydwie te prawdy na owych niezawodnych w Matematyce dwóch Axiomatach gruntuja



tuja się. 1. Jeżeli do równych sobie rzeczy dodasz równe, te tak powiększone równe sobie będą. 2. Jeżeli od równych sobie rzeczy ujmiesz części równe, reszty z nich pozostałe będą sobie równe.

Wniosek pierwszy. Każdy pomiaru termin z iedney tegoż pomiaru części przeniesiony do drugiey z znakiem przeciwnym, niepsunie równości tychże części, np. niech będzie pomiar: $a + b = c + d$. Możesz termin d , odmieniwszy jego znak z drugiey części przenieść do pierwszej części, będzie z tym wszystkim: $a + b + d = c$. Podobnie b z pierwszej możesz do drugiey przenieść części z odmienionym znakiem, przecięż będzie: $a + d = c + b$.

Okazanie tego Wniosku. Termin albowiem, który chcesz z iedney pomiaru części przenieść do drugiey, albo jest dodatny, albo odciażny. Jeżeli dodatny, gdy go z iedney pomiaru części do drugiey przenosisz, na iedno wyidzie, iak gdybyś go od obydwóch części odciągnął, np. gdy z pomiaru $a + b = c$ termin dodatny b , odmieniwszy znak, przenosisz, oczywiſta nayprzod, że go odciągasz od pierwszej pomiaru tego części, gdyż go z tamtąd bierzesz; powtore odciągasz go i od drugiey części, gdyż go tu przydajesz z znakiem—, przydać zaś dodatney ilkości, ilkość— b , jest to iedno, co odciągając od niey ilkość $+b$. A że nie psunie się równość części pomiaru, odciągając od obydwóch



dwoch też samę ilkość, (przez Axioma drugie) toć termin z iedney części pomiaru do drugiey przenosząc, nie zepsuie się obydwóch części równość. Co w liczbach iasniey daie się widzieć. Jako bowiem $6+4=10$, tak i przeniosłszy z znakiem przeciwnym 4, będzie $6=10-4$. Jeżeli zaś termin z iedney do drugiey części mający się przenieść, iest odciążny, przenieść go z odmiennym znakiem do inney części, iest iedno, co go obydwom dodać częściom, np. jeżeli w pomierze $a=c-b$ z drugiey części przenieść masz do pierwszej $-b$, wszakże pierwszej owej części dodasz, odmieniwszy znak $+b$, lecz dodasz i drugiey tym samym, żeś iey ten, który ią umniejsza, odjął termin; a że nie psuie się równość części pomiaru, gdy im się też sama dodaie ilkość (przez Axioma pierwsze) więc nie zepsuie się i w ten czas, gdy ilkość odciążną z iedney do drugiey pomiaru części z znakiem przeciwnym przeniesiesz. Czego doświadczyć i w liczbach możesz. Jeżeli bowiem np. $6=10-4$. toć i $6+4=10$. Całego więc wniosku prawda iasna okazana.

Axioma trzecie. Jeżeli ilkości równe przez też same, albo przez równe ilkości rozmnożone będą, i produkta będą równe; np. jeżeli $a=b$, i $2a=2b$.

Axioma czwarte. Jeżeli równe ilkości przez też same lub równe ilkości podzielone

ne



ne będą, równe będą i wielorazy, np. jeżeli

$$\text{li } a=b, \text{ i } \frac{a}{2} = \frac{b}{2}.$$

Dwa te Axiomata na nieodmiennych owych Matematyki prawdach zasadzają się:

Jeżeli równe rzeczy przez równe albo się mnożą, albo dzielą, równe być nie przestają.

Wniosek drugi. Jeżeli ieden, lub więcej terminow, czy to w iedney tylko, czy w obydwóch pomiaru częściach będzie obrotconych na frakcyę, możesz kaźdey z osobna frakcyi Licznika nakształt całkowitey liczby napisać, a Mianownika zmasać, nie zepsuiesz bynajmniey równości obydwóch pomiaru części, byleś tylko insze wszystkie tychże części terminy przez zmasanego Mianownika roz-

$$\text{mnożył, np. jeżeli będzie } a+\frac{b}{2}=c,$$

napisawszy b iak ilkość całkowitą, a przez 2 rozmnożywszy a i c, będzie: $2a+b=2c$.

Toż czyn, kiedy kilka frakcyi trafi się, maż mianownikow poiedynczo, a wszystkie inne terminy przez tegoż Mianownika zmasanego mnoż, mnożąc zaś frakcyą inszą, samego tylko Licznika trzeba mnożyć, czego masz żywy wizerunek w Zagadnieniach niżej położonych.

Oka-



Okazanie tego Wniosku. Zmazać albo-
wiem frakcyi iakiey Mianownika, iest to ie-
dno, co też frakcyą przez tegoż Mianowni-
b

ka rozmnożyć, np. w frakcyi — iest to ie-
dno zmazać 2 co przez też 2 całą frakcyą
b

— mnożyć. Jeśli albowiem mnożyć ią chcesz,
2

zażyiesz tego mnożenia sposobu, który prze-
pisany iest na liczby łamane (w Arytmetyce
X. Skaradkiewicza na karcie 83. pod Propoz.
X.) to iest: podłożysz 2 iako całkowitey
liczbie iedność, i obydwia terminy dwóch
tych frakcyi rozmnożysz, będzie zatym:

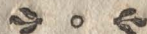
$\frac{b}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{2b}{2}$ czyli redukuiąc frakcyą na
całkowitą ilkość, tymże sposobem, którym
2b

się redukuią liczby łamane, będzie $\frac{2b}{2} = b$
b

Jedno tedy iest zmazać w frakcyi — Miano-
2

wnika 2, co przez tegoż Mianownika 2 całą
b
frakcyą — rozmnożyć. Jeżeli więc zmaza-
2

wszy Mianownika frakcyi między terminami
pomiaru iakiego znajduiącey się, przez tegoż
mia-



Mianownika rozmnożysz wszystkie inne oby-
dwoch pomiaru części terminy, nic inszego
nie uczynisz, tylko przez też samą ilkość
dwie inne rowne rozmnożysz; więc (przez
Axioma trzecie) równości obydwóch pomia-
ru części nie zepsuiesz. Toż samo uiszcza
się i na innych frakcyach, ieżeli są w pomie-
rze. Ze zaś mnożąc przez iedney frakcyi Mia-
nownika inne frakcye, sam się tylko Licznik
w nich mnoży, ztąd pochodzi, iż tego mno-
żącego Mianownika, iako całkowitą liczbę bio-
rąc, obrocic należało na frakcyą, podłoży-
wszy mu 1, ale że 1 nie mnoży, więc nie
podkłada się, i przez toż i Mianowniki innych
frakcyi nie mnożą się; zkąd i to wypływa,
że ieżeli pomiar cały z frakcyi iednego mia-
a — b

nownika złożony będzie, np. $\frac{c+d}{2}$

$\frac{c+d}{2}$ zmazawszy pospolitego Mianowni-
2

ka, nic się nie zepsuie, i będzie $a-b=c+d$.

Przeestroga. Okazanie to dobrze trzeba
uczącym się Algebry zrozumieć, gdyż ten
sposob redukowania frakcyi wiedzących, przy
umiejętności liczb łamanych zwyczajnych, nie
będą zatrudniać długie owe, a mało w całej
Algebrze przydatne o frakcyach literalnych
nauki; gdyż do rezolwowania Problematów
dosyć iest wiedzieć dopiero przełożony redu-
kowa-



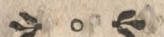
kowania frakcyi sposob, a do innych literalnych rachunkow, dosyć będzie łamane zwy-
czayne liczby umieć, bez których doskonałego
nauczenia się niech nikt do Algebry nie
przystępnie.

Wniosek trzeci. Jeżeli przez współczynni-
ka iakiego terminu inne wszystkie terminy
obydwoch pomiaru części podzielisz, a iego
samego zmażesz, nie zepsujesz równości tychże
części. Jeżeli np. będzie $2a + 4 = 10$ będzie
więc przez ten wniosek i $a + 2 = 5$; podo-
bnie: jeżeli $3x = 6a - 3b$, będzie także $x = 2a$
 $- b$; albo jeżeli $3x = a - b$, będzie i $x =$
 $\frac{a-b}{3}$

Co się ma rozumieć i o takich współ-

czynnikach, które są literami wyrażone, np.
 $cx + bx = a - d$, zmazawszy współczynnika
 $c + b$ w pierwszej części, a drugą przez
 $\frac{a-d}{c+b}$
nich podzieliwszy będzie: $x = \frac{a-d}{c+b}$

Okazanie tego Wniosku. Zmazać iakiego
terminu współczynnika, iedno jest, co ter-
min ow przez tegoż współczynnika podzielić.
Jeżeli bowiem np. $2a$ masz dzielić przez 2 ,
wieloraz wypadnie $= a$. Gdy więc wszy-
stkie terminy obydwóch pomiaru części przez
jednego terminu współczynnika zmazanego
podzielisz, podzieliś w rzeczy samey równe
ilkości, przez iednąż ilkość, a zatym (przez
Axioma czwarte) równości obydwóch pomia-
ru



ru części nie zepsujesz, owszem w ten czas
nawet, gdy kilku terminow współczynnika
mażesz, a przez zmazanych mnożysz inne
terminy w tymże pomierze, iedno to jest,
iak gdybyś przez rzeczonych Mianownikow
wszystkie terminy podzielił, tak w danym
wyżey pomierze $cx + bx = a - d$ zmazawszy
 $c + b$ w pierwszej części, a drugą przez $c + b$
podzieliwszy, będzie równość między czę-
ściami, gdyż cały pomiar ten dzieląc przez
 $\frac{a-d}{c+b}$

$c + b$, będzie $x = \frac{a-d}{c+b}$ i idzie zatym,

że gdy wszystkie terminy w obydwóch po-
miarze częściach, tegoż samego mają współ-
czynnika, wymazawszy go wszędzie, zosta-
wisz pomiarowe części w swej równości.
np. Jeżeli $2a + 2b = 2c - 2d$, toć i $a + b$
 $= c - d$.

Przepis trzeci. Na rezolwowanie Proble-
matow o Redukcyi pomiarow.

Trzeba ułożony pomiar do iednego ter-
minu ilkości niewiadomey obrocić, czyli u-
łożywszy podług drugiego Przepisu pomiar,
o to się masz starać, abyś nie psując równo-
ści, obydwóch pomiaru części, poty z iedney
części do drugiej przenosił ilkości, i albo do-
dawał, iесли będą podobne a iednoznaczne,
albo odcinając, iесли będą podobne a różno-
znaczne, poki w iedney pomiaru części iedna
tylko niewiadoma nie zostanie, a w drugiej
poki same tylko nie będą ilkości wiadome bez
E nie-



niewiadomych przymieszki, gdyż to czyniąc, zredukujesz pomiar do iedney niewiadomey ilkości. Tak np. ułożywszy podług wyższych Przepisow następujący pomiar: $x + b = c$, trzeba w nim tak ilkości z iedney części do drugiej przekładać, żeby w iedney same tylko było x , a w drugiej same tylko wiadome ilkości c i b , a zatym cały pomiar żeby był $= x = c - b$. Tym albowiem sposobem odkrycie się cena niewiadomey owej ilkości x , i Zagadnienie będzie ułatwione np. w pomierze dopiero położonym jeżeli będzie $c = 8$, $b = 3$, toć będzie $x = 8 - 3 = 5$. Przepis więc ten trzeci na takiey redukcji pomiaru zależy, aby przekładać z iedney części do drugiej terminy, i psując ie, gdzie można, nie gubić równości obydwóch tychże pomiaru części, a zatym Przepis ten, cztery następujące w sobie zawiera Reguły.

Reguła pierwsza. Wygubić trzeba frakcyę, jeżeli się w pomierze znajduią, ale tak, żeby równości części tegoż pomiaru nie zepsować. Co się stanie w ten czas, gdy danej frakcyi Mianownika zmazawszy, rozmnożysz przez niego insze obydwóch pomiaru części terminy (podług Wniosku z Axiom. 3go Rozdz. II.) albo gdy tymże samym sposobem, który w pospolitych liczbach przepisany jest, do iednego Mianownika wszystkie obrocisz terminy, a potem powszechnego tego Mianownika zmażesz. Lecz pierwszego się życzyć trzymać sposobu, iako łatwiejszego i krot-



krotszego. Tak np. w pomierze $\frac{ax}{2}$ —

$b = c$, zgubisz frakcyę, gdy zmażesz Mianownika 2, a przez zmazanego rozmnożysz b i c , będzie zatym: $ax - 2b = 2c$.

Reguła druga. Uważać trzeba, czy ilkość niewiadoma, ktorey ceny szukasz, w iedney tylko, czy też w obydwóch jest pomiaru częściach. Jeżeli w obydwóch, przenieś ją z iedney części do drugiej, znak odmiennwszy, ani iey już więcej z tej części nieruszay. Lecz w tym przenoszeniu niewiadomey ilkości trzeba wielkiey uwagi, żebyś znać przenosząc tę ilkość, nie uczynił odciążney z dodatney, zaczym niewiadomą ilkość z tej tylko części do drugiej przenosić masz, w ktoreyby mogła stać się dodatną, to jest być z znakiem $+$. Dla tego w następującym pomierze: $3x - x + b = a$, nie można przenosić $3x$; bo gdybyś z lewey strony na prawą przenioś i napisał tak: $b = a + x - 3x$, jużbyś zgubił cenę ilkości x , i Zagadnienia byś nie ułatwił. Dla tej samey przyczyny, w ktoreykolwiek pomiaru części ilkość niewiadoma jest z znakiem odciążnym, przenieś ją trzeba do drugiej, żeby była z znakiem dodatnym np. $a - x = b$, tak trzeba ilkość x przenieść, żeby było $a = b + x$.

Reguła trzecia. Jeżeli w iedney pomiaru części z ilkościami wiadomymi pomieszane są ilkości niewiadome, trzeba wiadome wszy-

flkie, odmieniwszy ich znaki, przenieść na drugą stronę do wiadomych, a niewiadome same zostawić np. Jeżeli będzie $x + b - c = d$, terminy b, c , z odmiennemi znakami przenieść na drugą stronę do wiadomey ilkości d , będzie $x = d - b + c$.

Reguła czwarta. Jeżeli ilkość niewiadoma ma swego współczynnika, zmaż go, i przez niego inne wszystkie terminy obydwóch pomiaru części podziel, tym sposobem gubiąc współczynnika, nie zepsuiesz równości części owych danego pomiaru np. jeżeli $2x = b + c$,

toć i $x = \frac{b+c}{2}$ Podobnie: jeżeli

$bx + cx = a$ toć i podzieliwszy przez współczynniki literami wyrażonych, będzie $x = \frac{a}{b+c}$

Ogólne te cztery Reguły istotne są trzeciemu Przepisowi, dla tego ie na pamięci mieć konieczne trzeba, rezolwując Problematą. Uważay iak zażyte będą w rozpoczętych przykładach; których pomiary są ułożone pod Przepisem drugim.

Na pierwsze Zagadnienie wynaleźliśmy następujący pomiar: $4x + 2b = a$. Pomiar ten redukując, przerzeczonych Reguł z pamięci wypuszczać nie można.

Pierwsza i druga Reguła nie ma tu miejsca.

Przez

Przez trzecią przenieś $2b$ do drugiej części, będzie zatem: $4x = a - 2b$.

Przez czwartą zaś Regułę podziel przez 4,

będzie $x = \frac{a-2b}{4}$, a zatem zredu-

kowany już jest pomiar.

Na drugie Zagadnienie jest pomiar: $x + \frac{x}{2}$

$$\frac{x+d}{4} = a$$

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcyą pierwszą, będzie: $2x + x + \frac{2d}{4} = 2a$.

$$\frac{3x+d}{4} = 2a$$

Czyli redukując, będzie $3x + \frac{x+d}{2} = 2a$.

Gubiąc zaś i drugą sposobem danym, będzie: $6x + x + d = 4a$.

Czyli będzie $7x + d = 4a$.

Przez trzecią Regułę przekładając $-d$, będzie: $7x = 4a + d$.

Przez czwartą Regułę dzieląc, będzie $x = \frac{4a+d}{7}$

zredukowany pomiar.

Na



Na trzecie Zagadnienie następujący pomiar

$$\text{wypadł: } 2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = a.$$

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcye obydwie, będzie: $16x + 4x + 2x + 8 = 8a$.

Czyli dodając: $22x + 8 = 8a$.

Przez trzecią Regułę przekładając 8, będzie: $22x = 8a - 8$.

Przez czwartą Regułę dzieląc wszystko przez $8a - 8$

$$22 \text{ będzie: } x = \frac{8a - 8}{22}.$$

Redukując na mniejsze terminy przez 2. będzie:

$$x = \frac{4a - 4}{11} \text{ zreduk. pom.}$$

Przepis czwarty. O obracaniu liter na liczby w pomierze już zredukowanym.

Trzeba pomiar do iednego już niewiadomego terminu zredukowany na wiadome obrocić liczby, to jest: kiedyś już tak pomiar zredukował, że w pierwszej jego części iedna tylko niewiadoma ilkość, ani rozmnożona przez inną, ani podzielona, a w drugiej same zostały wiadome, już tym samym wynalazł niewiadomey ilkości cenę; zostało ci tylko też same litery obrocić na liczby, za któreś je na początku zakładał. W tym zaś obracaniu pamiętać masz na to, żebyś, gdziekolwiek trafią się litery z sobą złączone, np.

ab,



ab, obracając je na liczby, rozmnożył też liczby przez siebie, jeżeli więc $a = 3$, $b = 5$, będzie $ab = 15$; Toż samo czynić należy, gdy litery są współczynnikami np. $2b$, jeżeli $b = 5$ będzie $= 2 \times 5 = 10$ i t. d. Rzecz ta w dokończeniu tyle razy wyżej powtórzonych Problematów iasniey da się widzieć.

W pierwszym Zagadnieniu ostatni był pomiar do iednego niewiadomego obrocony

$$\text{terminu: } x = \frac{a - 2b}{4}, \text{ litera } a \text{ w tym}$$

Zagadnieniu założona była za Czerwonych Złotych 800, b. za 100, kładąc więc za litery a i b, cenę ich 800 i 100, będzie $x = \frac{a - 2b}{4} = \frac{800 - 200}{4}$; gdyż $2b$ to jest:

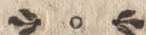
$$2 \times 100 = 200 \text{ czyli: } x = \frac{600}{4} = 150, \text{ i}$$

to część dziedzictwa na pierwszego spadającego Syna; toć podług warunków Zagadnienia, drugiego Syna częśćka 100. Czerwonych Złotych większa nad pierwszego, będzie $= 250$; trzeciego zaś, ponieważ tyle sam miał wziąć, ile biorą obydwaj starsi razem, będzie $= 150 + 250 = 400$. Co było do rezolwowania.

W drugim Zagadnieniu ostatni był pomiar: $x = \frac{4a + d}{7}$; a zaś założone było

7

za



za 80, d za 30, będzie zatem: $x = \frac{320+30}{7}$

$\frac{350}{7} = 50$. A gdy $x = 50$, toć $x -$

$d = 50 - 30 = 20$. Lecz x znaczy lata Oyc-
ca, $x - d$ znaczy lata Syna, toć Oyciec ma
lat 50, Syn 20 C. B. D. R.

W trzecim Zagadnieniu pomiar ostatni
był: $x = \frac{4a-4}{11}$. Lecz a założyło się

za 100, będzie więc $x = \frac{400-4}{11} =$

$\frac{396}{11} = 36$. A zatem Zapytana Owiec

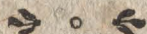
liczba będzie $= 36$. C. B. D. R.

Prześtroga. Te są ogólne Przepisy, które
w rezolwowaniu każdego Zagadnienia miey-
sce mają; ale są inne szczególne różnym
Problematom rodzajom służące, które w na-
stępujących Rozdziałach będą wyłożone. Te-
raz tylko ostrzegam rezolwujących Zagadnie-
nia, aby całej roboty swojej doświadczali,
to jest: aby Problemata już rezolwowane do-
brze roztrząsali, czy przez tę rezolucyą za-
dosyć się stało wszystkim Zagadnienia warun-
kom, czy przed rezolucyą za litery założone
liczby wynoszą tę cenę, o którą byłeś zapy-
ta-



tany: np. w pierwszym Zagadnieniu, wszy-
stkich trzech Synów miało być dziedzictwo
wartujące Czerwonych Złotych 800, zna-
leżliśmy zaś przez pomiary część dziedzictwa
na pierwszego Syna spadającą 150 Czerwo-
nych Złotych, na drugiego 250, na trzecie-
go 400, czyniąc więc doświadczenie, ponie-
waż widzę, że $150 + 250 + 400$, wynosi
summę całego dziedzictwa, to jest: 800
Czerwonych Złotych, toć pierwszemu Za-
gadnienia warunkowi stało się zadosyć. Inne
te były warunki, aby drugiego Syna częśćka
100 Czerwonych Złotych była większa za
pierwszego częśćkę, a trzeciego żeby wyro-
wnała obydwom pierwszych dwóch częśćkom,
toć gdy $250 = 150 + 100$, i $400 = 150 +$
 250 , wszystkim tym stało się zadosyć warun-
kom, a zatem żadney w rezolucyi tego Zaga-
dnienia niemasz wady. Tym sposobem i in-
nych Problematom rezolucyi doświadczać po-
trzeba, czy stało się przez nie zadosyć wa-
runkom, czy nie; jeżeli się stało, znać, że
dobrze rezolwowane, jeżeli nie, omyłka ia-
ka w rezolwowaniu trafić się musiała; a zatem
powtorzyć z większą ostrożnością i uwagą ca-
łą robotę trzeba.





R O D Z I A Ł III.

O Rozdzielaniu Problematów w szczególności.

W Y K Ł A D

Słów, i podział Problematów na różne gatunki.

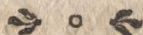
I. **P**roblema czyli Zagadnienie inne jest do solwowania podobne, a inne nie podobne. Podobne jest, którego warunki nie są sobie przeciwne, przeto dosyć im się przez pomiary uczynić może. Takie są Zagadnienia za Przykłady dane w drugim Rozdziale. Niepodobne zaś jest, którego warunki iedne drugim się sprzeciwiają, a zatym Problema takie nie może być resolwowane, np. gdyby cię kto zagadnął, coby za liczba była, ktoraby być mogła razem i trzecią częścią liczby 6, i czwartą częścią liczby 12? Zagadnienie takie byłoby nie podobne do ufatwienia, gdyż iego warunki tak się prawie sobie sprzeciwiają, iak się sprzeciwia, żeby cała rzecz była swej iedney części równa.

II. Zagadnienie jest znowu iedno określone (determinatum) a drugie nie określone (indeterminatum.) Pierwsze jest, którego w solwowaniu nie trzeba określać, to jest: na-

zna-



znaczać nadomyśl ceny ilkości niewiadomey. Jakie są Zagadnienia w poprzedziącym Rozdziale resolwowane. Drugie zaś jest, w ktorogo solwowaniu trzeba ilkości niewiadomey iakąś nadomyśl naznaczyć cenę, aby i tey i innych także niewiadomych ilkości zapytaną cenę wynaleść. np. Jeżeli cię kto o dwóch liczbach, ktorychby summa była $= 100$, zagadnie? bez żadnego innego warunku, założysz za pierwszą liczbę niewiadomą x , za drugą y , i będziesz miał pomiar: $x + y = 100$, czyli $x = 100 - y$. J już z takim pomiarem nie możesz nic, więcej czynić, a przecięż ieszcześ ceny ilkości niewiadomey x nie odkrył, dla tego, że w drugiej pomiaru części, gdzie ta cena miała być wyrażona, mieści się ilkość niewiadoma y . Jest tedy takie Zagadnienie nie określone, czyli nie determinowane; determinować go więc czyli określić musisz, naznaczając teyże niewiadomey ilkości y , cenę podług swego upodobania. Co uczyniwszy, cenę x łatwo odkryiesz. Jeżeli bowiem za y , założysz np. 20, będzie: $x = 100 - 20 = 80$, a jeżeli $x = 80$, toć $y = 100 - 80 = 20$; liczba więc zagadniona pierwsza jest 80, druga 20. Zkąd się pokazuje, że, aby Zagadnienie było określone, powinno być tyle różnych warukow pomiarami różnemi wyrażonych, ile się niewiadomych ilkości odmiennemi literami wyrażonych w Zagadnieniu zawiera. Jeżeli zaś więcej się liter różnych niewiadome ilkości oznaczających w Za-



w Zagadnieniu znayduie, anizeli iest warunkow mogacych się roznemi pomiarami wyrazić, Zagadnienie koniecznie być musi nie określone.

III. Zagadnienie tak określone, iako i nie określone, inne iest proste, a inne składowe. Proste iest, w ktorego pomiarach niewiadome ilkości wyżej nad pierwszy stopień nie podnoszą się; czyli w którym ilkości są bez wykładnikow wyraźnych, iakie były za przykład dane. Składowe zaś iest, w ktorego pomiarach ilkości niewiadome, do drugiego, trzeciego, lub wyższego stopnia są wyniesione, to iest: albo są czworogrannne, albo sześciogrannne, albo też wyższe np. Zagadnienie to, z ktorego taki wypadł pomiar: $x = a - b$, proste iest, albo pierwszostopniowe; składowe zaś, albo drugostopniowe, czyli czworogrannne będzie, iezeli takim się wyrazi pomiarem: $x^2 = a - b$. Nie iest jednak Zagadnienie składowe, w którym wiadome ilkości są wyniesione do wyższego stopnia. W tym Rozdziale same tylko proste określone Zagadnienia wykładać się będą, i rezolvować, nayprzod te, ktore przez iedną niewiadomą ilkość rezolvować się mogą, potym te, ktore w kilka niewiadomych ilkości ułożyć się powinny. O nieokreślonych zaś w następującym Rozdziale, a oskładanych aż w drugiey części.

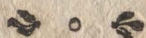
ZA-



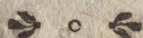
ZADANIE I.

Jak rezolvować Zagadnienie proste określone, ktore iedną tylko niewiadomą ilkość w sobie zawiera, a zatym w iedną ekwacyą ułożyć się może.

Nato nie trzeba innych Przepisow, dosyć iest zachować te, ktore się w wyższym Rozdziale dały, to iest: nayprzod (przez Przepis pierwszy) założyć za liczby litery, gdzie ktorych trzeba. Powtore (przez Przepis drugi) ułożyć pomiar podług warunkow Zagadnienia. Potrzecie (przez Przepis trzeci) zredukować ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey. Naostatek (przez Przepis czwarty) litery na liczby obrocić. Ale iako się wyżej ostrzegło, ta iest naywiększa w Algebrze sztuka, umieć dane Problemata na pomiary obracać. Ułożywszy zaś pomiary, łatwiey poydzie redukcya; a ta gdy się podług Przepisow uczyni, nie zepsunie równości między wiadomemi i niewiadomemi ilkościami, i niepochybnie ieden ze dwuch przyniesie skutek, to iest: albo wyiawi rzecz niewiadomą, ktora iest zapytana, albo pokaże, że rzecz zapytana iest zdrożna i nieskładna, a zatym Zagadnienie iest niepodobne. J tak wiadome iest każdemu sławne i od tylu wiekow roztrząsane o czworogrannności obwodu czyli kwadraturze cyркуła Zagadnienie. Ci, ktorzy utrzymują, iż kwadratura cyркуła



tu nie jest niepodobna, czyli, iż nie jest rzecz przeciwna, płaszczyznę całą w cyrkule umieszczoną przerobić i przekształtować sposobem jakim dotąd jeszcze niedocieczonym, któryby był prawdziwie ziemiomierniczym, na płaszczyznę czworograną, powinni rezolwować to Problema podług ściśłości prawideł Matematycznych. Przeciwnie drudzy niepodobieństwa tego pierwszym zarzucać nie mogą, aż jasnie przeciwieństwo między warunkami wzmiankowanego Zagadnienia upatrzą, i widocznie okażą. Mnie się zdaie, że gdyby się znalazł taki dowcip (o jakim wzdry w następie po oświeconych coraz oświecieńszych ludzi rozpaczać niegodzi się) któryby warunki tego Problema potrafił ułożyć w ekwacyą, dokażałby, czego wieki nie mogli (obacz Zagadnienie osme niżej.) Ztąd to albowiem naybardziej wypływa rezolwowania Problematow nieprzewyciężona prawie trudność, że pewnych, a ogulnych do układania pomiarow ieszcze nie mamy reguł. Zależy to iesdynie od dowcipu, który się waży tej roboty. Przeto z temi nawet Zagadnieniami, które powszechnie za podobne i na pomiary obrotne są uznane, inaczej rozum postępować nie każe, tylko sposobiąc do rezolwowania onych zaczynającą Młodzież, tę iej, która w układzie ekwacyi zachodzi trudność, nie tak długiemi przepisami (gdyż i naydłuższych doświadczenie samo pokazuje nieskuteczność) iako raezey licznemi przykłady, ile być



być może, usnadniać. Jte to były dla mnie silne powody, dla których w znaczney liczbie zebrałem niektóre nawet sobie podobne czyli do iednego przypadku należące, i iednako rezolwujące się następujące:

PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE I.

Pewny zapytany, wieleby miał służących? taką dał odpowiedź: połowa mych służących w polu robi, trzecia część ryby łowi, a trzech na polowanie wysłałem. Pytam, wielu wszystkich miał służących?

REZOLUCYA.

Podług pierwszego Przepisu, $3 = a$, liczba niewiadoma wszystkich służących $= x$; toć po-

$$\text{łowa ich} = \frac{x}{2}, \text{ a część trzecia} = \frac{x}{3}$$

Podług drugiego Przepisu: Ponieważ zupełną wszystkich służących liczbę według warunkow czyni tychże służących połowa, trzecia część, i nadto 3. Więc taki wypada po-

$$\text{miar: } x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + a.$$

Podług trzeciego Przepisu, gubiąc (przez Reg.

Reg. 1) pierwszą frakcyą będzie: $2x = x$

$$+ \frac{2x}{3} + 2a.$$

Gubiąc zaś i drugą frakcyą będzie:

$$6x = 3x + 2x + 6a.$$

$$\text{Dodając} \quad - \quad - \quad - \quad 6x = 5x + 6a.$$

$$\text{Przekładając} \quad - \quad - \quad 6x - 5x = 6a.$$

$$\text{Nareszcie odciągając: } x = 6a$$

Podług czwartego Przepisu, a założone za 3, więc $6a = 3 \times 6 = 18$; a zatem ilkość niewiadoma $x = 18$, i ta jest liczba ogólna ług, o którąś zapytany.

Doświadczenie. Ponieważ $x = 18$, więc
iego połowa czyli $\frac{x}{2} = 9$, a trzecia część,

czyli $\frac{x}{3} = 6$, a zatem wynalezione te ce-

ny wyraziwszy liczbami, być powinno: $18 = 9 + 6 + 3$. Co że tak jest, Zagadnienie uśatwione.

ZAGADNIENIE II.

GDy w pewnym Alexandra W. z innemi posiedzeniu wpadła mowa o latach wieku każdego z współsiedzących; iam, rzecz Alexandera, dwoma laty starszy od Hefestyna mego; a ia, powie Klitus, i twoje Alexandrze, i He-

i Hefestyna razem wzięte już przeżyłem lata, a nadto jeszcze 4. Toż Kallistenes: Pociężne, prawi, dla mnie to lat wieku waszego jest wspomnianie, gdyż mi na pamięć zmarłego Ojca mego przywodzi, który przeżywszy lat 96, dopełnił liczby lat troistego waszego wieku. Pytam iaki ow troisty był wiek?

REZOLUCYA.

Niech wiek Hefestyna będzie x , toć Alexandra będzie $x + 2$, Klita zaś $2x + 6$, a zatem podług warunków Zagadnienia wszystkich trzech razem te wieki uczynią następujący pomiar: $x + x + 2 + 2x + 6 = 96$.

$$\text{Czyli dodając: } 4x + 8 = 96$$

$$\text{Przenosząc będzie: } 4x = 96 - 8$$

$$\text{Odcągając: } - \quad - \quad 4x = 88$$

$$\text{Dzieląc przez 4, będzie } x = 22$$

4

Nakoniec obracając słamaną na całkowitą liczbę, będzie: $x = 22$.

Doświadczenie. $x = 22$, jest to wiek Hefestyna, toć wiek Alexandra 24, Klita 50. Te zaś $22 + 24 + 50 = 96$; więc wszystkim warunkom stało się zadosyć.

F

ZA-

ZAGADNIENIE III.

W Pewney Fortecy jest załoga złożona z Gemeynow 600, z Officerow niższej Rangi 50, wyższej 20, między których tak dzielić potrzeba Kwartalny Żołd: np. Czerwonych Żłotych 2610, żeby każdemu niższej Rangi Officerowi we troje się tyle dostało, ile Gemeynowi; a każdemu wyższej Rangi Officerowi we dwoie tyle, ile Officerowi niższej Rangi; proszę zgadnąć, ile każdy Gemeyn, a ile Officer niższej i wyższej Rangi ma wziąć, żeby z rzeczoney Summy nic nie zostało?

R E Z O L U C Y A.

Niech weźmie Gemeyn każdy x , toć Gemeynow 600. wezmą $600x$; Officer zaś niższej Rangi weźmie $3x$, toć 50 Officerow wezmą $150x$; na koniec Officer wyższej Rangi, tyle dwoie co niższej, toć weźmie $6x$, a jeżeli jeden bierze $6x$, toć Officerow 20 wyższej Rangi, wezmą $120x$.

Teraz ponieważ cała Summa między nich podzielona jest $=2610$; wypadnie taki pomiar: $600x + 150x + 120x = 2610$.

Czyli dodawszy, będzie: $870x = 2610$.

Albo przez 870 podzeliwszy, będzie: $x = 3$; Gemeyna wziętek. Doświadcz, a uznasz, że Zagadnienie jest dobrze rozwiązane.

ZA-

ZAGADNIENIE IV.

SEmproniusz spytany o liczbę Uczniow, odpowiedział: gdyby każdy z moich Uczniow dał mi po Czerwonych Żłotych 5, do zakupienia Domu niedostawałoby Czerwonych Żłotych 30, lecz gdyby dał każdy po Czerwonych Żłotych 6, zbywałoby mi od kupna Czerwonych Żłotych 40. Proszę zgadnąć i liczbę Uczniow, i cenę Domu?

R E Z O L U C Y A.

Założ za liczbę Uczniow x ; więc podług pierwszego warunku: $5x + 30$, a podług drugiego: $6x - 40$, będzie summa równa cenie Domu. Ponieważ zaś dwie rzeczy iedneyże trzeciej równe, są także między sobą równe, toć i te summy są sobie równe, a zatem będzie pomiar: $5x + 30 = 6x - 40$.

Przenosząc $30 + 40 = 6x - 5x$.

Odcinając $30 + 40 = x$

Dodając $30 + 40 = x = 70$.

Lecz x założone za Uczniow, więc liczba Uczniow jest 70, z ktorey mnożąc 70 przez 5, i dodając 30, wychodzi cena Domu Czerwonych Żłotych 380. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

KAwaler z wizytą do Dam przyszedłszy, widząc znaczne współsiedzących grono: kłaniał się,

F 2

niam, rzecz, Damom, których 100 na tym miejscu mam honor powitać. Przepraszam, jedna z nich odpowie, niedorachujesz się WMcPan, tak wielkiej w tym posiedzeniu naszym Dam liczby. Gdyby nas drugie tyle było, ile jest, i połowa, iczęść jeszcze czwarta, dopieroby z WMcPanem było nas 100. Pytam ile Dam owych było?

REZOLUCYA.

Za liczbę niewiadomą Dam załóż x : z warunkow Zagadnienia ten wypadnie po-

$$\text{miar: } x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100.$$

$$\text{Gubiąc pierwszą frakcyą, będzie: } 2x + 2x + x + \frac{x}{4} + 2 = 200.$$

$$\text{Gubiąc drugą, będzie: } 8x + 8x + 4x + 2x + 8 = 800.$$

$$\text{Dodając i przenosząc, będzie: } 22x = 800 - 8 = 792.$$

$$\text{Dzieląc, będzie: } x = \frac{792}{22} = 36.$$

Było zatem Dam 36, których drugie tyle 36, połowa 18, czwarta część 9, i ow Kawaler 1, czyni 100. C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE VI.

Kilku Żołnierzy pewną Czerwonych Złotych summą nieprzyjacielowi wydartą dzieląc się, chcą wziąć po Czerwonych Złotych 7, lecz pomiarkowali, że do takiego działu, z któregoby po Czerwonych Złotych 7 przypadło każdemu, 5 jeszcze Czerwonych Złotych brakuje, biorąc więc po 6, równy owej między siebie summy podział uczynili. Pytam co za summa, i wielu nią dzielących się było Żołnierzy?

REZOLUCYA.

Liczba Żołnierzy niewiadoma x , będzie pomiar z warunkow Zagadnienia wypadający:

$$7x - 5 = 6x.$$

$$\text{Przenosząc termin } -5, \text{ będzie: } 7x = 6x + 5.$$

$$\text{Przenosząc z drugiej części termin } 6x, \text{ będzie: } 7x - 6x = 5.$$

$$\text{Odcigając, będzie: } x = 5.$$

Liczba tedy Żołnierzy 5, summa Czerwonych Złotych: $5 \times 6 = 30$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

Mędzy trzech Żołnierzy rzucił Generał monety 240 Złotych, które oni między siebie bez należytego działu rozerwawszy, jednego targuią konia. Lecz pierwszemu 4 Zło-

Złotych, drugiemu 8, trzeciemu 12 brakuje, żeby za zdobyte tym sposobem pieniądze mógł zatargowanego kupić konia. Pytam, jaka cena konia, i jakie każdego z osobna Żołnierza pieniądze?

REZOLUCYA.

Cena konia $= x$. Pieniądze pierwszego $x - 4$, drugiego $x - 8$, trzeciego $x - 12$, a że wszystkie równe Złotych 240, taki więc wypada pomiar $x - 4 + x - 8 + x - 12 = 240$.

Dodając, będzie: $3x - 24 = 240$.

Przenosząc, będzie: $3x = 240 + 24 = 264$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{264}{3} = 88$.

Cena więc konia 88. Pieniądze pierwszego $x - 4$, to jest: $88 - 4 = 84$. Pieniądze drugiego $x - 8$, to jest: $88 - 8 = 80$. Pieniądze trzeciego $x - 12$, to jest: $88 - 12 = 76$. Wszystkich zaś razem pieniądze $84 + 80 + 76 = 240$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VIII.

Oficerowie Polscy z Warszawy do Gdańska chcąc płynąć, najmują statek, i taką z Szyprem czynią ugodę: iż od osoby gotowi mu dać po Złotych 6, ale z tym warunkiem, aby, ieśliby do tegoż statku, chciał in-

innych jeszcze za podobną przybrać płacę, połowę tej płacy sobie wziął, a drugą połowę, między nich, to jest tych najmujących Oficerów podzielił, czyli, żeby odtrącił od ich płacy. Trafiło się, iż ow Szyper tyle do statku innych przybrał ludzi, że na każdego Oficyera nie przypadło tylko 5 Złotych od swojej Osoby zapłacić, gdyż była owych przybyszowych liczba czwartą częścią liczby Oficyerów, i nadto jeszcze 3. Pytam, ile wszystkich Osob tym statkiem do Gdańska płynących było, ile najprzód Oficyerów, a potem innych?

REZOLUCYA I.

Żebyś łatwo mógł znaleźć czwartą część dla przybyszowych, załóż za liczbę Oficyerów $4x$, więc czwartą częścią tej liczby, dodawszy podług warunku 3, będzie: $x + 3$. Już, ieżeli ieden Oficyer daie 6 Złotych, będzie $4x \times 6 = 24x$. Podobnie, ieżeli ieden przybysz daie 6 Złotych, toć $x + 3 \times 6 = 6x + 18$, ktorey summy połowa $3x + 9$. Odciągnąwszy więc $3x + 9$, to jest połowę płacy od przybyszow daney od $24x$, to jest: od pieniędzy należących Szyprowi od Oficyerów, zostanie reszta $21x - 9$. Ponieważ zaś tym sposobem każdy Oficyer nie ma tylko 5 Złotych od Osoby swojej zapłacić, więc mnożąc $4x$ przez 5, będzie $= 20x$, zrobi się tedy

tedy następujący pomiar: $21x - 9 = 20x$,
 Przekładając: $21x - 20x = 9$,
 Odcinając: $x = 9$.

Więc $4x$ założone za liczbę Officerow
 $= 4 \times 9 = 36$, których czwarta część, to
 jest 9, dodawszy 3, czyli 12, będzie liczbą
 przybyszowych do statku ludzi. C. B.
 D. R.

REZOLUCYA II.

Można za liczbę Officerow założyć x ,
 będzie czwarta część $\frac{x}{4}$ dodawszy zaś 3,

będzie $\frac{x}{4} + 3$. Officerowie więc zapła-

cić mają $6x$, a przybyszowie: $\frac{6x}{4} + 18$.

Lecz tego połowę to jest: $\frac{6x}{8} + 9$ odciągną-

wszy od $6x$, nie zapłacą Officerowie tylko $\frac{42x}{8}$

— 9. Więc $\frac{42x}{8} - 9 = 5$, czyli $42x$

— 72 = $40x$, czyli: $42x - 40x = 72$, czy-
 li

li nakoniec: $x = \frac{72}{2} = 36$. Wszakże gdy-

by Officerow 36 dali po Złotych 6, byłoby
 Złotych 216, lecz że 12 przybyszowych pła-
 cąc po 6 dali Złotych 72, a tych połowa,
 to jest: 36 wytrąca się z płacy Officerow,
 więc ci nie płacą tylko 180, a zatem każdy

z nich tylko $\frac{180}{36} = 5$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IX.

SZyprowi swemu zlecił Pan, aby za Czer-
 wonych Złotych 72 kupić wina, cukru
 y kawy, we dwoie więcej z owych pieniędzy
 wydając za cukier, a we troje za kawę niż
 za wino. Pytam wiele przypadnie na każde
 to kupno?

REZOLUCYA.

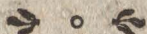
Wino $= x$ cukier więc $= 2x$ kawa
 zaś $= 3x$ a zatem pomiar będzie:

$$6x = 72.$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{72}{6}$$

$$\text{Czyli: } x = 12.$$

Da



Da tedy za wino 12, za cukier 24,
za kawę 36. Co czyni Czerwonych Złotych
72. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

Trzech Kmiotkow. A. B. C. z jednego
Łanu płacą Panu czynszu 134. Złotych.
Ale że B. we troje więcej trzyma tego pola,
niż A, C zaś tyle sam ieden, ile A i B
obydwa, pytają więc, wiele na każdego z nich
przypada zapłacić, żeby wszyscy trzej złoży-
li Czynszu 134 Zł.

REZOLUCYA.

$A=x$, toć $B=3x$ C zaś $=x+3x$,
a zatem: $8x=134$. Czyli: $x=\frac{134}{8}$

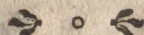
$16\frac{6}{8}$ Czyli: $\frac{3}{4}$ Tyle więc A zapłaci. B

zaś $50\frac{1}{4}$, C $16\frac{3}{4} + 50\frac{1}{4}$.

Co wszystko uczyni 134.

Wszakże $50\frac{1}{4}$ we troje więcej jest,

niż



niż $16\frac{3}{4}$, a $16\frac{3}{4} + 50\frac{1}{4}$
 $=77$ jest sumą dwom pierwszym równą.
C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XI.

Wyśłany Kurier z Warszawy do Rzymu
przed 4 dniami, który za dzień nie
ubieży tylko 6 mil, wyśłany po nim drugi,
który ma ubieść codzień 8 mil. Pytam wiele
trzeba dni, żeby pierwszego drugi dognał?

REZOLUCYA.

Założ za 6 a, za 8 b, za 4 c, za
dni niewiadome x. Ponieważ drugi Kurier
ubiega za dzień 6 mil, więc za dni niewia-
dome ubieży 6x. Pierwszy zaś który wy-
szedł przed dniami c, uchodząc co dzień mil
a, już uszedł a c, i jeszcze uydzie ax. A że
drugi pierwszego dognać nie może, tylko ro-
wną mil liczbę ubiegłszy, więc będzie po-
miar: - - - - $bx=ac+ax$

Przekładając, będzie: - $bx-ax=ac$

Dzieląc przez b—a, będzie: $x=\frac{ac}{b-a}$

Obroć

Obroć teraz litery na liczby, za któreś
ie założył, będzie: $x = \frac{6 \times 4}{8 - 6} = \frac{24}{2} = 12$.

Więc za dni 12 drugi pierwszego dogoni Ku-
ryera. Gdy pierwszy ubiegając codziennie mil
6, ubiegł za dni 4 mil 24, a za dni 12
ubieży mil 72, wszystkich więc ubieży mil
96. A że i drugi ubiegając po 8 mil na dzień,
za dni 12 ubieży 96, więc dobrze rezolwo-
wane Zagadnienie. Prędkiej jeszcze rozwią-
żę bez zakładania liter za wiadome ilkości,
wypadnie bowiem taki pomiar:

$$\begin{aligned} 8 \times x &= 6 \times 4 + 6 \times x \\ \text{Czyli: } 8x &= 24 + 6x. \\ \text{To jest: } x &= 12. \text{ C. B. D. R.} \end{aligned}$$

ZAGADNIENIE XII.

Pielgrzym do Rzymu idący uchodzi na dzień
mil 6, drugi po nim w 5 dni wyszedłszy,
chce go dognać za dni 10, pyta się, wiele
mil na dzień uść powinien, żeby się dzieś-
tego zszedł z pierwszym?

REZOLUCYA.

$6 = a$, $5 = b$, $10 = c$ niewiadome mi-
le $= x$. Gdy pierwszy przez 5 dni po 6
mil, i przez 10 dni także po 6 udyzie, zro-
wnaia się jego mile z milami drugiego przez
10 dni ubieżonemi, zatem będzie po-
miar:

$$\begin{aligned} \text{miar: } ab + ac &= cx \\ ab + ac & \end{aligned}$$

Przenosząc i dzieląc przez c: $x = \frac{ab + ac}{c}$

Obracając litery na liczby $x = \frac{6 \times 5 + 6 \times 10}{10}$

$$\begin{aligned} 10 \\ 90 \\ \text{Czyli: } - - - - - x &= \frac{90}{10} = 9 \end{aligned}$$

Albo bez zakładania liter za wiadome
liczby: $6 \times 5 + 6 \times 10 = 10 \times x$.

$$\text{Czyli: } 30 + 60 = 10x.$$

$$\text{Czyli: } 90 = 10x.$$

$$\begin{aligned} 90 \\ \text{To jest: } x &= \frac{90}{10} = 9. \end{aligned}$$

Albowiem iak pierwszy Pielgrzym za dni
15 ubieży 90, co dzień uchodząc po mil 6,
tak i drugi za dni 10, uść powinien mil
90, uchodząc co dzień mil 9, a zatem po
10 dniach muszą się zeyść z sobą. C. B.
D. R.

ZAGADNIENIE XIII.

K Rakow od Warszawy odległy na mil 40.
Piotr z Krakowa do Warszawy, a Paweł
z Warszawy do Krakowa iednegoż dnia wy-
szli, ale pierwszy na dzień uchodzi mil 6,
a drugi tylko 4. Pytam za wiele dni oba się
zeydą?

RE-

✻ o ✻

R E Z O L U C Y A.

Mile, które Piotr uydzie będą $= 6x$,
czyli $6x$, mile zaś, które uydzie Paweł, bę-
dą $= 4x$ czyli $4x$, a że i te i tamte razem
wzięte wyrownąć powinny milom 40, więc
będzie pomiar: - - - $6x + 4x = 40$.

Czyli: - $10x = 40$.

Czyli: - $x = \frac{40}{10}$.

To jest: - $x = 4$.

Za 4 dni więc zeydą się. Przez dni al-
bowiem 4 Piotr uydzie mil 24. Paweł zaś
16, co czyni mil 40. Toż wyidzie i litery
np. b za 6, c za 4, a za 40 założywszy,
gdyż będzie pomiar: - $bx + cx = a$

Czyli przez $b + c$ dzieląc, będzie $x =$

$$\frac{a}{b+c}$$

Czyli: $x = \frac{40}{6+4} = 4$. C. B. D. R.

Z A G A D N I E N I E XIV.

Kawaler za powrotem z cudzych Kra-
iow spytany, wieleby mil całej uie-
chał drogi; iazda moia; rzecze, lądem jest
trzecią częścią całej drogi, iazda zaś morzem
jest piątą częścią teyże drogi, a to wszystko
nie

nieuczyni więcej iak mil 200. Pytam ile
mil uiechał lądem, a ile morzem?

✻ o ✻

R E Z O L U C Y A.

Mile niewiadome $= x$, wiadome 200

$= a$, część trzecia $\frac{x}{3}$ część piąta $\frac{x}{5}$, po-
miar będzie: - $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = a$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $x + \frac{3x}{5} = 3a$

Gubiąc drugą: - $5x + 3x = 15a$

Dodając - $8x = 15a$

Dzieląc: - $x = \frac{15a}{8}$

Czyli: - $x = \frac{3000}{8}$

Czyli: - $x = 375$

A kiedy $x = 375$ toć $\frac{x}{3} = 125$, a za-

tym $\frac{x}{5} = 75$. Co razem czyni mil 200.

Lądem więc mil 125, a morzem 75 odbył.
C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE XV.

Dłużnik pewny Kapitałną sumę u siebie trzymając przez 5 lat, oddaie nareszcie Kredytorowi, wraz z Prowizją po 5 od sta, sumę Złotych 20,000. Pytam: iaka była Kapitałna summa, a iaka pięcioletnia Prowizya?

R E Z O L U C Y A.

Niech będzie summa Kapitałna x , będzie więc Prowizya roczna po 5 od 100 $\frac{5x}{100}$

(bo jeżeli 100 daie roczney Prowizyi 5, ileż da x ? da $x \times 5 = 5x$ podzielone przez 100 $= \frac{5x}{100}$ czyli obrociwszy frakcyą na

mnieysze terminy przez 5, da $\frac{x}{20}$) toć

Prowizya pięcioletnia będzie $= \frac{5x}{20}$, czyli przez 5 obrociwszy tę frakcyą na terminy

mnieysze $= \frac{x}{4}$. Ze zaś Kapitał z pięcioletnią Prowizją wynosi Złotych 20,000, więc

wy-

wypadnie pomiar: $x + \frac{x}{4} = 20,000.$

Gubiąc frakcyą $4x + x = 80,000.$

Dodając: $5x = 80,000.$

Dzieląc: $x = \frac{80,000}{5} = 16,000.$

Więc summa Kapitałna $= 16,000$, toć

pięcioletnia Prowizya $= \frac{x}{4} = \frac{16,000}{4}$

$= 4,000.$ Wszakże $16,000 + 4,000 = 20,000.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVI.

Racz pewny przegrawszy w iednym miejscu połowę swych pieniędzy, a w drugim

$\frac{3}{8}$ części, za powrotem swym do domu,

nie znalazł pozostałych w worku tylko 15 Czerw. Złotych. Pytam, ile wszystkich miał pieniędzy, a ile na każdym z osobna miejscu przegranych?

G

RE-



REZOLUCYA I.

Założywszy za niewiadome pieniądze x ,
 wypadnie z warunków Zagadnienia pomiar:

$$x - \frac{x}{2} - \frac{3x}{8} = 15$$

Gubiąc frakcyę: $2x - x - \frac{6x}{8} = 30$

Druga: $16x - 8x - 6x = 240$

Dodając i odciągając: $2x = 240$

Nakoniec dzieląc: $x = \frac{240}{2} = 120$

Miał więc ogólnie Czerw. Złotych 120.

Przegrał na pierwszym miejscu $\frac{x}{2} = \frac{120}{2}$
 $= 60$, na drugim $\frac{3x}{8} = \frac{360}{8} = 45$.

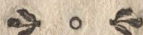
R E Z O L U C Y A II.

Mozna i tak pomiar ułożyć :

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{8} + a = x$$

Czyli: $x + \frac{\quad}{8} + 2a = 2x$

Czy-



Czyli: $8x + 6x + 16a = 16x$

Czyli: $14x + 16a = 16x$

Czyli: $16a = 16x - 14x$

$$\text{Czyli: } 2x = 16a = x = \frac{16a}{2}$$

Lecz a założone ~~za 15~~, więc $15 \times 16 =$
 $\frac{240}{2} = 120$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVII.

Kawaler do gry zasiadając, spytany, ileby miał pieniędzy? ~~troje tyle, rzeczy~~, ile mam przy sobie, zostawiłem w domu, tyle czworo mam u przyjaciół, a tyle sześcioro u dłużników; cała zaś summa tych pieniędzy nie wynosi tylko 390 Czerwonych Złotych. Pytam, ile pieniędzy do gry przyniosł, a ile miał w domu, u przyjaciół, i u dłużników?

REZOLUCYA.

Pieniądze do gry przyniesione niewiadome $= x$, więc w domu zostawione $= 3x$, u przyjaciół $= 4x$, u dłużników $= 6x$. Ze zaś pieniądze te w domu, u przyjaciół i u dłużników zostawione $= 390$ Czerwonym Złotym, więc: $3x + 4x + 6x = 390$

Czyli: $13x = 390$

G 2

Czy-

390

Czyli: $x = \frac{390}{13} = 30$

13

Miał tedy przy sobie Czerwonych Złotych 30. Wszakże: $3x = 3 \times 30 = 90$; $4x = 4 \times 30 = 120$; $6x = 6 \times 30 = 180$. Aże $90 + 120 + 180 = 390$. Więc stało się dosyć warunkom. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVIII.

Miedzy innemi Ptolomeusza gadkami, ciekawa ita jest o posagu Pallady. Tak ow wyprowadza posag ten mowiacy: iestem dzielem Złotych upominkow Młodzieży winny mi hołd oddajacey. Połowę Złota dał Charyzius, osmą część Tespis, dziesiątą Solon, dwudziestą Temisson, resztę zaś z płacą dla Rzemieślnika, to jest: 9 Talentow dał Arystodius. Wiele tedy posag ow ważył Talentow, i wiele tychże Talentow od każdego danyh?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome Talenta Złota w owym posagu $= x$, więc podług warunkow Zagadnienia ułoży się pomiar:

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{10} + \frac{x}{20} + 9.$$

Gu

Gubiąc frakcye:

$$\text{I. } 2x = x + \frac{2x}{8} + \frac{2x}{10} + \frac{2x}{20} + 18$$

$$\text{II. } 16x = 8x + 2x + \frac{16x}{10} + \frac{16x}{20} + 144.$$

$$\text{III. } 160x = 80x + 20x + 16x + \frac{160x}{20} + 1440.$$

$$\text{IV. } 3200x = 1600x + 400x + 320x + 160x + 28800.$$

$$\text{Dodając: } 3200x = 2480x + 28800$$

$$\text{Przenosząc: } 3200x - 2480x = 28800$$

$$\text{Odcinając: } 720x = 28800$$

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{28800}{720} = 40$$

Więc 40 Talentow Złota w owym posagu było, z ktorych Charyzius ofiarował 20, Tespis 5, Solon 4, Temisson 2, Arystodius 9. Co wszystko $= 40$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XIX.

Woysko Cesarkie tak może być rozłożone: daymy że połowa tego Woyska ma stanowisko w Węgrzech, osma część w Krolestwie Czeskim, dwunasta w Halickim, dwudziesta w Niderlandzie, trzydziesta w Xięstwach Wło-



Włoskich, a 48,000 w Austrii i w samej Cesarstwa Stolicy Wiedniu. Pytam, wiele wszystkiego jest Wojska Cesarzkiego, i wiele w każdej z wyliczonych Prowincyi?

REZOLUCYA

Tego Zagadnienia i innych na podobieństwo tego ułożyć się mogących takż jest, iaka poprzedzającego.

$$\begin{array}{ccccccccc} x & & x & & x & & x & & x \\ \text{Pomiar:} & \frac{x}{2} & + & \frac{x}{8} & + & \frac{x}{12} & + & \frac{x}{20} & + & \frac{x}{30} \end{array}$$

$$+ a = x.$$

Gubiąc frakcyje pojedynczo.

$$\begin{array}{ccccccccc} 2x & & 2x & & 2x & & 2x & & \\ \text{I. } x + & \frac{2x}{8} & + & \frac{2x}{12} & + & \frac{2x}{20} & + & \frac{2x}{30} & + \\ & 2a = 2x. & & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & 16x & & & & 16x & & \\ \text{II. } 8x + & 2x + & \frac{16x}{12} & + & \frac{16x}{20} & + & & & \\ & 16x & & & & & & & \\ & \frac{16x}{30} & + & 16a = 16x. & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 192x & & & & \\ \text{III. } 96x + & 24x + & 16x + & \frac{192x}{20} & + & & & & \\ & 192x & & & & & & & \\ & \frac{192x}{30} & + & 192a = 192x. & & & & & \end{array}$$

IV.



$$\text{IV. } 1920x + 480x + 320x + 192x + 3840x$$

$$+ 3840a = 3840x.$$

30

$$\text{V. } 57600x + 14400x + 9600x + 5760x + 3840x + 115200a = 115200x.$$

$$\text{Dodając będzie: } 91200x + 115200a = 115200x.$$

$$\text{Przenosząc i odciągając: } 115,200a = 24000x$$

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{115,200a}{240,000x}$$

Lecz a, założone za 48,000, więc współczynnika jego, to jest: 115,200 rozmnożywszy przez 48,000, a produkt = 5,529,600,000 podzieliwszy przez 24,000, wypadnie cena $x = 230,400$, to jest: liczba całego Wojska Cesarzkiego. Doświadcz; to jest: tę Wojska liczbę dziel na części, będzie najprzod:

$$\frac{230,400}{2} = 115,200; \text{ powtórę: } \frac{230,400}{8}$$

$$= 28,800; \text{ potrzebie: } \frac{230,400}{12} = 19,200;$$

$$\text{poczwarte: } \frac{230,400}{20} = 11,520; \text{ piąte: } \frac{230,400}{30}$$

$$= 7,680. \text{ Aże } 115,200 + 28,800 +$$

+19,200+11520+7680, nadto jeszcze:
48000=230,400. Więc stało się zadosyć
warunkom.

ZAGADNIENIE XX.

Szyper z Gdańska powrociwszy, spytany wie-
le pieniędzy za zboże wziętych na spra-
wunki w Gdańsku wydał, a wiele w reszcie
przywiozł? odpowiedział: że połowę pieniędzy
wydał w Gdańsku za wino i korzenie, osmą
część za sukno, dwunastą za materye, dwudzie-
stą na sprawunki przyjaciół, trzydziestą na cła
i podróż, a pozostałych nie ma więcej iak
5,000 Złotych. Pytam, iak wiele wszy-
stkich za Zboże w Gdańsku wziętych, i iak
wiele za Towar w szczególności tamże wyda-
nych pieniędzy?

REZOLUCYA.

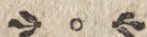
Oczywista rzecz, że tego Problema re-
zolucya też sama jest, co i poprzedzającego,
nic więcej nie odmieniając w cenie x, tylko wa-
lor ilkości a, który w tym przypadku =
5000, rozmnożywszy więc 5000 przez

$$\begin{array}{r} 115,200a \quad 576,000,000 \\ 115200, \text{ będzie: } \frac{\quad}{24,000} = \frac{\quad}{24,000}, \end{array}$$

a podzieliwszy przez 24,000, wypadnie summa
pieniędzy za zboże wziętych = 24,000. Na
ten więc model można tyfiączne ułożyć i re-
zol-

zolwować Zagadnienia np. Zagadniony kto 1.
Wieleby miał rocznego dochodu albo wyda-
tku? 2. Wieleby z stodoł swoich kop, albo
ze spichlerzow korcy wydawał zboża? 3. Wie-
leby za sprzedaż brał, albołożył na kupno
bydła lub innego towaru? i t. d. Mogłby
takie dawać odpowiedzi: 1. Ze połowę ro-
cznego dochodu ma z krescencyi, osmą część
z arend, dwunastą z stąd i inwentarza, dwu-
dziestą z młynow i stawow, trzydziestą z pa-
siek, i oprócz tego z prowizyi np. 72 tyfiące,
wieleby miał całego roku dochodu? Co do
wydatku, mógłby powiedzieć, iż połowę docho-
du swego rocznego wydaie na wyżywienie i
potrzeby własne, osmą część na spłacenie
długow, dwunastą na nowe fabryki, albo wfiow
reparacye, i t. d. i jeszcze mu niedostaie, albo
też zbywa np. 12 tyfiący, wieleż wynosi ca-
ły wydatek? 2. Zyta np. kop albo korcy
corok posyła do Gdańska, i sprzedaje połowę,
na domowy obchod odkłada osmą część, na
gorzalniz dwunastą, na poddanych zaratowanie
pod czas przednowku dwudziestą, na suche-
dniowe służącym trzydziestą część, i jeszcze
mu na nowy zasiew zostaje kop lub korcy
np. 2400, wieleż ich ogulnie było? Owszem
choćby inne części wypadały z warunkow Za-
gadnienia, redukcya atoli pomiaru będzie
podobna.

ZA-



ZAGADNIENIE XXI.

OYciec dwoch Synow czyni Testamentem Dziedzicami Fortuny swojey, z tym warunkiem: ażeby starszy wziął 100 Czerwonych Złotych, i czwartą część reszty dziedzictwa (które tu niewiadome, i część jego iakaś na inny koniec od Oycy wyznaczona, to jest: albo na spłacenia długow, albo na pogrzeb i pobożne uczynki i t. d.) młodszy zaś, ażeby wziął 50 Czerwonych Złotych i połowę tegoż dziedzictwa, po wytrąceniu części braterskiej i swoich Czerwonych Złotych 50 resztującego. Uczyniwszy dział taki, pokazało się, że Synowie równych części Dziedzicami zostali. Pytam, iak znaczne to było Dziedzictwo? iakie części w dziale Synowskiem?

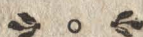
R E Z O L U C Y A.

Dziedzictwo niewiadome $= x$, reszta po wytrąceniu Czerwonych Złotych 100 dla Syna starszego wyznaczonych, będzie $x - 100$, albo założywszy za 100 a , $x - a$, czwartą

część tej reszty $= \frac{x-a}{4}$, a zatem część

przypadająca na Syna starszego $= a + \frac{x-a}{4}$.

Założywszy zaś za 50 b , część na młodsze-
go



go Testamentem spadająca będzie $= b +$

$$\frac{x-a-b}{4}$$

, to jest:

$\frac{2}{2}$ Czerwonych Złotych 50, i połowa dziedzictwa wytrąciwszy część Brata starszego $a +$
 $x - a$

$\frac{4}{4}$ iako wyżej, część jego samego $= b$,

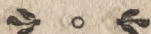
które to wytrącenie czyli odciagnienie przez odmianę znaków się tylko tu okazuje. A że obydwie te części podług warunków Zagadnienia pokazały się po uczynionym dziale być równe, więc następujący pomiar wynika:

$$a + \frac{x-a}{4} = b + \frac{x-a-b}{4}$$

Chcąc już uwolnić pomiar ten od fra-
kcyi, nayprzod przez Mianownika 2 mnożyć
trzeba wszystkie inne terminy, które nie są
Licznikiem tegoż Mianownika, to jest: same
tylko mnożyć trzeba b w drugiej części po-
miaru, a w pierwszej wszystkie terminy, bę-
dzie:

$$2a + \frac{2x-2a}{4} = 2b + \frac{x-a-b}{4}$$

Po-



Potym resztę frakcyi gubiąc, czyli przez 4 raz tylko mnożąc, będzie: $8a + 2x - 2a = 8b + 4x - 4a - 4b - x + a$.

Redukując: $6a + 2x = 4b + 3x - 3a$.

Przenosząc: $9a - 4b = x$.

Lecz $a = 100$, $b = 50$, więc $x = 9a - 4b = 9 \times 100 - 4 \times 50 = 900 - 200 = 700$.
Więc całego dziedzictwa wartość $= 700$ Czerwonych Złotych. Doświadczenie: Starszy Syn

bierze $a + \frac{x-a}{4}$; więc obrociwszy litery na liczby już wiadome, bierze Czerwonych Złotych $100 + \frac{700-100}{4}$

$= 100 + \frac{600}{4} = 250$, młodszy zaś bierze

$x - a - b - \frac{x-a}{4}$
rze: $b + \frac{700-100}{2} = 50 + \frac{600}{2}$

$700 - 100 - 50 = 550$, a

zatem części dziedzictwa na Synów Testamentem spadłe są równe, to jest: pierwsza $= 250$ i druga $= 250$, obydwie zaś $= 500$ Czerwonym Złotym, toć reszta tegoż dziedzictwa,



śwa, to jest: Czerwonych Złotych 200 na inny koniec od Ojca musi być rozrządzona. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXII.

Zeno Filozof bardzo subtelny, i wykretny w starożytności sławny, nie przypuszczając ciągłego ciała ruchu, tak rozprawiał: Ciało albo się rusza na miejscu, na którym jest, albo się rusza na miejscu na którym nie jest; lecz twierdzić nie można, żeby się ruszało na miejscu, na którym jest, gdyż tam spoczywa; ani na miejscu, na którym nie jest, gdyż tam nie zostaje; więc ciało ciągłego nie ma ruchu. Rozumiał opacznie ow Mędrak, że wszystkie ciała ruchy przzerwane są przez małe onychże na każdym miejscu odpoczynki. Wczym łatwoby był poznać błąd swój, gdyby mógł być widzieć Zegarki, które później są wynalezione; i gdyby był ruch ciała porównał z obrotem Zegarkowych skazówek czyli indexow. Wszakże te przez skoki idą, i choć za każdym skokiem nieco odpoczywają, przecież małemi temi odpoczynkami ciągły ruch ich i obrot nie przerywa się. Co oko własne każdemu pokazuje. Chociaż bowiem skoki te i odpoczynki w indexach godzinnych są nieznaczne, i pod oko nie podpadające, w indexach atoli pierwszominutowych, a tym bardziej drugominutowych aż nadto są widoczne. Z takiego błędnego swego rozumowania



wania wzmiankowany Filozof, następujący wyciągnął równie błędny wniosek: Gdyby ruch ciała, mówił on, przzerwany nie był przez drobne odpoczynki, rzeczby była nigdy niepodobna, aby Achilles ow w biegu, według Homera, najprędszy, który wślawił się pod czas Woyny Trojańskiej, mógł dognać czołgającego się iako najopieszaley Zoświa, któryby od tegoż Achillesa na 1 milę był oddalony.

Daymy bowiem, mówił daley Zeno, że Achilles 10 np. razy bieży prędzey od Zoświa; ieżeliby więc Achilles y Zośw bez żadney przerwy bieg swoy odprawowali, toć wprzeciągu czasu, w którymby Achilles iednę milę ubiegł, Zośw ubiegłby dzieśiątą część mili drugiej, a w przeciągu, w którymby Achilles i tę dzieśiątą część mili odprawił, Zośw znowu dzieśiątą część ubiegłby pier-

wszey dziesiątey części teyże mili, czyli —,

100

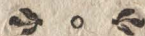
a przebiegłby Achilles i tę setną część, Zośwby się posunął znowu do iedney dziesiątey czę-

1

ści z owych setnych, czyli do — i tak

1000

zawsze Zośw wyprzedzałby Achillesa, co się doświadczeniu sprzeciwia, więc ciągłego, wnosł Zeno, żadne ciało nie ma ruchu, i iedne nad drugie w biegu być nie może prędsze, z przyczyny niezliczonych odpoczynkow, które



które bieg ow, a zatym ruch każdy przerywaia.

REZOLUCYA.

Długo Filozofia dawna o tym Zagadnieniu rosprowiała i mozg Uczniom niepotrzebnie suszyła, a dzisieysza za nie warte nawet swego roztrząsania sądzi. Co się tycze Matematyków, ci z błędnym tym wykrętem tak postępują; przeświadczeni oni będąc o prędszym iednych, a opieszalszym drugich ruchomych rzeczy biegu, nie wchodzą bynajmniey w przyczyny i wywody tego doświadczenia, ale tylko usiłują wyznaczyć i na oko pokazać punkta, w których dwie rzeczy nie iednakowo ruchome np. Achilles i Zośw zeyść się mogą, i powinny; a zatym na Problema przereczone, i inne temu podobne, następującą dają rezolucyą. Niech będzie przeciąg miejsca, które ubiedz, albo raczey uleżć ma Zośw, nim się z nim zeydzie Achilles $=x$, że zaś Zośw ow na milę iedną od Achillesa odległy, odległość iego od punktu, z ktorego się ma ruszyć Achilles, będzie $=x+1$. Lecz że Achilles podług domniemania dzieśięć razy od Zoświa śpieszniey bieży, przeciąg miejsca od niego ubieżony będzie $=10x$, a zatym wypadnie pomiar:

$$x+1=10x$$

Przenosząc zaś x do drugiej części, będzie
 $1=10x-x=9x$

Dzie-

Dzieląc przez 9, będzie: $x = \frac{1}{9}$

To jest: Achilles zeydzie się z Zołwem pierwszy z dziewięciu części mili drugiej,

czyli przebiegłszy całą milę i $\frac{1}{9}$ mili dru-

giey. Albowiem nim Zołw ulezie $\frac{1}{9}$ tej mili,

Achilles w dziesięcioro szybszy ubieży $\frac{10}{9}$,

a że $\frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$, więc w tym punkcie

Achilles i Zołw iednako oddaleni będą od owego punktu, na którym Achilles znajdował się, a od ktorego Zołw na milę iedną był odległy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXIII.

Kupiec z kupując do sklepu swego sukna albo materye, obiera nayprzod przedniejszy gatunek, i płaci każdy poław albo sztukę tego gatunku po Czerwonych Złotych 30, potym bierze gatunek podlejszy, i płaci poław lub sztukę po Czerwonych Złotych 12, sprzedając zaś też sukna albo materye, czy to całkiem czy na łokcie, na każdym postawie czyli

czyli sztuce sukna owego, lub materyi gatunku lepszego, zarabia Czerwonych Złotych 4, a na każdym postawie albo sztuce podlejszego gatunku zyskuje Czerwonych Złotych 3. Po zupełnym wszystkim tego towaru sprzedaniu, gdy wydatek swoy z zyskiem porównywa, znajduie zarobku Czerwonych Złotych 300; gdyż wydał za cały ow towar Czerwonych Złotych 2000, a wziął za niego Czerwonych Złotych 2300. Pytam, ile wszystkich postawow sukna albo sztuk materyi pierwszego, a ile drugiego gatunku zakupił i sprzedał?

REZOLUCYA.

Ponieważ Zagadnienie to do tylu innych przypadkow w kupnachs i sprzedażachs przytłoczyć się może, ile między handlującymi Narodami znajduie się rodzajow towarow, przeto Rezolucya tego Zagadnienia naylepsza mi się być zda ogólna, ktoraby wszystkie owe obeymowała, i uśłatwiała przypadki. J dla tego szczegulne to Zagadnienie w takie powszechniejsze zamieniam: Mając daną cenę wyraźną pewney miary, części, albo sztuki dwoiakich towarow, tak co do kupna iako co do sprzedaży, nadto wiadomy ieszcze wydatek ogólny na zakupienie, z zyskiem także ogólnym po sprzedaniu tychże towarow, zgadnąć, ile iednego, a ile drugiego z nich sztuk wszystkich było? Niech więc nayprzod

H

w ku-



w kupowaniu cena iedney sztuki pierwszego towaru będzie $=a$, cena iedney sztuki drugiego towaru $=b$, wydatek ogulny $=c$, a po sprzedaży zylk na obydwu towarach $=d$, liczba zaś niewiadoma wszystkich sztuk pierwszego towaru $=x$. Ze więc wydatek na zakupienie obu towarow iest $=c$, toć wydatek na towar drugiego gatunku $=c-ax$, a ten dzieląc przez cenę iedney sztuki tegoż drugiego gatunku towaru $=b$, będzie:

summa wszystkich iego sztuk $= \frac{c-ax}{b}$.

Powtore w przedawaniu niech cena iedney sztuki towaru pierwszego gatunku będzie $=p$, a cena iedney sztuki towaru drugiego $=q$, będzie cena wszystkich sztuk pierwszego towaru $=px$, cena zaś wszystkich sztuk towaru drugiego czyli ilkości $= \frac{c-ax}{b}$, będzie $=$

$qc-qax$

$\frac{qc-qax}{b}$. A że te dwie ceny podług warunku Zagadnienia przewyższają ogulny na towary owe wydatek $=c$ zyskiem $=d$; zrownają się więc z tymże zyskiem, odciągawszy od nich ogulny wydatek c , i pomiar następujący ułoży się:

$$px + \frac{qc-qax}{b} - c = d.$$

A



A zgubiwszy frakcyą, mnożąc przez b inne terminy będzie: $bpx + qc - qax - bc = bd$.

Przeniofszy zaś ilkości wiadome do wiadomych, będzie: $bpx - qax = bd - qc + bc$.

Podzieliwszy nareszcie przez $bp - qa$, będzie:

$$x = \frac{bd - qc + bc}{bp - qa}$$

Tak już mając zredukowany pomiar, obrocić trzeba litery na liczby podług Zagadnienia warunków, np. w ostatnim danym Zagadnieniu $a=30$, $b=12$, $c=2000$, $d=300$, $p=34$, $q=15$.

A zatem: $x =$

$$\frac{12 \times 300 - 2000 \times 15 + 12 \times 2000}{12 \times 34 - 30 \times 15}$$

$$\frac{3600 - 30000 + 24000}{3600 - 30000 + 24000}$$

$$\frac{408 - 450}{408 - 450}$$

Czyli: $x =$

$$\frac{408 - 450}{408 - 450}$$

Dodawszy zaś 3600 do $+24000$, a sumę 27600 odciągawszy od -30000 , będzie reszta $= -2400$; w Dzielniku także 408 odciągawszy od -450 zostanie -42 , a zatem będzie:

$$x = \frac{-2400}{-42}$$

H 2

Po-

Podzieliwszy nakoniec —2400 przez —42, wypadnie cena ilkości x dodatna, to jest:

$$x = +57 + \frac{6}{42} = 57 + \frac{1}{7}$$

J ta jest liczba postawow sukna, albo sztuk materyi pierwszego gatunku zakupionych; z ktorey łatwo już doysć liczby postawow albo sztuk sukna lub materyi drugiego gatunku. Jeżeli bowiem pierwszego jest sztuk

$$57 + \frac{1}{7}, \text{ toć drugiego będzie sztuk } =$$

$$c - ax \quad 2000 - 30 \times 57 + \frac{1}{7} = \frac{b}{12}$$

Czyli płacąc za każdą sztukę pierwszego towaru po Czerwonych Złotych 30, wypadnie za sztuk $57 + \frac{1}{7}$ summa Czerwonych

$$\text{Złotych} = 1714 + \frac{2}{7}, \text{ którą odciągając od całego wydatku czyli od Czerwonych Złotych } 2000, \text{ zostanie reszta } = 285 + \frac{5}{7}, \text{ a tę}$$

dzie-

dzieląc przez 12 Czerwonych Złotych, czyli przez wydatek za każdą osobną sztukę drugiego towaru, Wieloraz da ogólną liczbę wszystkich sztuk tegoż drugiego towaru $= 23 + \frac{17}{21}$

, a zatył wszystkich razem postawow sukna, albo sztuk materyi w obydwóch gatunkach było $80 + \frac{20}{21}$. Doświadczenie. Wszak-

że zarabiając po Czerwonych 4 na $57 + \frac{1}{7}$ sztukach, zarobił Czerwonych Złotych 228

$+ \frac{4}{7}$, potym: po Czerwonych Złotych

3, na $23 + \frac{17}{21}$, zarobił Czerwonych Złotych

$71 + \frac{9}{21}$. A że $228 + 71 + \frac{4}{7} + \frac{9}{21} = 300$, więc i t. d. C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE XXIV.

Gospodarz na wyżywienie swoje i Domowników swoich, corok 60 korcy pszenicy odkładał, a resztę wysiewał. Zdarzyło się, że przez trzy ciągłe lata w sześcioro więcej rodziło Mu się pszenicy, aniżeli iey wysiewał, czyli: że wysiew każdy szofte ziarno wydawał, przeto w dziesięcioro bogatszym w pszenicę stał się po trzech latach, aniżeli był przedtym. Pytam, ile korcy pszenicy miał na początku gospodarstwa?

R E Z O L U C Y A.

Korce na początku miane $=x$, odkładane na wyżywienie $60=a$, coroczna krescencya w sześcioro powiększająca się przez każdy rok w przeciągu lat trzech $=m$, będzie zatem wyśianey owej w pierwszym roku pszenicy (odciągnąwszy od x a, czyli 60 na wyżywienie korcy) $=x-a$, pierwszoroczna zaś oneyże krescencya będzie (rozmnóżywszy wysiew pierwszoroczny $x-a$ przez m , czyli sześciorakie powiększenie) $=mx-am$. Na rok zaś drugi od tej krescencyi odciągnąwszy znowu a , na wyżywienie Domowników, reszta wyśiana będzie $=mx-am-a$, krescencya zaś drugoroczna będzie, rozmnóżywszy tenże drugoroczny wysiew przez m , $=mx-am-axm=mmx-amm-am$, czyli: m^2x-am^2-am .

Na

Na rok już trzeci, znowu a odciągnąwszy od drugoroczney krescencyi, będzie reszta pozostała na wysiew trzecioroczny $=m^2x-am^2-am-a$, a ten wysiew znowu rozmnóżywszy przez m , będzie trzecioroczna krescencya $=m^2x-am^2-am-axm=m^3x-am^3-am^2-am$. Ze zaś cały ten pszenicy majątek w dziesięcioro większy być powinien nad ow, który był na początku gospodarstwa, więc taki wypada pomiar:

$$m^3x-am^3-am^2-am=10x.$$

Przenosząc niewiadome do niewiadomych będzie: $-m^3x-10x=am^3+am^2+am$.

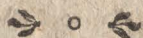
$$\text{Dzieląc przez } m^3-10, \quad \frac{am^3+am^2+am}{m^3-10}$$

$$\text{będzie: } -x = \frac{am^3+am^2+am}{m^3-10}$$

Zakładając nareszcie za litery liczby, i wynosząc je do tego stopnia, do którego litery są wyniesione, cena niewiadomej ilkości x odkryje się. Albowiem jeżeli $a=60$, $m=6$, więc $m^3=6 \times 6 \times 6=216$, $m^2=36$, a zatem $am^3=60 \times 216=12,960$, $am^2=60 \times 36=2160$, $am=360$. Przeto: $x = \frac{12,960+2160+360}{216-10}$ Czyli $x =$

$$x = \frac{12,960+2160+360}{216-10} = \frac{15480}{206}$$

15480



$15480 \quad \frac{30}{206} \quad 15$
 $\frac{15480}{206} = 75 + \frac{30}{206}$ czyli $75 + \frac{15}{103}$
 Miał tedy ow Gospodarz na początku gospodarstwa swego pszenicy korcy $75 + \frac{15}{103}$
 Doświadczenie. Jeżeli bowiem miał w ten czas korcy $75 + \frac{15}{103}$, toć odłożywszy na potrzeby domowe korcy 60 , nie wydał w pierwszym roku tylko korcy $15 + \frac{15}{103}$, a że mu wysiew ten szofte ziarno wydał, toć w rok miał: $15 \times 6 + \frac{15}{103} \times \frac{6}{1} = 90 + \frac{90}{103}$, a od tego odciągnąwszy korcy 60 na wyżywienie, zostanie na nowy wysiew korcy $30 + \frac{90}{103}$, znowu więc $30 + \frac{90}{103} \times 6$ uczyni w drugim roku $180 + \frac{540}{103}$, odciągnąwszy zaś od tego 60 , zostanie na trzeci wysiew $120 + \frac{540}{103}$, który w trzecim roku



rozmnożony w sześćcioro uczyni: $720 + \frac{3240}{103}$
 czyli $751 + \frac{47}{103}$. Co wyniesie więcej niż w dzieścioro nadto, co miał na początku, czyli nad $75 + \frac{15}{103}$, gdyż $75 + \frac{15}{103} \times 10 = 750 + \frac{150}{103}$ czyli: $751 + \frac{47}{103}$.
 C. B. D. R.

ZADANIE II.

Gdy z warunków iakiego Zagadnienia wypadną dwie, lub kilka niewiadomych ilości, a zatyń dwa lub kilka też niewiadome ilości w sobie zawierających pomiarów, iakim sposobem wyrugować i zgubić owe ilości niewiadome, żeby z nich iedna tylko w iednym pomierze została?

Rezolucye niżej położonych Zagadnień, każdego przeświadczą o nieuchronney potrzebie szukania i używania znalezionych sposobów, na takie redukowanie wielu ilości niewiadomych, żeby iedna tylko z nich w iednym została pomierze. Inaczej bowiem nie może się odkryć cena wszystkich owych niewiadomych



mych ilkości, skoro wszystkie się nie wygubią, i jedna tylko z nich z jednym pomiarem nie zostanie. Różne zaś na to Rachmistrze literalni przepisują sposoby, z których następujące 4 są najzwyczajniejsze.

I. Pierwszy sposób rugowania z pomiarów ilkości niewiadomych, a zatym i samych gubienia pomiarów bez zepsucia ceny tychże niewiadomych jest przez *Założenie* (per substitutionem,) to jest: wzięwszy cenę jednej ktorej z kilku w jednymże pomierze będących ilkości niewiadomey (czyli w pierwszy pomiaru części jedną którą zostawiwszy niewiadomą, a inne wszystkie z wiadomymi nawet, jeśli będą, do drugiej części z przeciwnym znakiem przeniosłszy) cenę tę w drugim pomierze z warunków tegoż Zagadnienia wypadłym założyć za tęż samą niewiadomą ilkość, np. jeżeli Ci w jakim Zagadnieniu wypadły te dwa pomiary dwie niewiadome ilkości w sobie zawierające, pierwszy: $x + y = a$ drugi: $2y + x = b$. Cena w pierwszym niewiadomey ilkości x , przekładając do drugiej części y , będzie: $x = a - y$, a tę cenę założywszy za tęż niewiadomą x w drugim pomierze, będzie: $2y + a - y = b$, czyli odciągając $-y$ od $2y$, będzie: $y + a = b$ gdzie już jedna tylko jest niewiadoma, i jeden już tylko pomiar równy dwom danym, gdyż w tym drugim lubo nie masz ilkości x , która była w pierwszym pomierze, jest atoli cena jego, czyli to, co ilkości x było równego, to jest:



jest: $a - y$, zatym taka przez Założenie uczyniona redukcya, lubo jedną niewiadomą zgubiła, ceny jednak iey nie zgubiła. Sposób ten redukowania pomiarów najbardziej używany bywa w ten czas, kiedy trzy lub więcej ilkości niewiadomych, a zatym i pomiarów z warunków Zagadnienia wypadną. W ten czas albowiem we dwóch pomiarach którychkolwiek bierze się się cena dwóch niewiadomych, a w trzecim pomierze cena ich zakłada się za też same niewiadome; np. jeżeli z Zagadnienia wypadną te trzy pomiary I. $x + y = a$ II. $y + z = b$, III. $x + z = c$. Wzięwszy cenę w pierwszym pomierze $x = a - y$, a w drugim $z = b - y$, i ceny te założywszy za x i z w trzecim, będzie $a - y + b - y = c$ czyli przeniosłszy niewiadome do drugiej części, a wiadomą do pierwszej, będzie $a + b - c =$
 $a + b - c$

$2y$, czyli $y = \frac{a + b - c}{2}$, gdzie jedna już

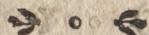
tylko jest niewiadoma, a pomiary wszystkie trzy do jednego zredukowane. W takim zaś przez Założenie redukowaniu, tę trzeba koniecznie zachować regułę, to jest: ile razy się trafi, a trafia się bardzo często, że ilkość niewiadoma w tym pomierze, w którym zakładać się ma cena iey z innego pomiaru wzięta, ma wyraźnego współczynnika, potrzeba przez tego współczynnika całą wzmiankowaną cenę i każdy z osobna termin iey rozmnożyć, zachowując w tym mnożeniu Przepis na zna-



znaki, zwłaszcza, kiedy się trafia cena odciążna, bo kiedy jest dodatna, na ten czas znaki te wszystkie wypadać muszą, które są w teyże cenie, oprócz znaku pierwszego iey terminu. Niech będą np. trzy te pomiary, które redukować potrzeba I. $4x + y = a$, II. $7x + z = b$, III. $4y + 5z = c$. Cena z pierwszego pomiaru $y = a - 4x$, z drugiego $z = b - 7x$. Zakładając w trzecim cenę y , będzie najprzód: $+4x + a = +4a$, powtórę: $+4x - 4x = -16x$, zakładając zaś cenę z , będzie: $+5x + b = +5b$, potem $+5x - 7x = -35x$, a zatym trzeci pomiar zamieni się w ten: $4a - 16x + 5b - 35x = c$, czyli $4a + 5b - c = 51x$ czyli $x = \frac{4a + 5b - c}{51}$.

Lecz gdyby redukować przyszło te dwa pomiary: $a = x - 2x$, i $b = 3x = y$, cena pierwszego, przeniosszy do pierwszej części niewiadome, a wiadomą do drugiej, będzie: $2x - x = -a$, czyli: $x = -a$, a cenę tę założywszy w drugim pomiarze $3a - 3x$, będzie $-3x - a = +3a$ (przez Przepis na znaki Multypl.) a zatym pomiar drugi będzie: $b + 3a = y$. Co dobrze proszę pomnieć.

II. Drugi sposób przez *Składanie* (per compositionem) cen iedneyże ilkości ze dwóch pomiarów wypadających, to jest: gdy ilkości iakiey niewiadomey wezmiesz cenę w iednym pomiarze, potem teyże samey ilkości we-



wezmiesz cenę w drugim pomiarze, a te dwie ceny zrownasz z sobą i w nowy pomiar ułożysz, zgubisz iedną z niewiadomych, a dwa pomiary w ieden zamienisz, rowny obydwom pierwszym. Przeto sposób ten redukowania w ten czas pospolicie używany bywa, kiedy dwa wypadną pomiary z warunkow Zagadnienia, lubo i w tym razie używać można pierwszego sposobu przez Założenie. Niech będą np. dwa pomiary, pierwszy: $x + y = a$, drugi $3x = 4y$, cena z pierwszego $x = a - y$,

z drugiego: $x = \frac{4y}{3}$, więc składając te obydwie ceny, będzie nowy pomiar obydwom danym rowny $a + y = \frac{4y}{3}$, a to na fun-

damencie tey prawdy przez się iasney; dwie rzeczy iedney trzeciej rowne, są między sobą także rowne. A że ceny rzeczzone są rowne iedneyże trzeciej ilkości x , toć i sobie

są rowne, a zatym $a + y = \frac{4y}{3}$, czyli zgubiwszy frakcyą $3a + 3y = 4y$, czyli: $3a = 4y - 3y$, czyli: $3a = y$.

III. Trzeci sposób przez *Dodanie* iednego pomiaru do drugiego, np. mając w iakim Zagadnieniu te dwa pomiary, pierwszy: $x + y = a$, drugi: $x - y = b$, dodawszy obydwa, mieć będziesz ieden pierwszym obydwom



dwom rowny: $x+y-x-y=a+b$, czyli: $2x=a+b$. Jeżeli bowiem rowne się rzeczy dodadzą rownym, i summy będą rowne. Lecz ten sposób w ten czas tylko prawie bywa używany, kiedy przez Dodanie pomiarów może się ilość niewiadoma zgubić dla przeciwnych znaków, z których jeden w jednym, a drugi w drugim znajduje się pomierze. Lubo czasem przyda się i w innych przypadkach, iako się da widzieć w Zagadnieniu trzecim.

IV. Czwarty sposób przez Odciągnięcie jednego od drugiego pomiaru, np. mając te same dwa pomiary $x+y=a$, i $x-y=b$, można odciągnąć drugi od pierwszego, będzie reszta $x+y-x+y=a-b$, czyli: $2y=a-b$, gdzie x dla przeciwnych znaków zepsuło się, i zostało same y . Lecz oczywista, że i tego sposobu nie zawsze można użyć, dla tego doświadczając potrzeba obydwóch ostatnich, ktoregoby się z nich chwycić, a który opuścić należało. Widzieć można w następujących zaraz Zagadnieniach, iak pierwsze dwa redukowania pomiarów sposoby są przydatne, i ułatwić rownie dobrze mogące różne tychże Zagadnień warunki; trafia się atoli, że tamte same bez tych pomocy cale są niekuteczne, iako każdy pozna z Rezolucyi Zagadnienia dziesiątego, przeto wszystkie 4 te sposoby i zrozumieć dobrze, i pamiętać należy.

ZA-



ZAGADNIE III.

Jak rezolwować Zagadnienia proste określone, w których się kilka niewiadomych ilości znajduje?

I. **M**ając takie Zagadnienie rezolwować, ktorego warunki wyciągają założenia kilku niewiadomych ilości, i tyluż ułożenia pomiarów, potrzeba najprzód dwa pierwsze Przepisy na początku Rozdziału tego dane zachować, to jest: 1. Uważać, ktore w Zagadnieniu tym wiadome są rzeczy, a ktore niewiadome, i litery za liczby pozakładać, gdzie iakich trzeba; 2. Dobrze roztrząsać warunki Zagadnienia, i ile tych warunków jest zawierających w sobie co niewiadomego, czyli ile samych niewiadomych ilości jest, tyle ułożyć pomiarów. Przepis ten, iak i inne następujące, najlepiej okaże przykład.

ZAGADNIENIE I.

Matka spytana o wiek trzech Synów swoich, odpowiedziała: najmłodszy Syn mój z średnim ma lat 25, średni z najstarszym 60, a najstarszy z najmłodszym 37. Jakież lata każdego z osobna Syna?

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 25 \\
 \hline
 62
 \end{array}$$

41 13 + 47 = 101
19 12 = 31
18

RE-

REZOLUCYA I.

Zakładając nayprzód litery za niewiadome lata, będą lata naymłodszego $=x$, średniego $=y$, naystarszego $=z$, $25=a$, $60=b$, $37=c$; ponieważ więc trzy tu są warunki, i trojakie lata niewiadome, przeto na trzy pomiary to Zagadnienie obrocisz, to jest: niewiadome lata Synów naymłodszego i średniego zrownasz za, i będzie pierwszy pomiar: $x+y=a$

Potym niewiadome lata średniego i naystarszego zrownasz za b, i będzie drugi pomiar: $y+z=b$.

Nareszcie lata naystarszego i naymłodszego zrownasz za c, będzie trzeci: $x+z=c$.

II. Mając już ułożone pomiary, a widząc, że w nich więcej iak porazu niewiadoma każda ilkość mieści się, przytąpić potrzeba do redukcji tychże pomiarów, i rugowania owych niewiadomych ilkości, żeby jedna tylko w jednym pomierze została, zażywając do tego sposobow pod Zadaniem poprzedzającym opisanych. Tak w przedsięwziętym przykładzie, chcąc trzy na jeden zredukować pomiary, możesz pierwszego użyć sposobu, biorąc cenę x w pierwszym pomierze, a w drugim cenę z, ponieważ te obydwie niewiadome znajdą się w trzecim, będzie 1. $x=a-y$. 2. $z=b-y$, które to dwie ceny (zanotowawszy je na boku, gdyż do dokon-

czenia

czenia Rezolucyi będą potrzebne) załóż za też niewiadome x i z w trzecim pomierze, będzie: $a-y+b-y=c$, gdzie już jedna tylko niewiadoma jest ilkość y, i pomiary wszystkie trzy na ten jeden obrocione. Nic więc już nie zostaje, tylko dokończyć tey redukcji podług Przepisow ogulnych, to jest: niewiadome obydwie, ponieważ są tu odciążne, do drugiey przenieść części, a wiadome do pierwszey, będzie $a+b-c=2y$, nareszcie przez współczynnika 2 podzielić, będzie:

$$y = \frac{a+b-c}{2}$$

III. Zredukowawszy wszystkie niewiadome ilkości do iedney, a tey przez inną zadaną, ani rozmnożoney, ani podzieloney, a zatym pomiary wszystkie w jeden sposobami przepisane zamieniwszy, obroc litery na liczby, za które na początku Rezolucyi, założone były, znajdziesz cenę teyże iedney niewiadomey. Zebyś zaś i innych w tymże Zagadnieniu niewiadomych ilkości znalazł ceny, tę znaną dopiero cenę zakładay w zanotowanych owych cenach, w których też niewiadoma już odkryta zawiera się. J tak w naszym przykładzie nayprzód litery obracając na liczby, ponieważ $a=25$, $b=60$, $c=37$, będzie:

$$37, \text{ będzie: } y = \frac{a+b-c}{2} = \frac{25+60-37}{2} =$$

$$\begin{array}{rcccl} 85 & - & 37 & & 48 \\ = & - & - & = & - \\ & 2 & & 2 & \\ 24, & \text{toć} & x = a - y = 25 - 24 = 1, & \text{toć} & i \\ z = b - y = 60 - 24 = 36, & \text{i t. d.} & & & \end{array}$$

IV. Na koniec doświadcz, czy ceny niewiadomych ilości już odkryte odpowiada, i dosyć czynią warunkom Zagadnienia. Jeżeli tak jest, tedy dobra cała robota, jeżeli zaś choć jednemu warunkowi nie stało się zadosyć, omyłka iakaś w rachubie stać się musiała, więc na nowo powtórzyć robotę potrzeba. Tak w Zagadnieniu dopiero rezolwowanym, warunek pierwszy był, aby x i y czyli lata najmłodszego i średniego Synów były $= a$ czyli: 25. Aże $1 + 24 = 25$, toć się temu warunkowi uczyniło dosyć. Drugi, aby $y + z$, czyli, lata średniego i najstarszego Synów były $= b$, czyli: 60. Aże $24 + 36 = 60$, więc i temu warunkowi stało się zadosyć. Trzeci, aby $x + z$ czyli najmłodszego i najstarszego Synów lata były $= c$, czyli: 37. Aże $1 + 36 = 37$. Więc i temu warunkowi odpowiada Rezolucya; więc niezawodnie dobrze się rezolwowało, co było do rezolwowania.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Ponieważ ogólnego Przepisu dać nie można, względem używania danych sposobow na redukcye różnych pomiarów

row



row do iednego takiego, w którymby iedna tylko z niewiadomych została, dla tego, że iak warunki Zagadnieniow nie iednakie bywaią, tak sposoby redukowania pomiarow nie iednostajne, więc, żeby Zaczynaiący nabyli łatwości używania wszystkich czterech przepisanych nato sposobow, a mianowicie dwóch pierwszych przez założenie i składanie, iako naydoświadczniejszych, dwoiakię na to pierwsze i niektore następujące Zagadnienia dam Rezolucye. Maiąc w pierwszym Zagadnieniu wypadłe z warunkow te trzy pomiary, pierwszy: $x + y = a$, drugi: $y + z = b$, trzeci: $x + z = c$, a namyslaiąc się o sposobie redukowania onych, gdybyś się chwycił drugiego sposobu przez składanie, tak ci postąpić należy. Widzisz niewiadomą ilość x w pierwszym i trzecim pomierze, weź więc ceny ich, będzie z pierwszego pomiaru $x = a - y$, z trzeciego zaś $x = c - z$, i złoś te dwie ceny w ieden pomiar, będzie: $a - y = c - z$, a tak zgubiłes już iedną niewiadomą x ; żebyś zaś i drugiej y pozbył się, szukay w tym nowym pomierze ceny iey, będzie: $a - c + z = y$, z drugiego zaś ieszcze nietykanego pomiaru, będzie cena teyże niewiadomey $y = b - z$, znowu więc złoś te ceny w ieden pomiar, będzie: $a - c + z = b - z$, gdzie już iedna tylko została niewiadoma z , ktorey, zredukowawszy ten pomiar, zapytana cena będzie:

I 2

dzie:



dzie: $2z = b - a + c$, czyli: $z = \frac{b - a + c}{2}$

czyli obrociwszy litery na liczby: $z = \frac{60 - 25 + 37}{2}$

$= 36$. A zatem $y = b -$

$z = 60 - 36 = 24$, $x = a - y = 25 - 24 = 1$. Jak wyżej pod Rezolucyą I. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

W Pewney fortecy byli na załodze Francu-
zi, Szwaycarowie i Niemcy. Liczba
Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami wy-
nosiła 5000, Szwaycarow z Niemcami 7000,
a Niemcow z Francuzami 6000. Pytam, ile
z każdego Narodu Żołnierzy było, tudzież,
ile było wszystkich razem wziętych?

Rezolucye tego Zagadnienia też same są, co i
pierwszego, gdyż i warunki iego podobne i
pomiary.

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Niech będzie liczba
Francuzow niewiadoma $= x$, Szwaycarow
 $= y$ Niemcow $= z$, 5000 $= a$, 7000 $= b$,
6000 $= c$. Wypadną 3 pomiary.

Liczba Francuzow z Szwaycarami: $x + y = a$.

Liczba



Liczba Szwaycarow z Niemcami $y + z = b$.

Liczba Niemcow z Francuzami $z + x = c$.

Biorąc cenę x w pierwszym będzie: $x = a - y$.

W drugim zaś cenę z , będzie: $z = b - y$.

Zakładając obydwie w trzecim, będzie:
 $b - y + a - y = c$.

Przenosząc, będzie: $a + b - c = 2y$

Dzieląc na koniec przez 2, $y = \frac{a + b - c}{2}$

Obracając litery na liczby: $y = \frac{5000 + 7000 - 6000}{2}$

Czyli: $y = \frac{12000 - 6000}{2} = \frac{6000}{2}$

$= 3000$.

A gdy $y = 3000$, toć $x = a - y = 5000 - 3000 = 2000$; $z = b - y = 7000 - 3000 = 4000$. Liczba więc Francuzow $= 2000$, Szwaycarow $= 3000$, Niemcow $= 4000$. Doświadczenie. Albowiem $2000 + 3000 = 5000$, $3000 + 4000 = 7000$, $2000 + 4000 = 6000$. C. B. D. R.

RE-

✻ • ✻

R E Z O L U C Y A I I .

Przez składanie. Wziąwszy cenę x w pierwszym i drugim pomiarze, złoż je w nowy pomiar, będzie: $x = a - y = c - z$, czyli: $a - c + z = y$, wziąwszy znowu tę cenę, złoż z drugą wziętą w drugim pomiarze ceną y , będzie: $a - c + z = b - z$, czyli: $2z = b + c - a$

$b - a + c$, czyli: $z = \frac{\quad}{2}$ czyli

	7000+	
obrociwszy litery na liczby $z =$	—	—
	2	2
6000—5000	13000—5000	8000
—	—	—
2	2	2
$= 4000$ i t. d. iak wyżej.		

Z A G A D N I E N I E I I I .

Czterech Kupców A, B, C, D, składkę na handel czynią. A, B i C, razem dają Czerwonych Złotych 790. B, C i D, dają 990. C, D i A, dają 940. Nakoniec D, A, B, dają 850. Pytam, iak wielka summa złożona od wszystkich, i każdego z osobna?

RE-

✻ • ✻

R E Z O L U C Y A .

Przez dodanie. Summa $A = x$, $B = y$, $C = z$, $D = w$. Z Zagadnienia warunkow wychodzą 4 pomiary:

Pierwszy: $x + y + z = 790$.

Drugi: $y + z + w = 990$.

Trzeci: $z + w + x = 940$.

Czwarty: $w + x + y = 850$.

Możnaby te pomiary redukować przez założenie lub przez składanie, tak, iak w Zagadnieniach I i 2. Lecz osobliwy to jest przypadek, w którym przez same pomiarow dodanie, przez ktore żadna nawet niewiadoma ilkość nie gubi się, znaleziona być może summa zapytana. Albowiem dodawszy pomiary, będzie z nich summa $= 3x + 3y + 3z + 3w = 3570$.

Podzieliwszy zaś przez 3, będzie: $x + y + z + w = 1190$.

J ta jest summa od wszystkich Kupcow złożona, od ktorey odciągawszy złożone w szczególności od A, B i C, reszta będzie D, i t. d. C. B. D. R.

Z A G A D N I E N I E I V .

Kupiec Gdański przyśłał Warszawskiemu raz 3 kamieni kawy, a 4 oxety wina za Czerwonych Złotych 69, drugi raz 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina za Czerwonych Złotych 45. Pyta Warszawski Kupiec, po czemu

czemu przypada kamień kawy, a po czemu
oxet wina?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Cena kawy niewiadoma y , wina x , $69 = a$, $45 = b$. Z pierwszego warunku Zagadnienia będzie pomiar, rozmnożywszy cenę przez kamienie i oxety: $3y + 4x = a$.

Z drugiego zaś warunku, będzie: $5y + 2x = b$.

Biorąc cenę y w pierwszym pomierze,
 $a - 4x$
będzie: $y = \frac{a - 4x}{3}$.

A cenę tę zakładając w drugim za $5y$,
wprzód ią przez 5 rozmnożywszy, będzie:
 $5a - 20x$

$+ 2x = b$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $5a - 20x + 6x = 3b$.

Przenosząc: $5a - 3b = 20x - 6x = 14x$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{5a - 3b}{14}$.

Obracając litery na liczby: $x = \frac{5 \times 69 - 3 \times 45}{14}$.

14

Czy-

$$\text{Czyli: } x = \frac{345 - 135}{14} = \frac{210}{14} = 15.$$

$$\text{A jeśli } x = 15, \text{ toć } y = \frac{a - 4x}{3} =$$

$$\frac{69 - 15 \times 4}{3} = \frac{69 - 60}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Doświadczenie. Wszakże najprzód: 3 kamienie kawy, a 4 oxety wina czynią: $3 \times 3 = 9 + 4 \times 15 = 60$, a zatym razem $= 69$. Potym 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina czynią $5 \times 3 = 15 + 1 \times 15 = 30$, a zatym razem $= 45$.
C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź ceny niewiadome, np. y w pierwszym i drugim pomierze, złoż je w jeden, a ten zredukuj, też samę cenę odkryjesz. Będzie albowiem cena z pierwszego:

$$y = \frac{a - 4x}{3}, \text{ z drugiego } y = \frac{b - 2x}{5},$$

$$\text{a zatym składając, będzie: } \frac{a - 4x}{3} = \frac{b - 2x}{5}$$

$$\frac{b - 2x}{5}. \text{ Gubiąc frakcyę, będzie najprzód:}$$

a—



$3b - 6x$
 $a - 4x = \frac{\quad}{5}$, potym: $5a - 20x =$
 $3b - 6x$. Przenosząc y odciągając: $14x =$
 $5a - 3b$
 $5a - 3b$. Dzieląc na koniec: $x = \frac{\quad}{14}$
 tak, iak i pierwey.

ZAGADNIENIE V.

PAn przyjmując służę, taką z nim czyni umowę: za każdy dzień, którego będziesz pracował, oprócz wikt, weźmiesz odemnie 3 srebrne grosze, przeciwnie, za każdy dzień, który na próżnowaniu strawisz, ty mi za wikt 7 srebrnych groszy zapłacisz. Gdy upłynęło od owej umowy dni 50, a porachunek Pan z służą uczynił, okazało się, że ieden drugiemu nic nie był winien. Pytam, ile ow służa dni na pracy, a ile na próżnowaniu strawił?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Dni na pracy strawione $= x$, na próżnowaniu zaś $= y$, dni upłynionych $50 = a$. Oczywista nayprzód: że dni na pracy i próżnowaniu strawione razem wzięte wyrównały dniom 50. Zatem pierwszy pomiar będzie: $x + y = a$.

Po-



Powtore, że summa groszy rozmnożona przez dni niewiadome pracy, równa była summie groszy rozmnożoney przez dni także niewiadome próżnowania. Albowiem, gdy upłynęło dni 50, nic ieden drugiemu nie był winien, a zatem drugi pomiar będzie: $3x = 7y$.

Wziąwszy więc cenę x w pierwszym pomierze, będzie: $x = a - y$, i założywszy ją za $3x$ w drugim, będzie: $3a - 3y = 7y$.

Przenosząc zaś, będzie: $3a = 7y + 3y$
 A dodając i dzieląc; będzie: $3a = 10y = y =$
 $\frac{3a}{10}$.

Obracając zaś litery na liczby, będzie:
 150
 $y = \frac{\quad}{10} = 15$.

A gdy $y = 15$, toć $x = a - y = 50 - 15 = 35$.

Doświadczenie: Albowiem jeżeli na pracy strawił, dni 35; a brał za każdy ten dzień po groszy srebrnych 3, toć wziął $35 \times 3 = 105$, a ieśli na próżnowaniu strawił dni 15, a płacił Panu za wikt każdego tego dnia groszy srebrnych 7, toć zapłacił $15 \times 7 = 105$. A zatem po upłynieniu dni $35 + 15$ czyli: 50, nic ieden drugiemu nie był winien. C. B. D. R.

RE-

→ • ←

R E Z O L U C Y A . II.

Wziąć możesz iedneyże ktorey ilkości np.
 x ceny w obydwóch pomiarach, będzie: 1.
 $x = a - y$. 2. $x = \frac{7y}{3}$, a złożwszy oby-

dwie, będzie: $a - y = \frac{7y}{3}$, czyli gubiąc
 frakcyą: $3a - 3y = 7y$, przenosząc zaś: $3a = 7y + 3y$ czyli: $3a = 10y$, czyli: $y = \frac{3a}{10}$
 — iak pierwey.

ZAGADNIENIE VI.

Euklides taką komuś zadał gadkę: szły
 Muś i Oślica z ciężarem, niosąc wino w
 baryłach. Do Oślicy pod ciężarem stękaią-
 cey muś, czego, rzecz, stękasz? Gdybyś
 z wina, które dzwigasz, mnie iedną baryłkę
 dała, ciężar mój wedwoynasob od twego był-
 by większy, gdybyś zaś odemnie iedną wzię-
 ła, równabyśmy dzwigali ciężary. Zgadniy,
 ile baryłek wina Muś, a ile Oślica dźwi-
 gała?

RE.

→ • ←

R E Z O L U C Y A . I.

Przez Założenie. Baryłki niewiadome
 Muśa $= x$ Oślicy $= y$. Gdyby nayprzod
 Oślica iedną baryłkę Muśowi dała, ciężar Mu-
 śa byłby $= x + 1$, a Oślicy zostałby $= y$
 $- 1$. Po takim zaś przeniesieniu iedney ba-
 ryłki, większy we dwoynasob byłby ciężar
 Muśa od ciężaru Oślicy; przeto, żeby i Mu-
 śa i Oślicy równe były ciężary, trzeba albo
 podzielić Muśa ciężar iedną baryłką powię-
 kszoney przez 2, albo przez też 2 rozmnożyć
 ciężar Oślicy iedną także baryłką zmniejszo-
 ny; rozmnożywszy, wypadnie pierwszy po-
 miar: $x + 1 = 2y - 2$.

Gdyby zaś Muś Oślicy dał 1 baryłkę,
 ciężar iey byłby: $y + 1$, a Muśowi został-
 by: $x - 1$, a że na ten czas ciężary Muśa
 i Oślicy zrownałyby się, więc drugi pomiar:
 $x - 1 = y + 1$.

Cenę z pierwszego: $x = 2y - 3$, zakła-
 dając w drugim, będzie: $2y - 3 - 1 = y$
 $+ 1$.

Czyli dodając iednoznaczne, będzie: $2y$
 $- 4 = y + 1$.

Przenosząc niewiadome do niewiadomych,
 i przeciwnie, będzie: $2y - y = 4 + 1$.

Odcinając, i dodając, będzie: $y = 5$.

A jeżeli $y = 5$, toć $x = 2y - 3 = 2 \times 5$
 $- 3 = 10 - 3 = 7$.

Muś więc 7, a Oślica 5 baryłek wina
 dźwigały. Doświadczenie. Jeśli Muś z 7
 bary-



baryłek da 1 Oślicy, będzie: $6=6$, jeżeli zaś Oślica Mułowi, będzie $4: 8=1: 2$.
C. B. D. R.

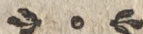
REZOLUCYA II.

Przez Składanie. Weź cenę z pierwszego pomiaru tę, co pierwej $x=2y-3$, z drugiego zaś: $x=y+2$, a obydwie w jeden pomiar złożywszy, będzie: $2y-3=y+2$ czyli przeniósłszy: $2y-y=2+3$, czyli: $y=5$, iak wyżej.

ZAGADNIENIE VII.

Włodarz, albo Gumienny, któremu Pan zlecił sprzedaż zboża, rachunkow Panu nie zdawszy, umarł. Pan chcący zasięgnąć wiadomości, po siłaż które zboże sprzedawał, pyta oto żony jego. Lecz ta nic o tym nie wie, tylko, że widziała za powrotem z targu trzy razy męża rachującego pieniądze, i gdy rzecz, pierwszą razą rachował, za 8. korcy ięczmienia, a za 2 korce żyta sprzedanego, narachował Tynfow 42. Drugą razą za 7 korcy ięczmienia, a 1 pszenicy narachował Tynfow 36. Trzecią razą za 4 korce żyta, a 5 pszenicy narachował Tynfow 60. Pan Rachmistrzowi swemu każe, aby dochodził, po wiele korzec ięczmienia, a po wiele żyta i pszenicy sprzedany?

RE-



REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena niewiadoma ięczmienia $=x$, żyta $=y$, pszenicy $=z$. Z trojakiemu warunku te trzy wypadają pomiary, pierwszy: $8x+2y=42$.

Drugi: $7x+z=36$.

Trzeci: $4y+5z=60$.

Cena z pierwszego zredukowanego wprzód przez 2 na mnieysze terminy, to jest: z tego $4x+y=21$, jest: $y=21-4x$.

Cena z drugiego drugiey niewiadomey, $z=36-7x$.

Obydwie te ceny w trzecim pomierze zakładając, pierwszą za y , rozmnożoną przez współczynnik 4, drugą za z , rozmnożoną przez 5, będzie: $84-16x+180-35x=60$.

Dodając, będzie: $264-51x=60$.

Przenosząc i odciągając: $264-60=51x=204=51x$.

204

Naostattek dzieląc, będzie: $x=$ —

51

$=4$.

A jeżeli $x=4$, toć $y=21-4x=21-16=5$, toć $z=36-7x=36-28=8$.

Doświadczenie. Wszakże nayprzód: 8 korcy ięczmienia i 2 żyta rozmnożywszy przez ceny dopiero znalezione, to jest: $8 \times 4 + 2 \times 5 = 32 + 10 = 42$. Powtore: 7 korcy ięczmienia a 1 pszenicy, to jest: $7 \times 4 + 1 \times 8 = 28 + 8 = 36$. Potrzebie: 4 korce żyta

i 5

i 5 pszenicy rozmnożone przez tęż ceny, czyli: $4 \times 5 + 5 \times 8 = 20 + 40 = 60$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź cenę tę samą, co wyżej z pierwszego pomiaru $y = 21 - 4x$, a drugą cenę teyże niewiadomey z trzeciego pomiaru $y = \frac{60 - 5z}{4}$, i złoś ie w ten nowy

miar: $\frac{60 - 5z}{4} = 21 - 4x$, w którym

zgubiwszy frakcyą, weź znowu cenę niewiadomey z, będzie nayprzod: $60 - 5z = 84 - 16x$, czyli: $16x + 60 - 84 = 5z$, czyli: $16x - 24 = 5z$, potym: $z = \frac{16x - 24}{5}$, a

drugą teyże niewiadomey cenę wzięwszy w drugim pomierze $z = 36 - 7x$, złoś ie w ten nowy: $36 - 7x = \frac{16x - 24}{5}$, gdzie zgubi-

wszy frakcyą, będzie: $180 - 35x = 16x - 24$. Przeniośszy zaś, będzie: $180 + 24 = 16x + 35x$, czyli: $204 = 51x$. Nakoniec

podzieliwszy, będzie: $x = \frac{204}{51} = 4$, tak,

iako i pierwey.

ZA-

ZAGADNIENIE VIII.

MA kto konia wartuiącego Czerwonych Złotych 90, i rządzik do niego dwoia-ki, ieden przedni, a drugi podlejszy, którego cena niewiadoma; to tylko wie Pan tego konia, że koń iego wraz z rządzikiem podlejszym taxowany ceną we dwoie większą, za cenę rządzika przedniego, przeciwnie: koń tenże wraz z przednim rządzikiem taxowany ceną we troie większą, za cenę podlejszego rządzika. Pytam, iakicy ceny ieden i drugi rządzik?

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena podlejszego rządzika $= x$, przedniego $= y$, konia cena Czerwonych Złotych $90 = a$. Podług pierwszego warunku, cena podlejszego rządzika z ceną konia, większa we dwoie nad cenę rządzika przedniego, będą więc tamte dwie tey trzeciej rozmnożoney przez 2 równe, a ztąd pierwszy pomiar: $x + a = 2y$.

Podług drugiego warunku, ponieważ cena przedniego rządzika z ceną konia we troie większa od ceny rządzika podlejszego, więc tę cenę przez 3 rozmnożywszy, będzie tamtym obydwoim równa, a zatym drugi wypadnie pomiar: $y + a = 3x$.

W tym pomierze wzięwszy niewiadomey y, cenę, będzie: $y = 3x - a$, a tę założywszy

K

w pier-



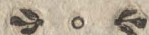
w pierwszym pomierze rozmnożoną przez 2,
będzie: $6x - 2a = x + a$, czyli przeniosszy
 $6x - x = a + 2a$, czyli: $5x = 3a$, czyli po-
dzieliwszy: $x = \frac{3a}{5}$.

Obrociwszy litery na liczby, będzie: $x =$
 $\frac{270}{5} = 54$.

Kiedy zaś $x = 54$, toć $y = 3x - a =$
 $3 \times 54 - 90 = 162 - 90 = 72$. A zatem ce-
na rządzika podlejszego $= 54$ Czerwonych
Złotych, przedniego $= 72$. Doświadczenie.
Albowiem rządzik podlejszy z koniem wraz
wzięty, wartuiąc $54 + 90 = 144$, ceny we
dwoie iest większey, niż rządzik przedni war-
tuiący 72; potem rządzik przedni z koniem
wartuiąc $72 + 90 = 162$, we troie ceny wię-
kszey iest, niż rządzik podlejszy wartuiący
Czerwonych Złotych 54. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź cenę niewiado-
mey x w pierwszym pomierze, będzie: $x =$
 $y + a$, potem w drugim, będzie: $x = 2y$
 $- a$, te ceny złoś w ieden pomiar, będzie:
 $y + a$



$y + a$
 $\frac{270}{5} = 54$ Gubiąc zaś frakcyą, bę-
dzie: $y + a = 6y - 3a$.
Przenosząc, będzie: $a + 3a = 6y - y$,
czyli: $3a = 5y$.

Dzieląc na koniec, będzie: $y = \frac{3a}{5}$.

czyli: $\frac{270}{5} = 54$ iak wyżej.

ZAGADNIENIE IX.

Szlachcic umieraiąc, i Zonę w ciąży zostawu-
iąc, taki czyni Testament, aby Zona iego,
ieżeli by porodziła corkę, z summy 30,000
sama wzięła $\frac{2}{3}$ części, a Corce zostawiła

$\frac{1}{3}$; ieżeli by zaś powiła Syna, aby $\frac{1}{3}$ część
teyże summy sobie wzięła, a resztę, to
iust: $\frac{2}{3}$ oddała Synowi. W tym umiera Szla-
chcic, a pozostały Wdowie rodzą się bliźnię-
ta, Syn i Corka. Pytam, iakie im i Matce
ich części owey summy podług Testamentu
należą?

K 2

RE-

R E Z O L U C Y A.

Przez założenie. Niewiadome tu są ilkości, pierwsza część summy Matce należącej, którą nazywam x , i części bliźniętom przypadające, z których jedną dla Corki nazywam y , drugą dla Syna z , a całą zostawioną summę 30,000 nazywam a . Ponieważ najprzód części razem wzięte należące Matce, Corce i Synowi całej summy wyrownąć powinny, więc pierwszy pomiar wypada: $x + y + z = a$.

Powtore: ponieważ według warunkow Zagadnienia Matka powiwszy Corkę, bierze

$\frac{1}{3}$, a Corka $\frac{1}{3}$, więc byłyby rowne części, gdyby albo Matka brała tyle, ile Corka,

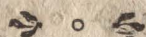
to jest: $\frac{1}{3}$, albo Corka tylke, ile Matka,

to jest: $\frac{2}{3}$; a zatym drugi pomiar będzie,

albo: $\frac{x}{3} = y$, albo: $\frac{2x}{3} = 2y$. Co na ie-

dno wyniesie. Niech więc będzie drugi pomiar: $\frac{x}{3} = y$.

Po-



Potrzenie: ponieważ owa Matka porodzi-

wszy Syna, bierze $\frac{1}{3}$, a Syn $\frac{2}{3}$, byłyby

także rowne części, gdyby albo Matka we dwoie więcej wzięła niż bierze, albo Syn we dwoie mniej, niż mu się Testamentem należy, a zatym trzeci pomiar może być, al-

bo $2x = z$ albo $x = \frac{z}{2}$. Niech będzie:

$2x = z$.

Chcąc iuż te pomiary zredukować, weź ceny niewiadomych ilkości y i z , pierwszą w drugim, a drugą w trzecim pomiarze (które tu obydwie są gotowe) i załóż ie za też same niewiadome w pierwszym, będzie: $x +$

$\frac{x}{3} + 2x = a$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $3x + x + 6x = 3a$.

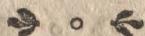
Dodając, będzie: $10x = 3a$.

Dzieląc na koniec: $x = \frac{3a}{10}$.

Obracając litery na liczby: $x = \frac{3 \times 30,000}{10}$

$= \frac{90,000}{10}$.

Czyli



Czyli $x=9,000$. Część tedy Matce
podług Testamentu należyta jest: 9,000. A
że Syn miał brać $\frac{2}{3}$, gdy Matka bierze

$\frac{1}{3}$, więc we dwoie więcej bierze, niż Ma-
tka, a zatem bierze 18,000. Córka zaś,
że brać miała $\frac{1}{3}$, gdy Matka bierze

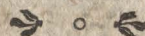
$\frac{2}{3}$, więc bierze trzecią część czyli 3,000.
Części te razem zniósłszy, będzie $9,000 + 18,000 + 3,000 = 30,000$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

Pewny z Kupców Warszawskich chcąc so-
bie Dworek na Przedmieściu wymurować,
sprowadził, ile trzeba było kamieni, wapna
i piasku. Potym odmieniwszy zamiar swój,
wszystkie te przygotowane materiały zprzeda-
ć trzem innym Kupcom A. B. C.

Za 2 wozy kamieni }
A. Za 3 wozy wapna } płaci Zł. 34.
Za 7 wozow piasku }

Za



Za 3 wozy kamieni }
B. Za 4 wozy wapna } płaci Zł. 46.
Za 12 wozow piasku }

Za 4 wozy kamieni }
C. Za 1 woz wapna } płaci Zł. 42.
Za 13 wozow piasku }

Pytam, za jaką cenę woz każdego z tych
materiałów, zprzedany?

REZOLUCYA.

Przez dodanie, odciagnienie i założenie.
Niech będzie cena kamieni $=a$, cena
wapna $=b$, cena piasku $=c$, (zakładają się
bowiem czasem i za niewiadome ilkości po-
czątkowe abecadła litery.) Wypadną z wa-
runkow Zagadnienia te trzy pomiary:

$$A. 2a + 3b + 7c = 34.$$

$$B. 3a + 4b + 12c = 46.$$

$$C. 4a + b + 13c = 42.$$

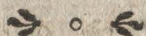
I. Doday pomiary A i C, będzie sum-
ma: $6a + 4b + 20c = 76$.

A od tej summy odciagnij pomiar B.
zostanie reszta: $3a + 8c = 30$.

W tym pomierze weź cenę a , będzie: $a =$
 $30 - 8c$

3

II.



II. Tę cenę zakładay w pomierze A,
 $\frac{60}{3} - \frac{16c}{3}$
 mnożąc przez współczynnika będzie: $\frac{60}{3} - \frac{16c}{3}$

$$+ 3b + 7c = 34.$$

Gubiąc frakcyą, będzie: $60 - 16c + 48$
 $9b + 21c = 102.$

A tu biorąc cenę b, będzie: $9b + 5c = 42.$

Czyli przenosząc c, i dzieląc: $b = \frac{42 - 5c}{9}$

III. Mając już cenę wynalezioną wy-
 żey a, tu zaś b, załóż obydwie w trzecim
 pomierze C, za też same ilkości, będzie no-
 wy pomiar: $\frac{120}{3} - \frac{32c}{3} + \frac{42}{9} - \frac{5c}{9}$
 $13c = 42.$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $120 - 32c + 126 - 15c$
 $+ 39c = 126.$

Gubiąc drugą, będzie: $1080 - 238c + 126 - 15c + 351c = 1134.$

Przenosząc i redukując: $48c = 72.$

Czyli: $c = \frac{72}{48} = 1 + \frac{1}{2}$

IV.



IV. Tę cenę c $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{1}{2}$

czyli $\frac{3}{2}$ w pomierze a (pod liczbą

1.) załóż za tęż ilkość c, mnożąc przez $\frac{8}{8}$

obrocone na frakcyą: $\frac{1}{8}$ i zachowując

Przepis na znaki w mnożeniu: że $\frac{30}{30} - \frac{8c}{8c} = \frac{30}{30} + \frac{12}{12}$

+ będzie: $a = \frac{30}{3} - \frac{8c}{3} = \frac{30}{3} + \frac{12}{3}$

$= 14$, i ta jest: cena kamieni zapytana. Za-

łóż tę samą cenę c, to jest: $\frac{3}{2}$ w po-

mierze b (pod l. II.) rozmnożoną przez $\frac{5}{5}$,

zachowując i tu Przepis na znaki, będzie:

$42 - 5 \times \frac{3}{2} = 42 + \frac{15}{2}$

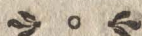
$b = \frac{9}{9} = \frac{9}{9}$

$42 + 7 + \frac{1}{2} = 49 + \frac{1}{2}$

$\frac{9}{9} = \frac{9}{9}$, czyli, (zre-

dukowawszy całkowitą liczbę do przyległej

fra-



$$\text{frakcyi) } b = \frac{99}{2} = \frac{1 \times 99}{9 \times 2} = \frac{99}{18}$$

$$\frac{1}{9}$$

$= 5 + \frac{1}{2}$. Masz tedy wszystkich trzech
niewiadomych ilkości wynalezione ceny, t

ieść: $a = 14$ cena wozu kamieni, $b = 5 + \frac{1}{2}$

cena wozu wapna, $c = 1 + \frac{1}{2}$ cena wo

zu piasku. Doświadczenie: A. płacąc za
wozy kamieni, zapłacił Złotych 28:

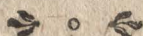
Za 3 wozy wapna zapłacił Zł. 16 + $\frac{1}{2}$

Za 7 wozow piasku — 10 + $\frac{1}{2}$

Co wynieśćby powinno Złotych 55. Al
że cena piasku iest odciażna, czyli wyraża
ca, iż który brał piasek, nie tylko nic za
nie płacił, lecz sam ieszcze od wywozu brał
czyli raczy od umowionej innych materya
łow ceny odtrącał za każdy woz piasku wy

wiezonego Złoty $1 + \frac{1}{2}$, odtrąciwszy wie

za



za 7 wozow Złotych $10 + \frac{1}{2}$ od summy

za inne materyały należącey nie zapłacił tyl-
ko Złotych — — — 34

B. Za 3 wozy kamieni zapłacił Zł. 42

Za 4 wozy wapna zapłacił Zł. 22

Za 12 wozow piasku odtrącił tak-
że — — — Zł. — 18

Zapłacił więc ogulnie — — Zł. 46

C. Za 4 wozy kamieni zapłacił
Zł. 36

Za 1 woz wapna zapłacił

Zł. $5 + \frac{1}{2}$

Za 13 wozow piasku odtrącił

Zł. — 19 + $\frac{1}{2}$

Zapłacił więc ogulnie Zł. 42.

C. B. D. R.



ZA-

ZADANIE IV.

Ktore są potrzebne wiadomości do rezolwowania Zagadnień o przymieszkach kruszców, i sposoby rezolwowania onychże?

W Przymieszkach kruszców iednych do drugich dwoiaki zachodzi przypadek, gdyż albo się dowiedzieć chce, dający co do robienia Rzemieślnikowi, ile on części z dwóch lub kilku kruszców wziąć i zmieszać razem powinien, żeby przymieszka ta była proporcjonalna cenie tak kruszców zmieszanych, iako i średniej, o którą staie z Rzemieślnikiem umowa, albo też idzie o doświadczenie rzeczy już od Rzemieślnika zrobionej, czy samego tego kruszczu, który dany jest do roboty, albo od dającego stargowany i u Rzemieślnika, to iest Złotnika lub Konwisarza zamowiony, zrobiona, albo czy nie ma przymieszki iakiego podlepszego. W pierwszym przypadku przymieszka bywa sprawiedliwa, gdy się czyni podług umowy, ale umieć trzeba doświadczać, czy podług umowy uczyniono; w drugim zaś arcynieffuszna i niegodziwa, a tymczasem od Rzemieślnikow zwłaszcza Żydow pospolicie praktykowana, gdy do złota danego srebro i miedź, do srebra miedź i mosiądz, do cyny ołow podług upodobania swego z wielkim pokrzywdzeniem dających mieszają, a ci przymieszek takich doświadczać i dochodzić nie umieją. Umiejętność

zatem

zatem ta równie intereffować powinna tak dających do roboty kruszce, iako i samych pocziwych Rzemieślnikow; tamtych, żeby uszczerbku własności swojej przez szalbierstwo i kradzież żydowską nie ponosili, tych zaś, żeby o rzetelnosci i dobrym sumieniu swoim podeyrzliwych i napasnych ludzi przeświadczeni. W obydwóch zaś tych przypadkach wiadomość nappierwey potrzebna iest 1. O wagach różnych kruszców. 2. O cenie tychże kruszców. 3. O różnych gatunkach przymieszek i stracie części kruszczow w robocie.

I. Co się tycze wag, te inne są Kupieckie, inne Probierckie, a inne Rzemieślnicze. 1. Kupcy rzeczy swoje ważą funtami, funt dzieli się u nich na 16 uncyi, uncya na 2 łoty, łot na 4 drachmy, drachma na 3 skrupuły, skrupuły na 24 granow. 2. Probierze, Mennicznicy zwłaszcza, ktorzy daleko są doskonalsi od innych to imię przywłaszczających, w całej prawie Europie, a zatym i w Polsce, używają do wag grzywn Kolońskich. Grzywna ta dzieli się na łotow 16, czyli uncyi 8, łot na 4 drachmy, drachma na 4 denary, czyli pieniążki (po Niemiecku pfennig) denar na 4 hallerze (heller,) a zatym grzywna Kolońska ma w sobie łotow 16, drachm 64, pieniążkow 256, hallerzow 512. Taż grzywna, osobiwie w doświadczeniu monet, od Probierzow dzielona bywa na 65,536 części po Niemiecku *Richtpfennig* zwanych, albo na 4864 elłow



effów Hollenderskich, albo na koniec na 4352
effów Niemieckich. Effów Hollenderskich 72

¹ — — — — — ⁴⁰
+ — — — — — przeszło, czyli: + — — — — — (ale te czę-
² — — — — — ⁶⁷

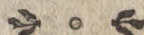
ści w doświadczaniu tylko złota, a nie w uży-
waniu rachować się zwykły, a Niemieckich
64 zawiera w sobie Czerwony Złoty i Hol-
lenderski i Polski, które między sobą są ro-
wnoważne. W Mennicy Warszawskiej od Pro-
bierza generalnego Monet Rzeczypospolitey
Jmci Pana Jerzego Antoniego Schrödera
używane bywają effy Hollenderskie, z któ-
rych iednego w Czerwonym Złotym nie-
ważającym do 72 effów brak, czyni na-
nim defalki grosz Srebrny 1. 3. Rzemieślni-
cy nasi, to jest: Złotnicy, złoto i inne kru-
szce ważą funtami, funt dzielą na 2 grzy-
wny, grzywnę na 16 łotów, łot na 4 ćwier-
ci, ćwierć na 18 effów.

II. Co się tycze ceny kruszców, złota
nayprzód czystego *fein-gold*, podług za-
świadczenia wzmiankowanego Probierza, grzy-
wna Kolońska, na Czerwone Złote Hollender-
skie i Polskie bita, wartuie Czerwonych Zło-

²⁰
tych 63+ — — — — — Tegoż złota w bryle na pie-
⁴⁷

niądze nie bitey wartuie tylko Czer. Zł. 63+
¹ — — — — —, przyczyna tego, że złoto bite od nie bitego
³

dro-



droższe jest, iż w bitym rachują się Menni-
czne wydatki. Pospolita zaś, czyli Złotnicza
grzywna złota czystego, będąc mniejszą od
Kolońskiej, niewartuie tylko Czerwonych Zło-
tych 56. *Powtore*: srebra czystego (*fein-silber*)
grzywna Kolońska w Zagranicznych Menni-
cach bita na Monetę wartuie Czerwonych

¹
Złotych 4+ — — — — —, czyli Złotych Polskich 81,
²

ale w Mennicy Warszawskiej też grzywna
srebra czystego idzie na Złotych 80 spełna.
W bryle zaś na Monetę nie bitey wartuie, i w
Mennicy naszej płacona bywa po Złotych
78, odtrącając Złotych 2 na Menniczne wy-
datki, to jest: na robotnika, naczynia, wę-
gle i t. d. Grzywna zaś srebra czystego po-
spolita czyli Złotnicza kosztuie Czerwonych
Złotych 4 spełna. *Potrzebie*: Cena cyny ia-
ko i ołowiu różna bywa. Pospolicie iednak
funt cyny Angielskiej czyli czystey bez przy-

¹
mieszki ołowiu, kosztuie Złotych 2+ — — — — —
²

albo 3, a funt ołowiu 12 albo 15 groszy.
Poczwarte miedzi cetnar 120 funtów Koloń-
skich zaważający, nie bity na Monetę miedzia-
ną z Węgier do Warszawy przywieziony, ra-
chując razem wydatki przewozu, kosztuie
Czerwonych Złotych 13, a zatym funt i mie-
dzi nie bitey kosztuie blisko 2 Złotych, to

jest:



jest: Złoty 1 i groszy 28+¹ —. Ale że do

Mennicy Warszawskiej z Węgier miedź przy-²stawiana bywa iuż bita, i tylko nie sęplowana, więc cetnar drożey płacony bywa, to jest: po Czerwonych Złotych 15. Tenże sam cetnar miedzi na Monetę bity i sęplowany w groszach potroynych, poiedynczych, i połgroszowkach, wynosi Złotych Polskich 480

czyli Czerwonych Złotych 26+² — dla wy-

datkow Mennicznych. Za pospolity zaś funt³ miedzi w Warszawie płaci się Złoty 1+¹

—, mniej, więcej.

III. Co się tycze różnych gatunkow² przymieszek, *nayprzód* w Mennicznych robotach, czyli w biciu pieniędzy, do złota mie-³sza się zawsze srebro i miedź razem, albo srebro nieczyste czyli podleysze, do srebra zaś miedź tylko, a ta przymieszka bywa podług różności proby w Monecie bitey. Trzeba albowiem wiedzieć, że i złoto i srebro ma swoje stopnie czystości, które u nas probami się zowią. Grzywna złota ma w sobie 24 karatow, czyli stopniow czystości, a zatym może być pierwszy, drugiey i t. d. aż do 24 proby, karat ieden zamyka w sobie 12 granow, więc mnożąc 24 przez 12, grzywna złota

czy-



czystego wyniesie granow 288. W Czerwonych Złotych Hollenderskich i Polskich 67 grzywna złota jest proby 23 z 6 granami, czyli ma w sobie czystego złota karatow 23+¹

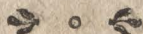
—, a resztę, to jest: ¹ — karata, czyli gra-²

now 6 srebra z miedzią, dla tego na grzywnę²⁰ czystego złota trzeba 68+² —. Srebra zaś

grzywna 16 ma prob czyli stopniow swey⁴⁷ czystości, a zatym może być pierwszy, drugiey aż do 16 proby. Prob tych różność i liczbę czynią łoty srebra czystego w grzywnie znajdujące się, i tak srebro, w którego grzywnie jest 16 łotow srebra, jest czyste *fein-silber* nazwane, w którego zaś grzywnie jest 15, albo 14, albo 13 i t. d. łotow srebra czystego, a reszta do 16 łotow, to jest, albo 1, albo 2, albo 3, i t. d. miedzi, jest 15, 14, 13 albo niższej ieszcze proby, każdy zaś łot srebra zawiera w sobie 18 granow. Mnożąc więc 16 łotow przez 18 granow, grzywna srebra czystego wyniesie 288 granow tak iak grzywna złota. Monety srebrne Polskie różney są proby, podług różney przymieszki miedzi do srebra. Talery i poł-Talery są proby 13 z 6 granami, dwozłotowki są proby 10, złotowki 8 z 12 granami, połzłotowki 7mey, grosze srebrne 5 z 12 granami, to jest: wzięwszy pierwszy Monety

L

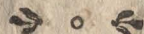
tyle,



tyle, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niej 13 łotow z 6 granami srebra czystego, reszta czyli łotow z i granow 12 miedzi, wzięwszy drugiey monety tyle także, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niej 10 łotow srebra czystego, reszta miedzi, i t. d.

Z tym wszystkim iako na 10 Talerow bitych wartujących po Złoty 8, biie się cała grzywna Kolońska wartująca Złoty 80, tak i na 20 pół-Talerow, i na 40 dwozłotówek, i na 80 złotówek, i na 160 pół-złotówek, i na 320 srebrnych groszy cała tegoż srebra grzywna wychodzi, iako liczby na tych gatunkach pieniędzy wyrażone wskazują, a Probiez wzmiankowany upewnia. Przymieszka zatym miedzi do srebra, różność próby między temi monetami stanowiąc, sprawuie oraz większą wagę, w 10 np. Talerach bitych, niż w grzywnie czystego srebra, a w 40 dwozłotówkach, większą niż w teyże grzywnie i w 10 Talerach bitych, i t. d., lecz srebra ani w tey, ani w innney Monecie z grzywny caley nic nie uymuie, a zatym kto ma 80 Złotych w iakieykolwiek srebrney monecie Polskiej, ma w niej srebra czystego grzywnę całą, czyli: łotow 16; nieczystego zaś więcej iak grzywnę całą, a ta większość różna iest podług różności próby srebra, czyli przymieszki miedzi do srebra w teyże monecie. Masz widoczny tego wizerunek w Tabliczce niżej położoney, gdzie kolumny liczb okazują:

Pier-



Pierwsza: ile sztuk każdey monety srebrney zaważa i grzywna Kolońska. *Druga*: iakiey ta grzywna próby, czyli: ile w niej łotow czystego srebra. *Trzecia*: ile z grzywny iedney srebra czystego biie się sztuk każdey monety. *Czwarta*: iaki walor iedney sztuki, *Piąta*: iaki walor wszystkich tych sztuk.

I. II. III. IV. V.

W grzywnie nie- Proba. Grzywna czysta Złote. Sum. Zł.
czystey sztuki. w sztukach.

„Talerow
„bitych :

I. II. III. IV. V.

8+ —. 13 gran 6. 10. 8. 80.
3

„Pół-Tale-
„row :

I. II. III. IV. V.

16+ —. 13 gran 6. 20. 4. 80.
3

L 2

Dwo-

„Dwozłoto
„wek :

I.	II.	III	IV.	V.
25.	10.	40.	2.	80.

„Złotówek :

I.	II.	III	IV.	V.
43 + $\frac{1}{3}$	8 gran 12.	80.	1.	80.

„Poł - Złotkow :

I.	II.	III	IV.	V.
70.	7.	160.	$\frac{1}{2}$	80.

„Srebrnych
„Groszy :

I.	II.	III	IV.	V.
117 + $\frac{7}{9}$	5 gran 16.	320.	$\frac{1}{4}$	80.

Powtore : Złotnicy w robotach swoich do złota samę miedź pospolicie mieszaia, gdyż ta lustru złota nie psuie, lubo mieszaia czasem i srebro same, albo z miedzią zmieszane,

choć

choć srebro bladej kolor złotu daie. Do srebra także miedź samę mieszaia, acz Zydzi szalbierstwem w Polsce żyjący nayeściej mofiadz mieszać z srebrem zwykli, dla tego, że mofiadz zmieszany z srebrem, srebra lustru nie psuie, ani odmienienia, owszem na kamieniu Probiefskim i kolor i probę też samę, która była w srebrze danym, okazuie, w czym niezmiernie Zydostwo ludzi oszukuie i pokrzywdza. Takich sreber, podług świadełwa Probiezow i Złotnikow sumiennych, w Polsce nayeściej. Dowodem tego iest moneta srebrna Polska w dwozłotówkach i złotówkach z Częstochowskich sreber, mających przymieszkę mofiadzu, bita w Roku 1766, która w dwozłotówkach zdaie się być próby 11, a nie iest tylko 10, w złotówkach zaś zdaie się być próby 10, a nie iest tylko 8 z 12 gran, a zatem nie moze być żadną miarą lepszego gatunku ta moneta, iako się zdaie niewiadomym, od monety późniey bitey.

Potrzenie: Cyny gatunek umieia polepszać konwisarze przydatkiem różnych kruszców im wiadomych. Ale częściej pogorszaia, Zydzi zwłaszcza przymieszka ołowiu. Cyna Angielska dla tego przedniejsza bywa i drozsza, że czysta i bez przymieszki iest ołowiu, koronną się zaś zowie, i bywa tym podleysza, im więcej ma w sobie ołowiu.

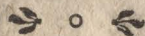
Na koniec, co się tycze fraty czyli defalki kruszców w robocie, utylkuia wprawdzie Złotnicy i narzekaią, na wielkość tej fraty,



straty, twierdząc, że 5 i 6 czasem od sta grzywien srebra, a 1 i 2 grzywien od sta złota w ogniu, w wodzie, w ręku, w naczyniach i Bog wie, gdzie ginie, lecz przeważać te narzekania zdać mi się zaświadczenie, mniej w tym interese, a więcej praktyki i oświecenia mającego Jmć P. Schrödera Probierza i Dorzorca Mennicznego, który zaręcza, że złota i srebra czystego tak w biciu pieniędzy, iako i w innych robotach nie więcej ubywa, chyba przez ostatnie niedbalstwo albo kradzież

¹
Rzemieślnika, iak — od 100, to jest: poł
²
grzywny np. od sta grzywien.

Co do cyny i miedzi, tej strata w robocie różna, podług różnych stopniów czystości w tych kruszczach; może być strata iednego funta aż do 10 na stu. Te mając wiadomości, przystąpmy już do Rezolucyi Zagadnień, *nayprzod*: o przymieszkach kruszczow, *powtore*: o doświadczeniu robot Mennicznych, a osobliwie Złotniczych z Konwisarskimi. A *nayprzod*: co należy do kruszczow przymieszek, względem tych, te tylko Zagadnienia są określone, i na tym miejscu rezolwować się mogące, które dwa tylko kruszcze np. złoto z srebrem, albo złoto z miedzią, lub srebro z miedzią i t. d. w sobie zawierają, bo gdy zawierają kilku razem osobno danych kruszczow przymieszki, należą do liczby Zagadnień nie



nie określonych, o których w ostatnim Rozdziale.

ZAGADNIENIA

O przymieszkach kruszczow danych do roboty.

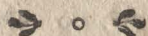
ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce srebra do złota. Chce kto, aby mu Złotnik złota, którego grzywna pospolita wartuje Czerwonych Złotych 54, i z srebra, którego takąż grzywna wartuje Czerwonych Złotych 4, zrobił rzecz iaką, np. Kielich, Patenę, tacę i t. d., 5 grzywien wazącą, z warunkiem, ażeby grzywna w robocie, nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 45. Pytam, ile Złotnik złota i srebra założoney ceny zmieszać powinien, aby podług warunku dzieło wytworzył?

REZOLUCYA.

Przez założenie (wolno zażyć w tej i w następujących rezolucyach cen składania opisanego w Sposob II. fol. 124.) Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$. Ponieważ rzecz lub rzeczy zrobione mają ważyć grzywien 5, będzie podług pierwszego warunku, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $y=5-x$.

Po-



Ponieważ zaś niewiadome owe grzywny złota i srebra rozmnożone przez cenę swoją wyrównać powinny, podług drugiego warunku grzywnom, które robota ma zaważyć rozmnożonym przez cenę średnią umowioną (co się i w następujących Zagadnieniach zachować powinno), będzie zatem drugi pomiar: $54x + 4y = 5 \times 45 = 225$.

Zakładając zaś cenę y za 4y, będzie: $54x + 20 - 4x = 225$.

Czyli odciągając, i przenosząc: $50x = 205$.

Na koniec dzieląc, będzie: $x = \frac{205}{50}$

$= 4 + \frac{5}{10}$ czyli; $\frac{1}{10}$. x więc, czyli złota

grzywien $4 + \frac{1}{10}$, toć srebra $y = 5 - x =$

$5 - 4 - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10}$ czyli obrociwszy

1 na frakcyę iednego Mianownika, będzie: $\frac{10}{10}$

$\frac{1}{10} = \frac{9}{10}$. Doświadczenie. Nayprzod

bo-



bowiem $4 + \frac{1}{10} + \frac{9}{10} = 5$. Potym

grzywny złota znalezione z przymieszką, srebra odkrytego rozmnożone przez ceny swoje wyrównać powinny 5 grzywnom rozmnożonym przez cenę średnią umowioną, a że $4 +$

$\frac{1}{10} \times 54 = 216 + \frac{54}{10} = 216 + 5 + \frac{4}{10}$

$= 221 + \frac{4}{10}$, tudzież $\frac{9}{10} \times 4 = \frac{36}{10}$

$= 3 + \frac{6}{10}$, czyli dodawszy $221 + 3 +$

$4 + 6 = 225$. Więc dobrze rezolwowało

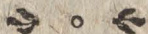
się. C. B. D. R.

Prześtroga. Ile razy ceny ośtatnie niewiadomych x i y z frakcyami grzywien pospolitych wypadną, obracają się na mniejsze wag gatunki, to jest: na łoty, ćwierci, i esy pospolite, tak w poprzedzającym przykładzie

x czyli grzywny pospolite złota $= 4 + \frac{1}{10}$

czyli obracając $\frac{1}{10}$ na łoty będzie: $\frac{16}{10}$, to

jest,



ieść, łot $1 + \frac{6}{10}$ łota, a $\frac{6}{10}$ na ćwierci, bę-

dzie: $\frac{24}{10}$, to ieść: ćwierci $2 + \frac{4}{10}$, a $\frac{4}{10}$

na effy, będzie: $\frac{72}{10}$, to ieść: 7 przeszło es-
sow pospolitych. Podobnym sposobem redu-

kuiąc y, czyli części srebra $= \frac{9}{10}$, będzie:

$y = \frac{144}{10}$ iedney grzywny czyli łotow $14 + \frac{4}{10}$

$\frac{4}{10}$ czyli obracając na ćwierci będzie $\frac{16}{10}$,

to ieść: i ćwierć $1 + \frac{6}{10}$, czyli obracając

na effy, będzie: $\frac{108}{10}$, to ieść: i effow prze-

szło 10. Lecz gdy wzmiankowane ceny są z frakcyami grzywien Kolońskich, redukować się powinny na łoty, drachmy, denary i hallerze, albo na effy Hollenderskie, iako się namieniło pod Zadaniem 4 w punkcie I.

ZA-



ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Każe sobie kto robić, 10 np. kubkow Złotych z złota czystego, którego grzywna Kolońska nie bita,

kosztuie Czerwonych Złotych $63 + \frac{1}{3}$, czy-

li, Złotych Polskich 1140, i srebra czystego, którego grzywna Kolońska nie bita kosztuie Złotych 78, z tym warunkiem, żeby każdy kubek i grzywnę zaważał, a grzywna ta nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 52, czyli: Złotych Polskich 936. Pytam, ile tu złota, a ile srebra założoney ceny przymieszać trzeba.

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 10$, czyli: $x = 10 - y$.

Drugi: $1140x + 78y = 10 \times 936 = 9360$.

Zakładając cenę x z pierwszego pomiaru w drugim za 1140x, będzie: $11400 - 1140y + 78y = 9360$.

Redukując, będzie: $2040 = 1062y$.

Na



$$\text{Na koniec } y = \frac{2040}{1060} = 1 + \frac{978}{1062}$$

$$= 1 + \frac{163}{177}$$

$$\text{Więc } x = 10 - y = 10 - 1 - \frac{163}{177}$$

$$= 9 - \frac{163}{177} = 8 + \frac{177}{177}$$

$$= 8 + \frac{14}{177}, \text{ to jest: złota być powinno}$$

grzywien 8, łot 1, drachma przeszło 1, srebro zaś grzywna 1, łotów 14, drachm przeszło 2. Doświadczenie. Albowiem 1. 8

$$+ 1 + \frac{14 + 163}{177} = 10. 2. 8 +$$

$$\frac{14}{177} \times 1140 = 9120 + \frac{15960}{177} = 9120$$

$$+ 90 + \frac{30}{177} = 9210 + \frac{30}{177}, \text{ tudzież}$$

$$1 + \frac{163}{177} \times 78 = 78 + \frac{12714}{177} = 78 +$$



$$71 + \frac{147}{177} = 149 + \frac{147}{177}. \text{ A że } 9210$$

$$+ 149 + \frac{30 + 147}{177} = 9360, \text{ więc dobrze}$$

$$\text{się rezolwowało. C. B. D. R.}$$

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do złota. Każe kto Złotnikowi robić naczynia złote, 12 grzywien Kolońskich ważyć mające z złota nieczystego, którego grzywna Kolońska wartuje Czerwonych Złotych 60 z przymieszką miedzi, której grzywna wartuje złoty 1,

czyli: — Czerwonych Złotych, z warunkiem, aby w robocie grzywna złota zmieszanego z miedzią nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 54. Pytam, ile w tej robocie miedzi do srebra przymieszać należy?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $= x$, miedzi $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 12$, czyli: $y = 12 - x$.

$$\text{Drugi: } 60x + \frac{y}{18} = 12 \times 54 = 648.$$



Gubiąc frakcyą: $1080x + y = 11664$.

Zakładając cenę y : $1080x + 12 = x = 11664$.

Przenosząc i odciągając: $1079x = 11652$.

$11652 \quad 862$

Dzieląc: $x = \frac{11652}{1079} = 10 + \frac{862}{1079}$.

J to jest złoto; więc miedzi: $y = 12 - \frac{862}{1079}$.

$862 \quad 862$

$10 - \frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 + \frac{862}{1079}$.

$1079 - 862 \quad 217$

$\frac{1079 - 862}{1079} = 1 + \frac{217}{1079}$.

$1079 \quad 1079$

$862 + 217$

Doświadczenie I. $10 + 1 + \frac{862}{1079}$.

862

$= 12. \quad 2. \quad 10 + \frac{862}{1079} \times 60 = 600 + \frac{51720}{1079}$.

51720

$\frac{51720}{1079} = 600 + 47 + \frac{1007}{1079}$.

1079

1007

$\frac{1007}{1079}$, tudzież $1 + \frac{217}{1079} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{18}$.

1079

217

$1 + \frac{217}{19422} =$ (obrociwszy do iednego Mianownika przez 1079) $\frac{1079 + 217}{19422} = \frac{1296}{19422}$.

$\frac{1079 + 217}{19422} = \frac{1296}{19422}$.

19422

19422

A że



A że $647 + \frac{1007}{1079} + \frac{2296}{19422}$ (obroci-

wszy do iednego Mianownika przez 18) $=$

$\frac{18126 + 1296}{19422}$

$647 + \frac{18126 + 1296}{19422}$ czyli: $= 648$.

Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

Oteyże przymieszce w łotach. Każe kto Złotnikowi robić obrączki lub pierścienie, ważyć mające łotow pospolitych 15, z złota, którego łot kosztuie Złotych Polskich 63, z przymieszką miedzi, ktorey łot kosztuie złotego z warunkiem, żeby łot w robocie nie wartował tylko Czerwonych Złotych 3, czyli: Złotych 54. Pytam, ile tu być powinna przymieszka miedzi do złota?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome łoty złota $= x$, miedzi $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 15$ czyli: $y = 15 - x$.

Drugi: $63x + \frac{y}{8} = 15 \times 54 = 810$.

Gubiąc frakcyą: $504x + y = 6480$

Za-

Zakładając cenę y $504x + 15 - x = 6480$.

Czyli: $503x = 6465$.

Czyli: $x = \frac{6465}{503} = 12 + \frac{429}{503}$.

Więc złota fotow $12 + \frac{429}{503}$, toć

miedzi: $y = 15 - 12 + \frac{429}{503} = 3 + \frac{429}{503}$

$= 2 + \frac{503 - 429}{503}$ czyli: $\frac{74}{503}$.

Wszakże 1. $12 + \frac{429}{503} \times 63 = 756$

$+ \frac{27027}{503} = 756 + 53 + \frac{368}{503} = 809$

$+ \frac{368}{503}$ 2. $2 + \frac{74}{503} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$

$+ \frac{74}{4024}$ czyli: (obracając do iednego Mia-

nownika przez 503) $\frac{1006 + 74}{4024} = \frac{1080}{4024}$

A że

A że $809 + \frac{368}{503} + \frac{1080}{4024}$ czyli (obra-
cając do 1 Mian. przez 8) $\frac{2944 + 1080}{4024}$ czyli:

(dodając) $\frac{4024}{4024} = 810$, więc dobrze się
rozolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

O Przymieszce miedzi do srebra. Daie kto
talerze, półmiski, i inne stołowe naczynia
do robienia z srebra czystego, którego
grzywna Kolońska nie bita kosztuje Złotych
Polskich 78 z przymieszką miedzi, której
grzywna kosztuje Złot. 1, a chce, aby te
naczynia ważyły grzywien Kolońskich 50, a
grzywna każda w robocie nie wartowała tylko
Złotych 60. Pytam, ile w takiej przymie-
szce być powinno srebra, a ile miedzi?

REZOLUCYA.

Grzywny niewiadome srebra $= x$, mie-
dzi $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 50$,
czyli: $y = 50 - x$.

Drugi: $78x + y = 50 \times 60 = 3000$.

Zakładając cenę y: $78x + 50 - x = 3000$.

M

Czy-

$$\text{Czyli: } 77x = 2950, \text{ czyli: } x = \frac{2950}{77}$$

$$= 38 + \frac{24}{77}$$

$$\text{Więc: } y = 50 - 38 + \frac{24}{77} = 21 + \frac{24}{77}$$

$$= 11 + \frac{77-24}{77} = 11 + \frac{53}{77} \text{ Wszak}$$

$$\text{że i. } 38 + \frac{24}{77} \times 78 = 2964 + \frac{1872}{77} =$$

$$2964 + 24 + \frac{24}{77} = 2988 + \frac{24}{77} \text{ 2. } 11 + \frac{53}{77}$$

$$\frac{53}{77} \times 1 = 11 + \frac{53}{77} \text{ A że } 2988 + 11 + \frac{53}{77}$$

$$= 3000. \text{ Więc \&c.}$$

ZAGADNIENIE VI.

O Teyże przymieszce. Daie kto stołowe naczynia do robienia z srebra nie bardzo czystego, np. z srebra próby 13 z 6 granami. iakie iest w Talerach bitych Polskich, ktorego grzywna Kolońska nie bita na Monetę kosztuje Złotych Polskich 64 z przymieszką miedzi,

dzi, ktorey grzywna kosztuje Złot. 1. z warunkiem, aby te naczynia ważyły grzywien 30, a grzywna każda 10 żeby była próby, a zatym nie wartowała tylko 50 Złotych. Pytam, ile w tym przypadku przymieszać się ma miedzi do srebra?

R E Z O L U C Y A.

Grzywny niewiadome srebra $= x$, miedzi $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 30$, czyli: $y = 30 - x$.

$$\text{Drugi: } 64x + y = 30 \times 50 = 1500.$$

$$\text{Zakładając cenę } y, 64x + 30 - x = 1500.$$

$$\text{Czyli: } 63x = 1470, \text{ czyli: } x = \frac{1470}{63}$$

$$= 23 + \frac{21}{63}$$

$$\text{Więc: } y = 30 - 23 + \frac{21}{63} = 7 + \frac{21}{63}$$

$$= 6 + \frac{63-21}{63} = 6 + \frac{42}{63} \text{ Wszakże}$$

$$\text{i. } 23 + \frac{21}{63} \times 64 = 1472 + \frac{1344}{63} =$$

$$1472 + \frac{21}{63} = 1493 + \frac{21}{63} \quad 2. \quad 6 +$$

$$\frac{42}{63} \times 1 = 6 + \frac{42}{63} \quad \text{A że } 1493 + 6 +$$

$$\frac{21 + 42}{63} = 1500. \quad \text{Więc i t. d. Ponieważ}$$

zaś 1 grzywna srebra próby 10 wartuie Złotych 50, a tu iest takich grzywien 30, więc dzieląc 1500 przez 30, wypaść powinna takiej iedney grzywny cena = 50, czyli proba srebra 10. A że $\frac{1500}{30} = 50$, więc i tam da-
ley. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

DAie kto naczynia stołowe do robienia srebra nieczystego np. próby Złotniczey na kamieniu Probierskim czynić się zwykłej 12, ktorey grzywna pospolita wartuie Złotych Połkich 54 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna po Złot. 1, a chce mieć w tych naczyniach grzywien 25, ktorychby każda była 8 próby, a zatym nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 2, czyli Złotych 36. Pytam, iakie tu części srebra i miedzi mieszać trzeba?

RE-

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome grzywny srebra = x, miedzi = y. Pierwszy pomiar: $x + y = 25$ czyli: $y = 25 - x$.

$$\text{Drugi: } 54x + y = 25 \times 36 = 900.$$

$$\text{Zakładając cenę y, } 54x + 25 - x = 900.$$

$$\text{Czyli: } 53x = 875.$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{875}{53} = 16 + \frac{27}{53}, \text{ więc}$$

$$y = 25 - 16 + \frac{27}{53} = 9 - \frac{27}{53} = 8 + \frac{53 - 27}{53}$$

$$\frac{53 - 27}{53} = 8 + \frac{26}{53}.$$

$$\text{Wszakże } 1. \quad 16 + \frac{27}{53} \times 54 = 864 + \frac{27}{53}$$

$$\frac{1458}{53} = 864 + 27 + \frac{27}{53} = 891 + \frac{27}{53}$$

$$2. \quad 8 + \frac{26}{53} \times 1 = 8 + \frac{26}{53} \quad \text{A że } 891 +$$

$$8 + \frac{27 + 26}{53} = 899 + \frac{53}{53} = 900. \text{ Więc}$$

i t. d.

ZA-

ZAGADNIENIE VIII.

O Przymieszce ołowiu do cyny. Daie kto Konwiffarzowi do robienia naczynia stołowe z cyny czystey, ktorey funt pospolity po postrzeccia złotego, czyli po groszy 75 z przymieszką ołowiu, ktorego funt po groszy 15, z warunkiem, aby naczynia te ważyły cały cetnar pospolity, czyli funtow 100, a funt każdy żeby wartował Złotych tylko 2, czyli groszy 60. Pytam, w iakiey ilości przymieszka tych dwóch kruszców być powinna?

R E Z O L U C Y A.

Niewiadome funty cyny $=x$, ołowiu $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=100$, czyli $y=100-x$.

Drugi: $75x+15y=100 \times 60=6000$.

Zakładając cenę y ; $75x+1500-15x=6000$.

Czyli: $60x=4500$, czyli: $x=\frac{4500}{60}$

$=75$.

Więc $y=100-75=25$. Wszakże 1. $75+25=100$. 2. $75 \times 75=5625$, także: $25 \times 15=375$; A że $5625+375=6000$; Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

RE-

R E Z O L U C Y A

Ogólna tych wszystkich i tym podobnych przymieszek kruszczowych.

Niewiadoma ilość, czyli iakakolwiek waga pierwszego kruszczu, który ma wchodzić w przymieszkę $=x$, drugiego zaś $=y$. Cena ogólna i nieokreślona pierwszego $=m$, drugiego $=n$, waga rzeczy zrobionej $=a$, cena średnia umowiona $=b$. Pierwszy pomiar z warunków Zagadnienia ogólnego taki, iak i w poprzedzających Przykładach wypada: $x+y=a$, czyli: $y=a-x$.

Drugi: rozmnożywszy ilość pierwszego kruszczu niewiadomą x przez ogólną iey cenę m , a ilość y przez n , i zrownawszy obydwie z wagą rzeczy zrobionej, a rozmnożoną przez cenę średnią b , będzie: $mx+ny=ab$.

Założywszy zaś za ny cenę y z pierwszego pomiaru rozmnożoną przez współczynnika nieokreślonego n , będzie: $mx+an-nx=ab$.

Przeniośszy będzie: $mx-nx=ab-an$.

Podzieliwszy przez $m-n$: $x=\frac{ab-an}{m-n}$

J ta to cena ilości x z ceną $y=a-x$, służyć będzie za ogólne prawidło rezolwowania Zagadnień o przymieszkach.

Oba-



Obaczmy praktyczne iego używanie w Zagadnieniach wyżej rezolwowanych, a potem w kilku innych.

I. Stosując to prawidło do Zagadnienia pierwszego, będzie, $a=5$, $b=45$, $m=$

$$\frac{54}{54-4} = \frac{n}{n-4} = \frac{m}{m-4} = \frac{225}{225-20} = \frac{205}{205-20} = \frac{50}{50-20} = \frac{50}{30}$$

$$4 + \frac{5}{50}, \text{ czyli } \frac{1}{10}, \text{ więc } y = a - x = 5 - \frac{1}{10}$$

$$4 + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

$\frac{9}{10}$ tak, iako i pierwey pod tymże Zagadnieniem.

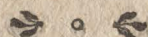
II. Stosując toż prawidło do drugiego Zagadnienia, będzie: $a=10$, $b=936$, $m=$

$$1140, n=78, \text{ a zatym } x = \frac{m-n}{m-n} = \frac{10 \times 936 - 10 \times 78}{9360 - 780}$$

$$\text{dzie: } \frac{10 \times 936 - 10 \times 78}{1140 - 78} = \frac{9360 - 780}{1062}$$

$$= \frac{8580}{1062} = 8 + \frac{84}{1062}, \text{ czyli (reduku-}$$

jąc



$$\text{jąc) } \frac{14}{177}, \text{ toć } y = a - x = 10 - 8$$

$$+ \frac{14}{177} = 2 - \frac{14}{177} = 1 + \frac{177-14}{177} = 1 + \frac{163}{177}$$

$= 1 + \frac{163}{177}$ tak, iak wyżej pod tymże Zagadnieniem.

III. Stosując do trzeciego, będzie: $a=$

$$12, b=54, m=60, n=\frac{1}{18}, \text{ a zatym}$$

$$\frac{ab-n}{12 \times 54 - 12} \times \frac{1}{18} = \frac{m-n}{60 - \frac{1}{18}}$$

$$\frac{m-n}{60 - \frac{1}{18}}$$

$$\frac{12}{648 - \frac{12}{18}}$$

, czyli gubiąc frakcye Al-

$$\frac{1}{60 - \frac{1}{18}}$$

gebraicznym sposobem nayprzod w Liczniku, bę-

będzie: $\frac{11664-12}{1}$, potem w Miano-

$$\frac{60}{18}$$

wniku, będzie: $\frac{11664-12}{1080-1} = \frac{11652}{1079}$

$\frac{862}{1079}$, więc $y=a-x=12$

$\frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 +$

$\frac{1079-862}{1079} = \frac{217}{1079}$, tak, iak pod tymże Zagadnieniem.

IV. Stosując do czwartego, będzie: $a = \frac{1}{15}$, $b = 54$, $m = 63$, $n = \frac{1}{8}$, a zatym $x =$

$$\frac{ab-an}{m-n} = \frac{15 \times 54 - 15 \times \frac{1}{8}}{63 - \frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{810-15}{8} = \frac{6480-15}{6465}$$

$$\frac{63-1}{8} = \frac{504-1}{503}$$

$\frac{429}{503} = 12 + \frac{429}{503}$ tak, iak wyżej pod tymże Zagadnieniem; i tak dalej.

INNE PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE IX.

DO Mennicy Króla Pruskiego, z kąd do tych czas wychodzą częstokroć fałszywe różnego gatunku pieniądze, wydany rozkaz, aby z czystego złota, którego grzywna Kolońska wartuje Czerwonych Złotych $63 + \frac{1}{8}$, czyli Złotych Polskich 1140, a które-
go jedna grzywna w innych Mennicach bić się zwykła na Czerwonych Złotych 67, wybito grzywien 200 z przymieszką srebra nieczystego, czyli z miedzią zmieszanego np. 8 proby, którego grzywna Kolońska bita kosztuje Złotych 40, z warunkiem, żeby grzywna takiego bitego złota nie wartowała tylko 900 Złotych, a zatym żeby na każdej grzy-

grzywnie było niegodziwego zysku 240 Złotych, czyli ogólnie na wszystkich 48000 Złotych Polskich. Pytam, ile w biciu złotych podług tego rozkazu przymieszać się ma srebra rzeczoney próby?

REZOLUCYA.

Przez ogólne Prawidło: $a=200$, $b=900$, $m=1140$, $n=40$, a zatem $x=$
 $ab-an \quad 200 \times 900 \quad - \quad 200 \times 40$

$$\begin{array}{r} m-n \quad 1140 \quad - \quad 40 \\ 180000-8000 \quad 172000 \quad 1720 \\ \hline 1100 \quad 1100 \quad 11 \end{array}$$

$$=156+ \frac{4}{11}. \text{Więc } y=a-x=200-156$$

$$+ \frac{4}{11} = 44 \quad + \frac{4}{11} = 43+ \frac{11-4}{11} =$$

$$43+ \frac{7}{11}. \text{Doświadczenie. Wszakże 1. } 156$$

$$+ 43+ \frac{4}{11} + \frac{7}{11} = 200. \quad 2. \quad 156+$$

$$\frac{4}{11} \times 1140 = 177840+ \frac{4560}{11}, \text{ czyli } +$$

$$414+ \frac{6}{11} = 178254+ \frac{6}{11}, \text{ tudzież } 43$$

$$+ \frac{7}{11} \times 40 = 1720+ \frac{280}{11}, \text{ czyli: } 25+$$

$$\frac{5}{11} = 1745+ \frac{5}{11}; \quad A \text{ że } 178254+ - 1745$$

$$+ \frac{6+5}{11} = 180000. \text{ Więc \&c.}$$

ZAGADNIENIE X.

Damy, że w teyże Pruskiej Mennicy znajduje się srebro czyste, którego grzywna Kolońska wychodzi na 81 Złotych, a nie bita na monetę wartuie (iako się namieniło pod l. II.) Złotych Polskich 78, ktorey grzywna kosztuie Złoty 1, tym czasem dany rozkaz, aby na monetę wybito srebra z przymieszką miedzi grzywna Kolońskich 600, z warunkiem, aby każda grzywna w tey monecie nie wartowała, tylko Złotych Polskich 30. Pytam, ile w takiej monecie znajdzie się srebra, a ile miedzi?



REZOLUCYA.

Przez toż Prawidło: $a=600$, $b=30$,
 $m=78$, $n=1$; będzie więc: $x=$ ————
 $ab=an$ $m=n$

$$\frac{600 \times 30 - 600 \times 1}{78 - 1} = \frac{18000 - 600}{77}$$

$$\frac{17400}{77} = 225 + \frac{75}{77}. \text{ Więc } y = a - x =$$

$$\frac{600 - 225 + \frac{75}{77}}{77} = \frac{375 - \frac{75}{77}}{77} = 374 +$$

$$\frac{77 - 75}{77} = 374 + \frac{2}{77}. \text{ Doświadczenie.}$$

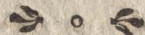
$$\text{Wszakże 1. } 225 + \frac{75}{77} + \frac{374 + \frac{2}{77}}{77} = 600$$

$$2. 225 + \frac{75}{77} \times 78 = 17550 + \frac{5850}{77} =$$

$$17550 + 75 + \frac{75}{77} = 17625 + \frac{75}{77}, \text{ tudzież}$$

$$374 + \frac{2}{77} \times 1 = 374 + \frac{2}{77}. \text{ A że } 17625$$

+



$75 + 2$
 $+ 374 + \frac{75}{77} = 18000$; Więc do-
 brze się rezolwowało. C. B. D. R.

Prześtroga: Namienilo się wyżej, ile
 którego kruszcu części w robocie ubywa, więc
 żeby Rezolucye Zagadnieniow o przymie-
 szkach kruszców były iak naydokładniejsze,
 potrzeba mieć wzgląd i na tę defalkę, czyli
 stratę w robocie, a zatym dając do roboty
 kruszce, i szukając części tych, które się
 zmieszać mają, gdy się przełożonym sposo-
 bem znaydą, przydać do nich należy iakieś
 części proporcjonalne zwykłym ginąć w ro-
 bocie, żeby założoną ilość tychże kruszców
 robota zaważyła np. przez Rezolucyą Zaga-
 dnienia pierwszego wynaleziona ilość złota

jest $= 4$ grzywnom $+ \frac{1}{10}$, a srebra $=$

9
 —. Powiedziało się zaś, że na 100 grzy-

wnach złota i srebra ginie w robocie $\frac{1}{2}$ grzy-
 wny, więc przez Regułę proporcji, nayprzod:

jeżeli na 100 ginie $\frac{1}{2}$, ileż na $4 + \frac{1}{10}$?

po-

potym: ileż na $\frac{9}{20}$? Znajdzie się straty w

tym przypadku złota $\frac{41}{2000}$, a srebra $\frac{9}{2000}$

grzywny, więc żeby robota ważyła grzywien 5, stratę przydać trzeba, do ilkości złota i

srebra wynalezionych, będzie zatym: $4\frac{1}{10}$

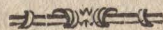
$$+\frac{41}{2000} = 4\frac{1}{10} + \frac{200+41}{2000} = 4\frac{1}{10}$$

$$\frac{241}{2000} \text{ ilość złota, a srebra } = \frac{9}{10} +$$

$$\frac{9}{2000} = \frac{1800+9}{2000} = \frac{1809}{2000}, \text{ które da}$$

ne do roboty, uczynić w niej powinny ilość umowioną 5 grzywien.

Co we wszystkich innych Rezolucjach zachowując, ślepo wierzyć Rzemieśnikom stratę kruszców w swych robotach powiększającym nie będziemy.



ZA-

ZAGADNIENIA.

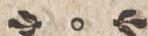
O doświadczaniu robot kruszonych wyszłych już z rąk Rzemieślniczych.

ZAgadnienia tego gatunku wielorakim sposobem mogą być rezolwowane. Inne albowiem doświadczania rzeczonych robot są Probierskie, a inne Matematyczne, i znowu jak pierwsze, tak i drugie rozmaite. Probierze doświadczają tych robot, albo przez kamień swoy Probieski, albo przez operacyą Chemiczną.

I. Sposob doświadczania robot srebrnych zwyczajny Probierzom Polskim, ale zawodny. Już bowiem wyżej powiedziało się, że srebro z miedzianem zmieszane na kamieniu Probierskim wyższą nierownie, a niżeli w sobie ma próbę, pokazuje. Do tego bywają różne naczynia wewnątrz z podlejszego srebra zrobione, a zewnątrz przednieyszym od Rzemieślników powlekane, iakże można poznać rzetelną na kamieniu Probierskim onych próbę? Doskonalsi więc Probierze, nie przelatając natym doświadczania sposobie, używają Chemicznego. Przypatrzyłem ia się takiemu doświadczaniu przez Jmci Pana Schrödera Probierza Generalnego w Mennicy Warszawskiej czynionemu, które tu, dla wiadomości innych sposobności widzenia tego nie mających, przełożę. 1. Doświadczając srebra w dwozłotówkach fałszywych Pruskich świeżo bitych na

N

stę-



stępel Polskiemu podobny, *Nayprzod*: Rzeczona
dwozfotowkę zważył, i znalazł zewnę-
trzny icy walor wynoszący na 133 effow Hol-

lenderskich, zamiast $194 + \frac{14}{25}$ gdyż, jeśli

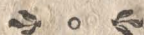
25 dwoźłotówek zaważa całą grzywnę czyli
ellów 4864, toć dwoźłotówka i zaważyć po-

winna effow 194+ $\frac{14}{25}$, brak więc pokazał

fię effow $61 + \frac{14}{25}$, potem uwinąwszy też

dwozłotówkę w cienką blaszkę tombakową, wybił na niej wyrazy z obu stron stępla, dla okazania tej monety wizerunku. *Powtórę*: Wykroił nożyczkami kilka kawałków z teyże dwozłotówki, i tyle ich odważył, ile trzeba było na pół-grzywny małej, czyli w mniejszych częściach wielkiej pół-grzywnie proporcjonalnych wziętej, a odważone owe kawałki w papierek z szalki zsywał, i na bok odłożył, potym drugie także pół-grzywny odważył, i w papierek zsywał. *Potrzącie*: Z ołowiu czystego 18 grzywien także małych na dwie części rozdzieliwszy, odważył, i po 9 grzywien do odłożonych z srebrem papierków przyłączył. Tymczasem w piecyku żelaznym (który podwoyny jest z blach żelaznych zrobiony, zewnętrzny i wewnętrzny, między któremi wierzchem najbardziej i spodem węgle rozżarzone by-

bywają, dla rozpalenia wewnętrznego piecyka; w zewnętrzny zaś ze trzech boków trojaki są drzwiczki, które dla natężenia ognia odsuwają się, a dla przygaszenia zasuwają (podług potrzeby) kubeczki z popiołu, z drzewa lub kości spalonych, wyczyszczonego z cząstek solnych umyślnie na to od samego Probiecra robione, *cupella* zwane, od blachy spodniej wewnętrznego piecyka od godziny rozpalały się; które gdy już rozpalone były, szczypczykami kładł w jeden z tych kubeczków 9 grzywnen małych przygotowanego ołowiu, a w drugi, drugie 9, a gdy ołow rozpłynął się i zagotował, kładł znowu szczypczykami w też same kubeczki po poł grzywny małego srebra nagotowanego w papierkach, natychmiast srebro roztapiać się zaczęło; W tym zmniejszał tęgości ognia drzwiczek dotąd otwartych przymykając, a pilnie patrząc, aż ołow dla odłączenia miedzi od srebra użyty z miedzią razem skoperwafieie i wsiąknie w kubeczki, albo na ich spodzie osiedzie. Co gdy się stało, a srebro czyste w gałeczkach małych pozostało, wyjął je szczypcami wraz z kubkami, i otarłszy z przyległych proszków, ważył najprzód jedną z drugą, dochodząc, czy co srebra w ogniu nie zginęło, a ponieważ równoważne obie gałeczki były, znakiem to było, iż bez straty srebra ta robota chemiczna odprawiła się. I dla tej to przyczyny na początku doświadczenia po poł grzywny małego, a nie całą razem grzywnę owych



srebra kawałkow odważył. Dopiero obie razem owe gałeczki czystego już srebra zważył, które nie zaważyły tylko łotow 5 i granow 17, a ważyć powinny były całą grzywnę, to jest: łotow 16, brak tedy był łotow 10 i grana 1. Zkąd przez Regułę proporcji doszedł wartości wewnętrzney teyże Pruskiej dwozłotowki. I. Albowiem jeżeli 1 dwozłotowka tego gatunku, iako się wyżej namieniło, ważona zaważyła essow Hollenderskich 133, toć cała grzywna dwozłotówek, to jest: sztuk 25, zaważyć powinna tychże essow 3325. II. Jeżeli essow 3325 zawiera się w 25 dwozłotówkach Pruskich, toć reszta essow do grzywny Kolońskiej czyli do 4864 nie dostających, to jest: essow 1539 zawiera

się w dwozłotówkach $11 + \frac{76}{133}$, a zatym cała grzywna Kolońska nie czystego srebra zawiera się w $25 + 11 + \frac{76}{133}$ czyli w 36

$\frac{76}{133}$ dwozłotówkach, a powinna się zawierać w 25 tylko. III. Jeżeli łotow 5 i granow 17 czystego srebra przez czynione doświadczenie dopiero odkrytego w rzeczonych dwozłotówkach daie tychże dwozłotówek 36

+



$\frac{76}{133}$, ileż da grzywna cała, to jest:

łotow 16? da: $5 + \frac{17}{18}$ czyli: $\frac{107}{18}$. 36

$\frac{76}{133}$ czyli: $\frac{4864}{133}$: : 16.

$\frac{18}{107} \times \frac{77824}{133} = \frac{1400832}{14231} = 98 + \frac{6194}{14231}$

Więc na grzywnę Kolońską czystego srebra, na którą naszych dobrych dwozłotówek wychodzi 40, takich Pruskich trzeba 98

$\frac{6194}{14231}$ IV. Jeżeli $98 + \frac{6194}{14231}$ dwozłotówek Pruskich daia naszych 40, czyli: Złotych 80, czyli: groszy 2400, ileż da dwozłotowka 1? dla zgubienia frakcyi, mnożąc 98, i 2400 przez 14231, będzie: 1400832.

$34154400 : 1400832 = 24$

$\frac{534432}{1400832}$ groszy. Pokazało się zatym, że dwozłotowka owa Pruska nie wartuje tylko groszy 24 i pół-grosza nie spełna. Otoż spo-

sposob chemiczny doświadczania srebra. 2. Doświadczenie zaś złota wzmiankowany Pro-
bierz następującym czynił sposobem: najprzod
odciawszy od złota nieczystego, czyli z sre-
brem i miedzią zmieszanego kilka części,
po poł grzywny mniejszey odważył tak, iak
pierwey część srebra, odważył także trzy
mnieysze grzywny czystego srebra, i 12 oś-
wiu czystego, a odważone tak srebro iako i
oświu na dwie części rodzieliwszy, przy na-
gotowanych częściach złota położył. W
rozpalone dwa kubeczki w piecyku tymże
sanim, co pierwey, kładł wprzod nagotowa-
ne części oświu; potym, gdy się oświu zago-
tował, części srebra, nareszcie części złota;
i poty ognia natęzał, poki oświu włożony
odłączając od złota i srebra miedź, razem z
nią nie wsiąkł w kubeczki, a kulki złota zmie-
szanego z srebrem nie zostały. To gdy się
stało wyjął rzeczne kulki z kubkami. 3. Po-
nieważ w tych kulkach srebro zmieszane by-
ło z złotem, dla oddzielenia więc srebra od
złota użył wodki mocney (aqua fortis) wprzod
owe kulki młotem spłaszczywszy nakształt
blaszek cienkich, potym w trąbki zwinione
w banieczkę rzeczoną wodką napełnioną, zwol-
na nad ogniem przy piecyku wczesnie roz-
grzaną wpuścił, gdzie powoli wodka owa
części srebra odłączała od złota, złotu na-
turalny kolor wracając, a swego bynajmniey
nie mieniając. Gdy już złoto swoy lustr od-
zyskało, w kształcie trąbek, iak było zwinio-
ne,

ne, nim go z banieczek dobył, zlał wprzod
wodkę w osobne naczynie, a inną spłokiwał
po kilka razy części, jeżeli iakie ieszcze po-
zostały srebra. Dobyl nareszcie owego już
czystego złota i zważył; pokazało się więc,
że z grzywny całej czyli 24 karatow po wy-
czyszczeniu nie zostało tylko 19 karatow,
reszta więc, to jest: 5 karatow przymieszka
była srebra z miedzią. Od tych już 19 czę-
ści pozostałego złota odciawszy, nadto 2 gra-
na, przeto, że wodka owa nie jest tak mo-
cna, żeby zupełnie oddzieliła srebro od zło-
ta, i zawsze podług czynionych wszędzie do-
świadczeniow w grzywnie 1 złota zoltawie 2
grana srebra; więc z grzywny owej złota nie
zostało tylko 18 karatow i 10 granow. 4.
Co się tycze srebra przez wodkę mocną od
złota odłączonego, te na drobne i pod oko nie
podpadłe części rozpuszczone w teyże wodce
zostało, nic iej nie zafarbowawszy, lecz za
włożeniem odrobiny soli pospolitey, zaraz
wodka owa zbielała, a części srebra łączyć
się, nadół opadać, i czynić masę podobną do
gaszonego wapna zaczęły, które zmieszane z
łoiem i w dwa pozostałe w piecyku kubeczki
wypalone włożone, dopiero kolor właściwy i
mięszkość odzyskały. Dla tego zaś z łoiem się
mieszają owe części srebra, że są znikłe
(volatiles) i bez tey tężkości w ogniu na po-
wietrzeby się rozsypały i zgineły. Zkąd ta
ogólna wiadomość wypływa, że srebra czę-
ści rozpuszczają się przez wodkę mocną, a
łączą

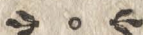
łączą się przez sol pospolitą, złota zaś części rozpuszczają się przez inną wodkę Krolewską zwaną (aqua Regia,) a łączą się przez sol koperwasową. (Sal vitrioli.) Tych samych sposobow używają Chimiczni Probierze w doświadczaniu nie tylko Mennicznych, ale i Złotniczych robot, tak Złotych iako i srebrnych, to jest: wycinają oni z rzeczy zrobionych bez zepsucia onych drobne cząstki, i w tych cząstkach doświadczenie, iakie się opisało, uczyniwszy, wnoszą, że w całej rzeczy zrobionej tegoż gatunku jest złoto lub srebro, iakiego pokazało się w cząstkach dla doświadczenia wyciętych. Lecz, częścią że takie doświadczanie wypływa z Chimii, na ktorey rzadko kto unas zna się, i wyciąga narzędziow, ktore nie łatwo mogą być zdobyte, a zatym nie powszechnie od uczeńszych nawet być może praktykowane; częścią że nie jest tak pewne, aby o nim zawątpić nie godziło się, zwłaszcza w robotach, ktorych krajać i psuć nie można. Bo z kądże nayprzod pewność, że cząstki wykrojone nie znacznie z naczynia złotego lub srebrnego są iednorodne ze wszystkiemi innemi częściami? potym: z kąd pewność, że przez zbytne ognia natężenie nie ubyło co cząstek złota lub srebra Chimicznie probowanego, aby przez proporcją tych do całej roboty doysć się mógł rzetelny w nim czystości stopień? Przeto innych pewniejszych, a oraz od większey liczby ludzi używać się mogących sprawiedli-

wie

wie dawno szukano, i dziś czekać należy doświadczenia tego sposobow. Jakoż dwa są następujące Hydrauliczne od dawniejszych i świeższych Matematykow wynalezione.

Z tych pierwszy od Archimedesu był wynaleziony i użyty w Rezolucyi Zagadnienia o koronie Hierona. Świadczy *Vitruvius*, że Hiero Krol Syrakuski dał Złotnikowi znaczną iakąs sztukę złota na zrobienie Korony. Gdy więc zrobiona była, lubo daną sztukę złota zaważała, ciekawość atoli w Krolu sprawiła, czy do złota srebra przymieszawszy Złotnik, nie ukradł iakiey części danego złota. Prosi zatym Archimedesu, aby chciał tego iakim doświadczyć sposobem. Archimedes długo przemyślając o sposobie, przypadkiem nań natrafił. Gdy bowiem mając się kąpać laził do wanny, postrzegł, że z niej tyle się wody wylewa, ile w niej mieysca iego ciała rozłożyłość czyli objęcie (volumen) zabiera, a wiedząc, że złoto jest z kruszcow naycięższe, wniośł sobie, nayprzod: że bryła złota mniejszego nierownie powinna być objęcia, niż bryła srebra, żeby obie były równoważne; powtore: że te dwie bryły równoważne nie równe mieysca dla nie równego objęcia zabiorą, to jest: więcej mieysca zabierze np. funt srebra, niż funt złota; a ztąd wniośł, że więcej tamten, niż ten wody z pełnego naczynia wyleie, uczynił więc następujące doświadczenie Archimedes. Wziął brył dwie, iedną złota, drugą srebra; każdą tyle waga-

ca,



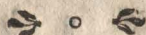
ca, ile zaważała Korona, i w naczynie pełne wody kładł z osobna: Koronę, bryłę złota, i bryłę srebra, pilnie uważając, ile wody wycieka za każdym włożeniem, a wyciekłą też wodę winne umyślnie na to postawione wiadomey wagi naczynia zebrawszy, ważył; doświadczył zatym, że bryła złota mniej wody wylała, niż Korona, a Korona mniej niż bryła srebra, a zatym, że bryły złota mniejsze być musiało obcięcie, niż Korony, a tey mniejsze niż bryła srebra, choć były między sobą równoważne, a zatym na koniec, że w Koronie nie same czyste złoto, lecz i srebra była iakaś przymieszka, ktorey on przez Regułę dwoiakiego założenia Arytmetyczną pracowicie doszedł. Lecz przez Algebrę z nieporównaną łatwością, iako każdy doświadczaający uzna, tey i podobnych przymieszek doysć można. Obaczmy iakim sposobem.

R E Z O L U C Y A.

Zagadnienia o Koronie Hierona sposobem od Archimedesa wynalezionym.

POnieważ wzmiankowany Pisarz nie namienia, ile ta Korona ważyła, daymy więc, że ważyła 12 funtów pospolitych. Daymy także, że ta Korona włożona w naczynie wodą napełnione, wylała teyże wody funtów

7+



⁴
7+ —. Znać zaraz było, że nie z 12
⁵
funtów złota zrobiona, gdyż bryła złota dwunasto funtowa tyle wody wylać nie mogła. Na doświadczenie zaś tego, ile bryła złota czystego dwunasto funtowa wody wylewa, nie trzeba tak wielkiej bryły szukać i kłaść w wodę, iak czynił Archimedes, doysć jest wziąć część iaką np. funt 1, pokazać się, iako doświadczenie czyniącym pokazało się, że 1 funt złota czystego wylewa wo-

³
dy — funta, a jeżeli funt 1 wylewa —,
⁵

toć 12 funtów wylecie 7+ — ¹ (przez Reg.
⁵
prop.) toć Korona, która wylała więcej,

to jest: 7+ — ³, nie miała w sobie 12 fun-
⁵
tów czystego złota. Potym wiadomo także z doświadczenia, że funt 1 srebra czystego wy-

⁹
lewa wody — funta. Więc żeby zgadnąć,
¹⁰

ile złota, a ile srebra w Koronie owey było przymieszanego, Zagadnienie to obrocić trzeba na pomiary, założywszy za niewiadome funty złota x, a srebra y. Ponieważ więc niewiadome złoto i srebro w Koronie owey

uczy-

uczynić powinno funtów 12, toć pierwszy pomiar wypada: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi wypadnie części wody wylane od funta złota rozmnożywszy przez niewiadome funty złota w Koronie, i części wody wylane od funta srebra rozmnożywszy przez niewiadome funty srebra w tejże Koronie, a te dwojakie części zrownawszy z częściami wody przez Koronę wylaney, będzie zatym:

$$\frac{3x}{5} + \frac{9y}{10} = 7 + \frac{4}{5} \quad \text{czyli:} \quad \frac{39}{5}$$

Gubiąc zaś frakcyę, to jest: Mianownikow wszystkich przez 5 dzieląc, a przez 2 inne terminy mnożąc, będzie: $6x + 9y = 78$.

Zakładając za $6x$ cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $72 - 6y + 9y = 78$.

$$\text{Czyli: } 3y = 78 - 72 = 6.$$

$$\text{Czyli na koniec: } y = \frac{6}{3} = 2.$$

Lecz y , założone za funty srebra, więc tych w Koronie było 2, a zatym x czyli funty złota $= 12 - 2 = 10$. Doświadczenie.

Wszakże 1. $10 + 2 = 12$. 2. Jeżeli funt 1 złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtów 10 da

$\frac{30}{5} = 6$, i jeżeli funt 1 srebra daie wody

$$\frac{9}{10}, \text{ toć funtów 2 da } \frac{18}{10} = 1 + \frac{8}{10} \text{ czy-}$$

li: $\frac{4}{5}$, a że te części wody dodane, to jest:

$$6 + 1 + \frac{4}{5} \text{ czyli: } 7 + \frac{4}{5} \text{ wyrownywają}$$

częściom wody przez Koronę wylaney, więc nie zawodnie było w niej złota 10, a srebra 2 funty, jeżeli Korona 12 ważyła. C. B. D. R.

INNE PRZYKŁADY.

1. **D**Aymy, że kto dał do robienia iakiey rzeczy Złotnikowi 5 funtów złota czy-
stego, rzecz ta zrobiona i w naczynie wody
pełne włożona wylać powinna wody funtów
3, (gdyż jeżeli 1 funt złota daie wody
 $\frac{3}{5}$, toć 5 dać powinno $\frac{15}{5} = 3$) a tym

czasem wylała funtów wody $3 + \frac{1}{2}$. Py-
tam, iaka tu przymieszka srebra do złota?

RE-

REZOLUCYA.

Funt y niewiadome złota $=x$, srebra $=y$, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $x=5-y$.

Drugi, iak wyższy Rezulucyi: $\frac{3x}{5} +$

$$\frac{9y}{10} = 3 + \frac{1}{2} \text{ czyli: } = \frac{7}{2}.$$

Gubiąc frakcye, będzie: $3x + \frac{45y}{10}$

$$= \frac{35}{2},$$

$$\text{Czyli: } 30x + 45y = \frac{350}{2}.$$

$$\text{Czyli: } 60x + 90y = 350.$$

$$\text{Zakładając cenę } x \text{ za } 60x, 300 - 60y + 90y = 350.$$

$$\text{Czyli: } 30y = 350 - 300 = 50.$$

$$\text{Czyli na koniec: } y = \frac{50}{30} = 1 + \frac{20}{30}$$

$$= 1 + \frac{2}{3}.$$

Więc

Więc srebra w zapytancy robocie funt 1

$$+ \frac{2}{3}, \text{ toć złota } x = 5 - 1 + \frac{2}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

$$- \frac{2}{3} = 3 + \frac{3-2}{3} = 3 + \frac{1}{3}.$$

Doświadczenie. Wszakże 1. $3 + 1 + \frac{1+2}{3}$

$$= 5. \quad 2. \text{ Jeżeli 1 funt złota daie wody } \frac{3}{5},$$

$$\text{toć funtow } 3 + \frac{1}{3}, \text{ czyli: } \frac{10}{3} \text{ da } \frac{30}{3} =$$

$$2, \text{ tudzież: jeżeli funt 1 srebra daie wody } \frac{9}{10}, \text{ toć funt } 1 + \frac{2}{3} \text{ czyli: } \frac{5}{3} \text{ da } \frac{45}{30}$$

$$= 1 + \frac{15}{30} \text{ czyli: } \frac{1}{2}; \quad \text{A że } 2 + 1 +$$

$$\frac{1}{2} = 3 \text{ funtom wody wylanym przez rzecz}$$

zrobioną; Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

2. Daymy, że 16 funtow pospolitych czystego złota danych jest do roboty, która włożona w wodę, wylała oncy funtow $10 +$

1



$\frac{1}{4}$, a wylać powinna tylko funtów $9\frac{1}{3}$.
 $\frac{3}{5}$. Znakiem to więc było srebra przymie-
 $\frac{5}{5}$ szanego w tej robocie do złota. Pytam więc,
 ile było przymieszanego?

REZOLUCYA.

Funtów niewiadome złota $=x$, srebra $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=16$, czy-
 li: $x=16-y$.

Drugi: $\frac{3x}{5} + \frac{9y}{10} = 10 + \frac{1}{4}$ czy-
 li: $\frac{41}{4}$.

Gubiąc frakcyje: $3x + \frac{45y}{10} =$

$$\frac{205}{4}$$

4

Czyli: $30x + 45y = \frac{2050}{4}$.

Czyli: $120x + 180y = 2050$.

Zakładając cenę x : $1920 - 120y + 180y$
 $= 2050$.

Od-



Odcinając i przenosząc: $60y = 2050 -$
 $1920 = 130$.

Dzieląc na koniec: $y = \frac{130}{60} = 2\frac{1}{3}$

$\frac{10}{60}$ czyli: $\frac{1}{6}$.

Więc: $x = 16 - 2\frac{1}{3} = 14\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6} = 13 + \frac{6-1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$.

Doświadczenie. Wszakże 1. $13 + 2\frac{1}{3} = 16$, 2. Jeżeli 1 funt złota dać

wody $\frac{3}{5}$, toć funtów $13 + \frac{5}{6}$ czyli: $\frac{83}{6}$

da $\frac{249}{60} = 8 + \frac{9}{30}$; tudzież jeżeli 1 funt

srebra dać wody $\frac{9}{10}$, toć funtów $2 + \frac{1}{6}$

czyli: $\frac{13}{6}$ da $\frac{117}{60} = 1 + \frac{57}{60}$. A że 8

O

+

$$+1+ \frac{9}{30} + \frac{57}{60} \text{ czyli: } + \frac{18+57}{60} \\ = 10 + \frac{1}{4} \text{ Więc \&c.}$$

3. Daymy, że 20 pospolitych grzywien
czyśćtego złota dano do roboty, a ta wylała
wody grzywien $6 + \frac{1}{2}$ czyli: $\frac{13}{2}$, wylać
zaś nie powinna, tylko pełna 6. Pytam, co
tu za przymieszka srebra?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, sre-
bra $=y$. Części zaś wody wylanych przez
grzywnę złota i srebra, szukać trzeba tak:
ponieważ 2 grzywien czynią 1 funt, a ten

wylewa $\frac{3}{5}$ funta wody, gdy się nim złoto

waży, albo: $\frac{9}{10}$, gdy srebro więc podzieli-

wszy $\frac{3}{5}$ i $\frac{9}{10}$ przez 2, będą części wody

wylane przez grzywnę złota $= \frac{3}{10}$, a wy-
lane

lane przez grzywnę srebra $= \frac{9}{20}$. A za-
tym te wypadną pomiary: Pierwszy $x+y$
 $=20$, czyli: $x=20-y$.

$$\text{Drugi zaś: } \frac{3x}{10} + \frac{9y}{20} = \frac{13}{2}.$$

$$\text{Gubiąc frakcye, będzie: } 3x + \frac{90y}{20}$$

$$= \frac{130}{2}.$$

$$\text{Czyli: } 60x + 90y = \frac{260}{2}$$

$$\text{Czyli: } 120x + 180y = 260.$$

$$\text{Zakładając cenę } x: 240 - 120y + 180y \\ = 260.$$

$$\text{Czyli: } 60y = 200 \text{ czyli: } y = \frac{200}{60}$$

$$= 3 + \frac{20}{60} = 3 + \frac{1}{3}.$$

$$\text{Więc: } x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 17 + \frac{1}{3}$$

$$= 16 + \frac{3-1}{3} = 16 + \frac{2}{3} \text{ Doświad-} \\ \text{czenie.}$$



czenie. 1. $16 + 3 + \frac{2+1}{3} = 20$. 2. Je-
 żeli grzywna i złota wylewa wody —
 toć grzywien $16 + \frac{3}{10}$ czyli : $\frac{50}{3}$
 wyleją $\frac{150}{30} = 5$, tudzież : jeżeli grzy-
 wna i srebra wylewa wody $\frac{9}{10}$, toć grzy-
 wien $3 + \frac{1}{3}$ czyli : $\frac{10}{3}$ wyleją $\frac{90}{60} = 1$
 $+ \frac{1}{2}$. A że $5 + 1 + \frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{2}$
 Więc &c.

REZOLUCYA

Ogólna podług wynalazku Archimedesza Zagadnień o doświadczeniu przymieszek w robotach Złotniczych iednego do drugiego kruszczu.

Niech będą 1. części, to jest : funty lub grzywny niewiadome przedniejszego kruszczu



szcu $= x$, podlejszego zaś $= y$. 2. Waga zrobioney rzeczy $= m$. 3. Ilkość wody wylaney o iedney iakiey części np. funta lub grzywny przedniejszego kruszczu $= a$, podlejszego zaś $= b$, na koniec : ilkość wody wylaney od rzeczy zrobioney $= n$. Będzie zatym z pierwszego warunku pomiar : $x + y = m$, czyli : $x = m - y$.

Z drugiego : $ax + by = n$. Czyli zakładając cenę x za ax rozmnożoną przez, a będzie : $am - ay + by = n$.

Przenosząc, będzie : $by - ay = n - am$.

Na koniec dzieląc przez $b - a$, $y = \frac{n - am}{b - a}$.

Ten ostatni pomiar z ceną pierwszego $x = m - y$ ogulnym iest doświadczenia różnych robot Złotniczych prawidłem, za którego pomocą odkryć można przymieszki nie tylko srebra do złota, ale i miedzi tak do złota, iako do srebra, i innych iednych do drugich kruszczow z doświadczenia uczynionego wprzod doszedłszy, ile wody wylewa każdego z osobna kruszczu funt albo grzywna 1. J tak :

I. W Zagadnieniu o Koronie Hierona, będzie : $a = \frac{3}{5}$, $b = \frac{9}{10}$, $m = 12$, $n =$

$$205 \div 192$$

$$\frac{20}{9-6} = \frac{10}{3} \times \frac{13}{20} = \frac{130}{60} = 2 \frac{10}{60}$$

Więc $x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} = 13 + \frac{6-1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$ tak, iak
 wyżej.

IV. W trzecim: $a = \frac{3}{10}$, $b = \frac{9}{20}$,
 $m = 20$, $n = \frac{13}{2}$, a zatem: $y = \frac{n-am}{b-a}$

$$\frac{13}{2} - \frac{3}{10} \times 20 = \frac{13}{2} - \frac{60}{10} = \frac{13}{2} - \frac{12}{1} = \frac{13}{2} - \frac{12}{2} = \frac{1}{2}$$

$$65 - 60$$

$$\frac{10}{3} = \frac{20}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{100}{30} = 3 \frac{10}{30}$$

Więc $x = 16 - 3 + \frac{1}{3} = 13 \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3} = 12 + \frac{3-1}{3} = 12 + \frac{2}{3}$ tak, iak
 wyżej, i t. d.

Przeftroga. Jeżeli złoto albo srebro nieczyfte dać się do roboty, takiego złota funt, więcej wody, niż $\frac{3}{5}$ funta, a grzy-

wna więcej niż $\frac{3}{10}$ wylać może, także i srebra funt więcej niż $\frac{9}{10}$, a grzywna więcej,

niż $\frac{9}{20}$ wody wylecie z przyczyny przymieszki,

która rzeczonych kruszców większe czyni obięcie (volumen) więc w tym razie doświadczenie wprzód uczynić trzeba na funcie lub grzy-



grzywnie tego kruszcu, który się ma dać do roboty, żeby doysć wiele wody wylewa; wreszcie tak postąpić, iak się przełożyło. Ta tylko niewygoda jest w używaniu tego doświadczenia sposobu, że się staie w praktyce trudny i prawie niepodobny na ten czas, kiedy w małej ilkości np. w uncjach albo łotach, a tym bardziej drobniejszych wagach daią się kruszce do roboty. W ten czas bowiem wylew wody od tak szczupłej roboty uczyniony w porównaniu z wylewem, który i uncya albo łot czyni, nie znaczną sprawuje w wadze różnicę. Przeto sposób następuiący zda mi się być od poprzedzającego powszechniejszy, mniej zatrudniający, a ledwie i nie pełniejszy.

III. Sposób ten od późniejszych Matematyków wynaleziony, na tym zależy, aby z wagi rzeczy zrobionej odmiennej na powietrzu i w wodzie, dochodzić przymieszki podlejszego kruszcu do przedniejszego. Do czego dwoiakię potrzeba wiadomości, najprzod: o ciężkości porównanej, (de gravitate specifica) potym o utracie wagi w wodzie różnych kruszców. Co do pierwszego, po długim dochodzeniu i doświadczeniu, jest na ten koniec sporządzona od sławnego Filozofa Muszenbroka tablica, która okazuje porównanie ciężkości najznajomszych między sobą na świecie rzeczy. Niemasz potrzeby całej tu tej tablicy kłaść, (widzieć ją można w Doświadczeniach skutkow X. Rogalińskiego, w Księdze trzeciej, na karcie 515)



to tylko co się przedsięwziętey tycze matematyki, tu kładę:

Woda deszczowa	-	-	1. 000.
- - Przecedzana	-	-	0. 993.
- - Morfka	-	-	1. 030.
- - Rzeczna	-	-	1. 009.
- - Zrzodelna	-	-	0. 999.
Złoto czyfte	-	-	19. 640.
Złoto mniej czyfte, iakie jest			
w pieniądzach	-	-	18. 261.
Srebro czyfte	-	-	11. 091.
Mniej czyfte w pieniądzach	-	-	10. 535.
- - Podlejsze	-	-	10. 340.
Miedź Szwedzka	-	-	8. 784.
- - Węgierska wodna	-	-	5. 777. *

Cy-

* Są wody w Węgrzech z gor kruszczowych ciężące, z częstkami miedzi zmieszane, w których blachy żelazne umyślnie na to kładzione, w przeciągu z lub 3 Miesięcy, tak w siebie miedzianych nabierają części, że się здаją być w miedź zamienione, lecz ta miedź podła, i do robienia wielkich tylko naczyń używana, ale znajduje się tam miedź insza, równie dobra iak Szwedzka.

Cyna Angielska	-	-	7. 47 ¹ .
- - Pospolita	-	-	7. 320.
Ołow Angielski czysty	-	-	11. 325.
- - Pospolity	-	-	11. 310.
Zelazo	-	-	7. 645.

Tych wszystkich kruszców porównanie czyni się pospolicie z ciężkością wody prostej deszczowej, pod czas umiarkowanego powietrza spadającego. Liczby te porównanie wyrażające iedne są przed kropką po lewey stronie położone, i znaczą całkowite wagi, to jest: albo funty, albo grzywny i t. d., a inne za kropką po prawey stronie, i znaczą liczby łamane, których że trzy jest: pierwsza z końca znaczy części dzieśiąte, druga setne, a trzecia tysięczne całe iakicy wagi. Zgoła są to wyrazy frakcyi dzieśiątkowych, których wiadomość z pospolitych Arytmetyk ma się zasięgnąć. Lubo w naszych następujących robotach można porównanie te ciężkości kruszczowych z ciężkością wody brać w samych tylko liczbach całkowitych bez części dzieśiątkowych dla uniknienia długich i zatrudniających rachub, a mało pożytecznych, gdyż wynikię ztąd cząstki w ostatnich produktach nie wiele przydać, albo ująć mogą. Co się zaś tycze drugiego, doświadczająca naucza Fizyka, że iedną bryła iakiegokolwiek kruszczu inną ma wagę na wolnym powietrzu, a

in-

inną w wodzie ważona. Wagi albowiem tey, którą miała na powietrzu, mniej więcej utracą, gdy się w wodzie waży, to jest: utracą w proporcyi ciężkości swoiey, do ciężkości wody. I tak: ponieważ ciężkość złota czy- stego porównana do ciężkości wody, ma się iak

19. 640¹ do 1. 000¹, czyli: ponieważ złoto przeszło 19 razy cięższe jest za wodę, idzie zatym, że bryła złota ważąca na powietrzu 19 funtów, albo grzywnien, albo uncyi i tam daley, w wodzie nie zaważy tylko 18 funtów, albo grzywnien i t. d., gdyż tyle w wodzie straci ciężkości swoiey złoto, ile jest w niey ciężkości porównaney do ciężkości złota. A ztąd się wnosi, że w wodzie złoto czy-

ste przeszło $\frac{1}{19}$, pieniądze i podleysze prze-

szło $\frac{1}{18}$, srebro czyste przeszło $\frac{1}{11}$, pie-

niężne i podleysze przeszło $\frac{1}{10}$, miedź prze-

szło $\frac{1}{8}$, cyna przeszło $\frac{1}{7}$ część ciężkości

swoiey w wodzie tracą. Co z Reguły proporcji wynika. Albowiem: jeżeli czystego złota funtów, albo grzywnien i t. d. 19 traci w wodzie 1 funt, albo grzywnę, ileż straci funt albo



albo grzywna 1? Wypada $\frac{1}{19}$, i tam daley.

Te mając wiadomości, łatwo już uczynić doświadczenie przymieszek w robotach Złotniczych. Pokażmy to najprzód w przykładzie, podług wynalazku Archimedesza, wyżej rezolwowanym o Koronie Hierona, a potem winnych. Pierwszy pomiar i tu tenże sam, co pierwey, to iest: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi, strać wagę w wodzie iednego funta złota, i strać wagę iednego także funta srebra, rozmnożone z osobna przez tychże kruszców niewiadome funty w Koronie porównawszy z stratą wagi w wodzie samey Ko-

rony, będzie: $\frac{x}{19} + \frac{y}{11} = \frac{148}{209}$, to

iest, stracie wagi Korony w wodzie wynoszącej przeszło 11 łotów. Gubiąc zaś frakcyę, będzie:

$$1. \quad x + \frac{19y}{11} = \frac{2812}{209}$$

$$2. \quad 11x + 19y = \frac{30932}{209}$$

$$3. \quad 2299x + 3971y = 30932.$$

Zakładając zaś cenę x , za $2299x$, będzie: $27588 - 2299y + 3971y = 30932$.

Czy-



Czyli: $1672y = 3344$, czyli: $y = \frac{3344}{1672} = 2$.

1672

Więc: $x = 12 - y = 12 - 2 = 10$, iak i pierwey. Doświadczenie czyni się przez Regułę proporcji tym sposobem. 1. Jeżeli 1

funt złota traci wagi w wodzie $\frac{1}{19}$ funta,

ileż straci 10 funtów? straci $\frac{10}{19}$. II. Jeżeli

1 funt srebra traci w wodzie $\frac{1}{11}$, ileż straci

2 funty? straci $\frac{2}{11}$. A że $\frac{10}{19} + \frac{2}{11} = \frac{148}{209}$,

to iest: stracie wagi w wodzie $\frac{148}{209}$,

Korony. Albowiem obrociwszy te dwie frakcyę do iednego Mianownika, będą: $\frac{110}{110} + \frac{38}{148} = \frac{148}{209}$.

Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

1N.

INNE PRZYKŁADY.

P. mieszek srebra do złota.

I. **D**Amy, że złota czystego grzywien Kollonkich 6 dano do roboty, która ważona w wodzie nie powinna wagi swojej tracić tylko $\frac{6}{19}$, (gdyż 1. $\frac{1}{19} :: 6 \frac{6}{19}$)

tymczasem więcej traci np. $\frac{1}{3}$, zaraz więc

znać, że w tej robocie nie masz całych 6 grzywien złota, a błąd luźr złota w niej czyni podeyrzenie przymieszki srebra nieczystego, którego ciężkość, porównana do ciężkości wody jest iak 10 do 1. Pytam więc, iak doysć tej przymieszki?

R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy: $x + y = 6$, czyli: $x = 6 - y$.

Drugi: $\frac{x}{19} + \frac{y}{10} = \frac{1}{3}$. Gubiąc

frakcye, będzie: $x + \frac{19y}{10} = \frac{19}{3}$, czy-

li:

li: $10x + 19y = \frac{190}{3}$, czyli: $30x + 57y = 190$.

Zakładając zaś cenę x , będzie: $180 - 30y + 57y = 190$, czyli: $27y = 10$,

czyli na koniec: $y = \frac{10}{27}$. Srebra więc

$\frac{10}{27}$ grzywny, to jest: 5 przeszło łotow;

więc złota, $x = 6 - \frac{10}{27} = 5 + \frac{27-10}{27}$

$= 5 + \frac{17}{27}$, czyli: 5 grzywien, i łotow prze-

szło 10. Doświadczenie. 1. 1. $\frac{1}{19} :: 5$

$+ \frac{17}{27}$ (czyli: $\frac{152}{27}$). 2. 1. $\frac{1}{10}$

$: \frac{10}{27} = \frac{10}{270}$ czyli: $\frac{1}{27}$. A że $\frac{152}{27}$

$+ \frac{1}{27} = \frac{153}{27}$. Albowiem te dwie frakcye

obrociwszy do iednego Mianownika, mnożąc

P

drugą

drugą przez 19, będzie: $\frac{152+19}{513} =$

$\frac{171}{513} = \frac{1}{3}$. Więc i t. d.

2. Daymy, że złota nie bardzo czyste-
go (ktorego ciężkość do ciężkości wody ma
fię iak 18 do 1) grzywien Kolońskich 15 da-
no do roboty, która wagi swej w wodzie tra-

cić powinna $\frac{5}{6}$ iedney grzywny, a tym-

czasem więcej traci, np. grzywnę i całą, z
lustru zaś bladawego znać przymieszkę sre-
bra nieczystego (ktorego ciężkość do ciężko-
ści wody iest iak 10 do 1.) Pytam, iak wiel-
ka ta przymieszka?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli:
 $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} = 1$, czyli: gubiąc fra-

kcyę: $x + \frac{18y}{10} = 18$.

Czyli: $10x+18y=180$. Zakładając zaś
cenę x , będzie: $150-10y+18y=180$,
czy-

czyli: $8y=30$, czyli: $y=\frac{30}{8}=3\frac{3}{4}$

$\frac{6}{8}=3\frac{3}{4}$, czyli srebra grzywien 3 i

łotow 12; więc $x=15-y=15-3\frac{3}{4}=11\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}=12-\frac{3}{4}=11\frac{1}{4}$

, czyli złota grzywien 11 i łotow 4. Do-

świadczenie. 1. 1. $\frac{1}{18} :: 11\frac{1}{4} - \frac{1}{4}$ (czy-

li: $\frac{45}{4}$). 2. 1. $\frac{1}{10} :: 3\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

(czyli: $\frac{15}{4}$). A że $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} =$

1; albowiem $\frac{45}{72} + \frac{15}{40} = \frac{1800+1080}{2880}$

$=1$. Więc i t. d.

3. Daymy, że takiegoż złota łotow 12
dano do roboty, która stracić wagi swoicy

miała $\frac{2}{3}$ łota, a straciła $\frac{3}{4}$, z koloru zaś
znać przymieszane srebro nieczyście. Pytam,
w jakiej ilości jest przymieszane?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} = \frac{3}{4}$, czyli:

gubiąc frakcye: $x + \frac{18y}{10} = \frac{54}{4}$, czy:

li: $10x + 18y = \frac{540}{4}$, czyli: $40x + 72y = 540$.

Zakładając zaś cenę: x będzie $480 - 40y + 72y = 540$, czyli: $32y = 60$, czyli na koniec:

$y = \frac{60}{32} = 1 + \frac{28}{32} = 1 + \frac{7}{8}$, czyli:

srebra $\frac{1}{8}$ i po czwartym drachmy albo ćwierci, więc złota $x = 12 - 1 + \frac{7}{8} = 11 - \frac{7}{8}$.

$10 + \frac{8-7}{8} = 10 + \frac{1}{8}$. Doświadczenie

I.

$$1. \frac{1}{18} : : 10 + \frac{1}{8} \left(\frac{81}{8} \right) \frac{81}{144} \quad 2.$$

$$1. \frac{1}{10} : : 1 + \frac{7}{8} \left(\frac{15}{8} \right) \frac{15}{80} \quad A \text{ że}$$

$$81 + 15 = 96, \text{ gdyż } \frac{6480}{11520} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{8640}{11520} = \frac{3}{4} \quad (\text{zredukowawszy na}$$

mniejsze terminy przez 288). Więc i tam daley.

PRZYKŁADY.

Przymieszek miedzi do złota.

1. Dajmy, że 7 grzywien Kolońskich czy-
stego złota dano do roboty, która tra-
cić wagi swej w wodzie powinna $\frac{7}{19}$, a

tymczasem więcej traci np. $\frac{1}{2}$ grzywny; z
lustra zaś nie zmienionego znać przymieszkę
miedzi, ktorey ciężkość porównana do cięż-
kości wody, jest iak 8 do 1. Pytam, iak
wielka tu jest miedzi przymieszka?

RE-

R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy: $x + y = 7$, czyli: $x = 7 - y$.

Drugi: $\frac{x}{19} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$, gubiąc frakcje: $x + \frac{19y}{8} = \frac{19}{2}$, czyli: $8x + 19y = 152$.

$\frac{152}{2}$, czyli: $16x + 38y = 152$. Za

kładając zaś cenę x , będzie: $112 - 16y + 38y = 152$, czyli: $22y = 40$, czyli: $y = \frac{40}{22}$.

$\frac{40}{22} = 1 + \frac{18}{22} = 1 + \frac{9}{11}$. Więc $x = 7 - \frac{9}{11}$.

$1 + \frac{9}{11} = 6 - \frac{9}{11} = 5 + \frac{11-9}{11} = 5 + \frac{2}{11}$.

Doświadczenie 1. $1. \frac{1}{19} :: 5 + \frac{2}{11}$.

$\frac{2}{11}$ (czyli: $\frac{57}{11}$). $\frac{57}{209}$. 2. $1. \frac{1}{8} ::$

$1 + \frac{9}{11}$ (czyli: $\frac{20}{11}$). $\frac{20}{88}$. A że $\frac{57}{209} +$

$\frac{20}{88} = \frac{1}{2}$, gdyż $\frac{5016 + 4180}{18392} =$

$\frac{9196}{18392} = \frac{1}{2}$. Więc i t. d.

18392 $\frac{2}{2}$.

2. Daymy, że 3 grzywien pospolitych złota nie bardzo czystego dano do roboty, która ważona w wodzie straciła wagi swojej

$\frac{1}{4}$ grzywny, a stracić miała $\frac{1}{6}$, z lustru

zaś pokazuje się przymieszka miedzi. Pytam, ile iey przymieszano?

R E Z O L U C Y A.

Pomiar pierwszy: $x + y = 3$, czyli: $x = 3 - y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{3} = \frac{1}{4}$, czyli:

dzieląc Mianowników przez 2: $\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2}$.

Gubiąc zaś frakcje: $x + \frac{9y}{4} = \frac{9}{2}$.

$\frac{9}{2}$, czyli: $4x + 9y = 36$. Za-

kładając cenę x , będzie: $12 - 4y + 9y = 36$, czy-



czyli : $5y=6$, czyli : $y=\frac{6}{5}=1+\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$. Więc $x=3-1+\frac{1}{5}=2-\frac{1}{5}$
 $=1+\frac{5-1}{5}=1+\frac{4}{5}$. Doświadcze-

nie : 1. $1.\frac{1}{18} :: 1+\frac{4}{5}(\frac{9}{5})\frac{9}{90}$

$=\frac{1}{10}$. 2. $1.\frac{1}{8} :: 1+\frac{1}{5}(\frac{6}{5})$

$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$. A że $\frac{1}{10}+\frac{3}{20}=\frac{1}{4}$, gdyż
 $\frac{2+3}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$. Więc i tam

daley.

3. Daymy, że 13 łotow takiegoż złota dano do roboty, która w wodzie straciła wagi swojej $\frac{13}{16}$ łota. Pytam, ile do złota przymieszanej miedzi ?

R E-



REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy : $x+y=13$, czyli : $x=13-y$.

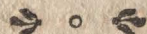
Drugi : $\frac{x}{18}+\frac{y}{8}=\frac{13}{16}$, czyli
 dzieląc przez 2, $\frac{x}{9}+\frac{y}{4}=\frac{13}{8}$.

Gubiąc frakcye : $x+\frac{9y}{4}=\frac{117}{8}$,

czyli : $4x+9y=\frac{468}{8}$, czyli : $32x+72y=468$. Zakładając cenę x , będzie : $416-32y+72y=468$. Czyli : $40y=52$, czyli : $y=\frac{52}{40}=1+\frac{12}{40}=1+\frac{3}{10}$. Więc

$x=13-1+\frac{3}{10}=12-\frac{3}{10}=11+\frac{7}{10}$
 $\frac{10-3}{10}=11+\frac{7}{10}$. Doświadczenie : 1. $1.\frac{1}{18} :: 11+\frac{7}{10}(\frac{117}{10})\frac{117}{180}$. 2.

1



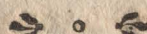
$$\begin{array}{r}
 1 \quad 3 \quad 13 \quad 13 \\
 1. \frac{1}{8} :: 1 + \frac{3}{10} \left(\frac{13}{10} \right) \cdot \frac{13}{80} \quad \text{A że} \\
 117 \quad 13 \quad 9360 + 2340 \quad 11700 \\
 \frac{117}{180} + \frac{13}{80} = \frac{9360 + 2340}{14400} = \frac{11700}{14400} \\
 = \frac{117}{144}, \text{ czyli podzieliwszy przez 9} = \\
 \frac{13}{16}. \text{ Więc i t. d.}
 \end{array}$$

PRZYDŁADY.

Przymieszek miedzi i miedzi do srebra.

I. **D**Amy, że 5 grzywien Kolońskich czy-
 ftego srebra, czyli proby szesnastej,
 którego ciężkość do ciężkości wody jest: iak
 11 do 1, dano do roboty, która ważona w
 wodzie, straciła wagi swojej $\frac{1}{2}$, zamiast

$\frac{5}{11}$ grzywny, znać więc, że jest z przymie-
 szką miedzi, a zatym niższej proby ma w
 sobie srebro, niż było dane. Pytam, nay-
 przod



przod iak wielka miedzi przymieszka, a po-
 tym iakiey proby srebro w takiej robocie?

R E Z O L U C Y A

Pierwszy części. Pierwszy pomiar: $x + y = 5$, czyli: $x = 5 - y$.

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$, czyli: gu-

biąc frakcyę: $x + \frac{11y}{8} = \frac{11}{2}$, czyli:

$8x + 11y = \frac{88}{2}$, czyli: $16x + 22y = 88$.
 Zakładając zaś cenę x , będzie: $80 - 16y +$
 $22y = 88$, czyli: $6y = 8$, czyli: $y = \frac{8}{6}$

$= 1 + \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{3}$, toć $x = 5 - y = 5$
 $- 1 + \frac{1}{3} = 4 - \frac{1}{3} = 3 + \frac{3-1}{3} =$
 $3 + \frac{2}{3}$. Więc w robocie tej jest srebra

grzy-



grzywien $3 + \frac{2}{3}$, czyli i łotow blisko 11,

a miedzi grzywna $1 + \frac{1}{3}$, czyli i łotow przeszło 5, a zatem ile miedzi Rzemieślnik przymieszał, tyle czystego srebra ukradł.

Doświadczenie. Wszakże: $1. \frac{1}{11} :: 3 + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} (\frac{11}{3})$. $\frac{11}{33}$, potym: $1. \frac{1}{8} :: 1 + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} (\frac{4}{3})$. $\frac{4}{24}$. A że $\frac{11}{33} = \frac{4}{24} = \frac{1}{3}$

$1 + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Więc

dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

REZOLUCYA.

Drugiej części. Chcąc zaś wiedzieć, iakię próby jest w tej robocie srebro, w której do srebra czystego grzywien $3 + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$, przymieszano miedzi grzywnę $1 + \frac{1}{3}$,

obro-



obrócić potrzeba grzywien $3 + \frac{2}{3}$ na łoty,

będzie: $3 + \frac{2}{3} \times 16 = 48 + \frac{32}{3} = 58 + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$, a te łoty podzielić przez 5 grzywien da-

nych do roboty, Wieloraz $= 11 + \frac{11}{15}$ po-

każe żadaną srebra próbę iedenastą z 13 prze-

szło gran. Co tak okazując: jeżeli każda w tej robocie grzywna srebra jest próby $11 + \frac{11}{15}$,

toć każda ma w sobie srebra czystego 13,

a resztę, to jest: łotow $4 + \frac{4}{15}$, czyli gran-

blisko 5 miedzi. A że w tej robocie grzywien jest

5, więc rozmnożywszy łotow $4 + \frac{4}{15}$ przez 5,

wypaść powinna przymieszka miedzi wynale-

4



$$\frac{4}{15} \times 5 = 20 + \frac{20}{15} = 21 + \frac{5}{15}, \text{ czyli: } \frac{1}{3}, \text{ czyli łoty te obracając na grzywny przez}$$

$$16, \text{ będzie: } = 1 + \frac{1}{3}, \text{ gdyż } \frac{21}{16} = 1, \text{ a pozostałe } 5 \text{ zredukowawszy do przyległej frakcyi } \frac{1}{3}, \text{ będzie: } \frac{16}{3}, \text{ którą przez też}$$

$$16 \text{ dzieląc, będzie: } \frac{1}{16} \times \frac{16}{3} = \frac{16}{48} =$$

1
— C. B. D. R.

3
2. Daymy, że na robienie stołowych naczyń dał kto srebra 13 próby, którego ciężkość do ciężkości wody jest: jak 10 do 1, pospolitych grzywien 50, które zrobione straciły wagi swojej w wodzie grzywien $5 + \frac{4}{10}$, a stracić nie powinny były tylko 5 speln. Pytam, ile w tej robocie do srebra danego przymieszano miedzi, i jakiej próby stało się w niej srebro?

R E-



REZOLUCYA.

Pierwszy części. Pomiar pierwszy: $x + y = 50$, czyli: $x = 50 - y$.

$$\text{Drugi: } \frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 5 + \frac{4}{10} = \frac{54}{10}$$

$$\text{Gubiąc frakcye: } x + \frac{10y}{8} = 54, \text{ czyli:}$$

$$8x + 10y = 432. \text{ Zakładając cenę } x, \text{ będzie: } 400 - 8y + 10y = 432, \text{ czyli: } 2y = 32, \text{ czy-}$$

$$\text{li: } y = \frac{32}{2} = 16. \text{ Więc } x = 50 - y = 50$$

— 16 = 34. Do 34 więc grzywien danego srebra przymieszał Złotnik 16 grzywien miedzi, tyleż z danego srebra ukradłszy. Do-

$$\text{świadczenie. Wszakże } 1. \frac{1}{10} : : 34. \frac{1}{10};$$

$$\text{potym: } 1. \frac{1}{8} : : 16. \frac{1}{8}; \text{ A że } \frac{34}{10} +$$

$$\frac{16}{8} = 5 + \frac{4}{10}. \text{ Więc dobrze się rezolwo-}$$

wało. C. B. D. R.

R E-

REZOLUCYA

Drugiej części. Ponieważ dane do roboty srebro było 13 próby, więc, gdy przez Rezolucyą pierwszą pokazało się w tej robocie 34 tylko srebra grzywien, grzywiny te rozumieć się mają teyże samey próby, to jest 13, która była w danym srebrze do roboty, z którego ukradłszy Złotnik grzywien 16, a natomiał 16 miedzi przymieszawszy, uczynił dane srebro nierownie podlejszym i próby daleko niższej, którą chcąc wynaleść, potrzeba 34 grzywien na łoty obrocic, będzie więc $34 \times 16 = 544$, a te podzielić przez

50, Wieloraz $10 + \frac{44}{25}$, czyli: $10 + \frac{22}{25}$ po-

każe srebra w robocie próbę 10 z 16 blisko gran. Co tak okazuję. Jeżeli każda w tej

robocie grzywna jest próby $10 + \frac{22}{25}$, toć

każda ma w sobie łotow $10 + \frac{22}{25}$, czyli i

gran. blisko 16 danego srebra próby 13, a

resztę miedzi, to jest: łotow $5 + \frac{25}{25}$,

czyli i gran. przeszło 2. A że w tej robo-

cic

cie jest grzywien 50, więc $5 + \frac{3}{25} \times 50 =$

$250 + \frac{150}{25} = 250 + 6 = 256$ łotow, czy-

li: $\frac{256}{16} = 16$ grzywien miedzi w robocie odkrytych. C. B. D. R.

3. Daymy, że do roboty dano srebra czystego 12 uncyi pospolitych, a robota ważona w wodzie straciła wagi swojej unciją i

$\frac{1}{8}$. Pytam, ile dodanego srebra przymieszaney miedzi, i iaka proba srebra w tej robocie?

REZOLUCYA

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x + \frac{11y}{8} = \frac{99}{8}$, czy-

li: $8x + 11y = 99$. Zakładając cenę x, będzie: $96 - 8y + 11y = 99$, czyli: $3y = 3$, czyli: $y =$

Q

3

$$\frac{3}{3} = 1. \quad \text{Więc } x = 12 - y = 12 - 1 = 11.$$

$$\text{Doświadczenie: Wszakże: } I. \frac{1}{11} :: II. \frac{11}{11}.$$

$$= 1, \text{ tudzież: } I. \frac{1}{8} :: I. \frac{1}{8}. \text{ A że } 1 +$$

$\frac{1}{8}$, jest to strata wagi w wodzie roboty.
Więc &c.

REZOLUCYA.

Drugiej części. Ponieważ czystego srebra w tej robocie pokazało się uncyi 11, więc obrociwszy uncye te na łoty, będzie: $11 \times 2 = 22$, a te łoty przez 12 uncyi danych do roboty obrocone na części grzywny, to jest:

$$\text{na } \frac{12}{8}, \text{ czyli na } \frac{3}{2}, \text{ podzieliwszy więc } 22$$

$$\text{przez } \frac{3}{2}, \text{ będzie: } \frac{2}{3} \times \frac{22}{1} = \frac{44}{3} = 14$$

$$+ \frac{2}{3}, \text{ to jest: srebra w robocie wzmian-}$$

kowanej proba 14 z 12 gran. Wszakże, ie-

żeli

$$\text{żeli srebro to 14 proby z } \frac{2}{3}, \text{ więc grzywna}$$

$$\text{zawiera w sobie łotow srebra } 14 + \frac{2}{3}, \text{ a}$$

$$\text{miedzi } 1 + \frac{1}{3}. \text{ A że w tej robocie jest}$$

$$\text{uncyi 12, czyli: } \frac{3}{2} \text{ grzywny, więc łot } 1 +$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{6} = 2 \text{ łotom, czy-}$$

li uncyi 1 miedzi, która przymieszana. C. B. D. R.

4. Daymy, że kto daie 15 łotow srebra 14 proby do roboty, która w wo-

$$\text{dzie traci wagi swojej łot } 1 + \frac{5}{8}. \text{ Pytam,}$$

ile łotow miedzi do srebra w tej robocie przymieszanych, i iaka proba srebra?

REZOLUCYA.

Pierwszej części. Pomiar pierwszy: $x + y = 15$, czyli: $x = 15 - y$.

Q 2

Dru-

Drugi: $\frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 1 + \frac{5}{8}$, czyli:

$\frac{13}{8}$. Gubiąc frakcye: $x + \frac{10y}{8} = \frac{130}{8}$,
czyli: $8x + 10y = 130$. Zakładając cenę x ,
 $120 - 8y + 10y = 130$, czyli: $2y = 10$, czy-
li: $y = \frac{10}{2} = 5$. Więc $x = 15 - y = 15$
 $- 5 = 10$. Przymieszka więc miedzi jest 5

łotow do 10 srebra. Wszakże: $1 : \frac{1}{10} :: 10$.

$\frac{10}{10} = 1$, tudzież: $1 : \frac{1}{8} :: 8$. A że

$1 + \frac{5}{8}$, jest to strata wagi w wodzie robo-
ty. Więc i t. d.

REZOLUCYA.

Drugiej części. Przez Rezolucyą części
pierwszej pokazało się w tej robocie srebra
danego 14 próby 10 tylko łotow, więc łoty
te dzieląc przez dane do roboty łoty, to jest:
przez 15, na części grzywny obrocone (co
zawsze w podobnych Rezolucyach zachować

się



się ma), czyli przez $\frac{15}{16}$, będzie: $\frac{16}{15} \times \frac{10}{1}$

$= \frac{160}{15} = 10 + \frac{10}{3}$, czyli: $\frac{2}{3}$, czyli pro-
ba srebra w tejże robocie 10 z 12 gran.
Wszakże, jeżeli grzywna takiego srebra jest
10 próby z $\frac{2}{3}$, toć ma w sobie srebra da-

nego łotow $10 + \frac{2}{3}$, a miedzi resztę, to

jest: łotow $5 + \frac{1}{3}$. A że robota ta waży

łotow 15 czyli $\frac{15}{16}$, więc $5 + \frac{1}{3} \times \frac{15}{16}$ czy-

li: $\frac{16}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{240}{48} = 5$ łotow miedzi

odkrytej w robocie. Więc i t. d.

5 Daymy, że dał kto na robienie na-
czyń srebra 12 próby grzywien 30, które
zrobione i na kamieniu Probierskim doświad-
czane, pokazały też samą prawie próbę sre-
bra, to jest: 12, lecz zważone w wodzie,
więcej straciły wagi swojej, niż powinny.

Str-



Straciły bowiem grzywien $3 + \frac{2}{5}$, a nie powinny były stracić tylko 3 spełna, ztąd poznana przymieszka mosiądzu. Pytam, iak znaczna była ta przymieszka, i iaką próbę srebra uczyniła?

REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x + y = 30$, czyli: $x = 30 - y$.

Drugi zaś, ponieważ mosiądz nie różni się istotnie od miedzi, gdyż jest miedzią z pewną gliną dla glancu zmieszaną i przeczyszczoną, ztym ciężkość mosiądzu iak i miedzi do ciężkości wody jest iak 8 do 1,

$$\text{przeto będzie: } \frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 3 + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{17}{5}, \text{ czyli gubiąc frakcye: } x + \frac{10y}{8} = \frac{170}{5} = 34. \text{ Czyli: } 8x + 10y = 272. \text{ Zakładając zaś cenę } x, 240 - 8y + 10y = 272, \text{ czyli:}$$

$$2y = 32, \text{ czyli: } y = \frac{32}{2} = 16. \text{ Więc } x =$$

$$30 - y = 30 - 16 = 14. \text{ Prawdziwie Żydowska przymieszka, gdyż do 14 grzywien srebra,}$$



bra, 16 mosiądzu przymieszanych. Wszakże: 1.

$$\frac{1}{10} : : \frac{14}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}; \text{ tudzież: } 1.$$

$$\frac{1}{8} : : \frac{16}{8} = 2. \text{ A że } 2 + 1 + \frac{2}{5} =$$

$3 + \frac{2}{5}$ stracie wagi w wodzie roboty. Więc i t. d.

REZOLUCYA

Drugiej części. Ponieważ do 14 grzywien srebra, 16 mosiądzu przymieszal Złotnik, więc te grzywny nierownie podlejsze być muszą od danych do roboty próby 12 grzywien, ktorey szukając, obroć 14 grzywien na łoty, będzie $14 \times 16 = 224$, a te podzieliwszy przez 30 grzywien danych do roboty,

Wieloraz $7 + \frac{14}{30}$, czyli: $\frac{7}{15}$ pokaże próbę srebra w robocie 7, z 8 przeszło gran. Wszakże jeżeli grzywna srebra tej jest próby, toć ma w sobie srebra danego łotow $7 + \frac{7}{8}$, a resztę, to jest: $8 + \frac{15}{15}$ mosiądzu, a że takich tu grzywien jest 30, więc 8

+

$$+ \frac{8}{15} \times 30 = 240 + \frac{240}{15} = 256 \text{ łotów,}$$

$$\text{czyli: } \frac{256}{16} = 16 \text{ grzywien mofiądzu, iak}$$

ko się w robocie odkryło. C. B. D. R.

REZOLUCYA

Ogólna tych wszystkich przymieszek.

Niech będzie robota Złotnicza iakieykolwiek wagi $= a$, strata zaś w wodzie wagi teyże roboty $= b$. Gdy więc robota ta nie tyle traci wagi swoiey w wodzie, ile kruszec dany na nią w proporcji ciężkości swoiey do ciężkości wody tracić powinien, znak jest przymieszanego podlejszego kruszca do danego; niech więc pierwszego kruszca strata wagi w wodzie będzie $= c$, drugiego zaś $= d$. Ilkość na koniec pierwszego kruszca w robocie niewiadoma $= x$, drugiego $= y$. Wypadnie pomiar pierwszy $x + y = a$, czyli: $x = a - y$.

Ze zaś kruszców tych zmieszanych strata wagi w wodzie równa być powinna stracie wagi w teyże wodzie samey roboty, więc zroównawszy tamte dwie straty z tą trzecią, wypadnie drugi pomiar. Lecz że pierwsze owe dwie straty są niewiadome, wynaleść ie trzeba przez Regułę proporcji: iak się ma 1,

10

(to jest: funt, grzywna, uncya, łot i t. d., pierwszego kruszca do roboty danego) do c , czyli straty wagi swoiey w wodzie, tak się ma x , czyli ilkość tegoż kruszca w robocie niewiadoma do straty swoiey w wodzie, będzie ta $= cx$; potym, iak się ma 1 do d , tak y do swoiey straty, a ta będzie $= dy$, a zatym drugi pomiar będzie: $cx + dy = b$; zakładając zaś cenę x za cx , będzie: $ac - cy + dy = b$, czyli przenosząc: $dy - cy = b - ac$, czyli dzieląc przez $d - c$: $y = \frac{b - ac}{d - c}$.

A ten ostatni pomiar z pierwszego $d - c$

ceną $x = a - y$, jest ogólnym prawidłem, za ktorego pomocą z wielką łatwością rezolvować się mogą Zagadnienia o doświadczeniu przymieszek kruszczowych dotąd rezolvowane, i tym podobne. Obaczmy to w kilku przykładach wyżej przytoczonych.

I. Tak np. stosując to prawidło do 1 przykładu przymieszek srebra do złota, będzie:

$$\text{dzie: } a = 6, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{19}, d = \frac{1}{10},$$

$$\frac{b - ac}{d - c} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{19 \cdot 6}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{114}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{38}{114} - \frac{1}{114}}{\frac{19}{190} - \frac{10}{190}} = \frac{\frac{37}{114}}{\frac{9}{190}} = \frac{37}{114} \times \frac{190}{9} = \frac{37 \cdot 190}{114 \cdot 9} = \frac{37 \cdot 10}{6 \cdot 9} = \frac{370}{54} = \frac{185}{27}$$

$$\text{a zatym, } y = \frac{185}{27}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{19} = \frac{19}{190} - \frac{10}{190} = \frac{9}{190}$$

czy-



$$\frac{1}{3} \frac{6}{19}$$

czyli: $= \frac{1}{10} \frac{1}{19}$, czyli obrociwszy fra

19—18 d—c

$$\frac{57}{19-10} \frac{1-7}{2 \ 19} = \frac{190}{190} \frac{1-1}{1-1} =$$

$$\frac{1}{57} \frac{1}{9}$$

czyli: $= \frac{1}{9}$, czyli: podzieliwszy $= \frac{190}{190}$

$$\frac{190}{9} \times \frac{1}{57} = \frac{190}{513}$$

wszy na terminy mniejsze przez 19, $= \frac{10}{27}$, tak, iak wyżej w Rezolucyi szczegulney i t. d.

II. Stosując toż prawidło do przykładu i przymieszek miedzi do złota, będzie: a =

7,



$$7, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{19}, d = \frac{1}{8}, \text{ a zatym } y =$$

$$b - ac = \frac{1}{2} - 7 \times \frac{1}{19} =$$

$$= \frac{1}{8} \frac{1}{19}$$

$$\frac{19-14}{38} \frac{5}{38} =$$

$$\frac{19-8}{11} \frac{11}{11} =$$

$$\frac{8 \ 19}{152} \frac{5}{38} \frac{152}{760} \frac{152}{342} = 1 + \frac{9}{418}$$

$$\text{li: zredukowawszy przez } 38 = 1 + \frac{9}{11}$$

tak, iak wyżej w Rezolucyi szczegulney i tam daley.

III. Stosując toż prawidło do przykładu i przymieszek miedzi do srebra, będzie:

$$a = 5, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{11}, d = \frac{1}{8}, \text{ a za-}$$

tym



$$\begin{array}{rcl}
 b - ac & \frac{1}{2} - 5 \times \frac{1}{11} & \\
 \text{tym } y = \frac{1}{2} - 5 \times \frac{1}{11}, \text{ będzie: } & \frac{1}{2} - 5 \times \frac{1}{11} & \\
 d - c & \frac{1}{8} - \frac{1}{11} & \\
 \frac{1}{2} - 5 & \frac{11}{22} - \frac{10}{22} & \frac{1}{22} \\
 \frac{2}{11} & \frac{22}{22} & \frac{22}{22} \\
 \frac{1}{2} - 1 & \frac{11}{22} - \frac{8}{22} & \frac{3}{22} \\
 \frac{8}{11} & \frac{88}{88} & \frac{88}{88} \\
 \frac{88}{3} \times \frac{1}{22} & \frac{88}{66} - \frac{22}{66} & \frac{1}{3} - \frac{22}{66} \\
 \text{tak, iak wyżej w Rezolucyi szczegulney, i} & & \\
 \text{tam daley.} & &
 \end{array}$$

PRZYKŁADY.

Przymieszek ołowiu do cyny.

1. **D**Ał kto do robienia naczyń stołowych cyny Angielskiej funtów 9, które zrobione, i w wodzie ważone, straciły wagi swojej funt $1 + \frac{1}{11}$, a stracić miały więcej,

to



to jest: $1 + \frac{2}{7}$, gdyż: $1. \frac{1}{7} :: 9. \frac{1}{7}$
 $\frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$. Co znakiem jest przymieszki ołowiu do cyny.

Dla tego bowiem mniej ta robota wagi swojej straciła w wodzie, że do lżejszego cięższy kruszec przymieszany. Pytam więc, w jakiej ilości przymieszany?

REZOLUCYA

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 9$, czyli: $x = 9 - y$.

Drugi: Ponieważ ciężkość cyny do ciężkości wody jest iak 7 do 1, a ołowiu iak 11 do

$$1, \text{ będzie: } \frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 1 + \frac{1}{11}$$

$$\frac{12}{11} \text{ Gubiąc zaś frakcye: } x + \frac{7y}{11} = \frac{11}{11}$$

$$\frac{84}{11}, \text{ czyli: } 11x + 7y = 84. \text{ Zakładając zaś}$$

$$\text{za } x \text{ cenę, będzie: } 99 - 11y + 7y = 84, \text{ czyli: } 99 - 84 = 11y - 7y, \text{ czyli: } 15 =$$

4y,



$$4y, \text{ czyli: } y = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}. \text{ Więc}$$

$$x = 9 - y = 9 - 3 + \frac{3}{4} = 6 - \frac{3}{4} =$$

$$5 + \frac{4-3}{4} = 5 + \frac{1}{4}. \text{ Wszakże: } 1.$$

$$\frac{1}{7} : : 5 + \frac{1}{4} \left(\text{czyli: } \frac{21}{4} \right) \frac{21}{28}; \text{ po-}$$

$$\text{tym: } 1. \frac{1}{11} : : 3 + \frac{3}{4} \left(\frac{15}{4} \right) \frac{15}{44}.$$

$$\text{A że } \frac{21}{28} + \frac{15}{44} = \frac{924 + 420}{1232} = \frac{1344}{1232}$$

$$= 1 + \frac{112}{1232} = 1 + \frac{1}{11}, \text{ stracie wagi w}$$

$$\text{wodzie roboty, więc niepochybnie cyny by-}$$

$$\text{ło funtów } 5 + \frac{1}{4}, \text{ czyli i łotów 4, a ołowiu}$$

$$\text{funtów } 3 + \frac{3}{4}, \text{ czyli i łotów 12. C.}$$

B. D. R.

2. Dał kto do robienia naczyń cyny
czyste funtów 32, które zrobione i w wo-
dzie ważone straciły wagi swojej funtów tyl-
ko



$$\text{ko 4, a stracić miały funtów } 4 + \frac{4}{7}, \text{ gdyż}$$

$$1. \frac{1}{7} : : 32. \frac{32}{7} = 4 + \frac{4}{7}; \text{ musi więc}$$

być w nich przymieszka ołowiu. Pytam, iak
wielka?

REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu
 $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 32$, czy-
li: $x = 32 - y$.

$$\text{Drugi: } \frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 4. \text{ Gubiąc fra-}$$

$$\text{kcy: } x + \frac{7y}{11} = 28, \text{ czyli: } 11x + 7y =$$

$$308. \text{ Zakładając cenę } x: 352 - 11y + 7y$$

$$= 308, \text{ czyli: } 44 = 4y, \text{ czyli: } y = \frac{44}{4}$$

$$= 11. \text{ Więc } x = 32 - y = 32 - 11 = 21.$$

$$\text{Wszakże: } 1. \frac{1}{7} : : 21. \frac{21}{7} = 3; \text{ tudzież:}$$

$$1. \frac{1}{11} : : 11. \frac{11}{11} = 1. \text{ A że } 3 + 1 =$$

4 stracie wagi w wodzie roboty, więc było
wniey 21 funtow cyny, a 11 ołowiu, C.
B. D. R.

REZOLUCYA

Ogólna Zagadnieniow o przymieszkach ołowiu do cyny może być za pomocą poprze-

dzającego prawidła, $y = \frac{b-ac}{d-c}$, wspan go

obrociwszy, czyli: na miejscu pierwszych terminow drugie położywszy, a na miejscu drugich pierwsze tak, żeby odciążne dodatnimi, a dodatne odciążnemi się stały, z przyczyny mniejszey straty wagi w wodzie ołowiu

niż cyny, żeby zatym było: $y = \frac{ac-b}{c-d}$

Tak przyśtosowawszy to prawidło do przykładu 1, będzie: $a=9$, $b=1$, $c=11$, czyli:

$$\frac{12}{11}, c = \frac{1}{7}, d = \frac{1}{11}, \text{ a zatym } y =$$

ac

$$ac-b \quad 9 \times \frac{1}{7} - \frac{12}{11} = \frac{9}{7} - \frac{12}{11}$$

$$c-d \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} = \frac{1}{7} - \frac{1}{11}$$

$$\frac{99-84}{77} = \frac{15}{77} = \frac{77}{4} \times \frac{15}{77} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{1155}{308} = 3 + \frac{231}{308}, \text{ czyli (zredukowa-}$$

wszy przez 77) $3 + \frac{3}{4}$, tak, iak wyżej w

Rezolucyi szczegulney. Tak też przyśtosowawszy do Przykładu 2, będzie $a=32$, $b=$

$$4, c = \frac{1}{7}, d = \frac{1}{11}, \text{ a zatym : } y =$$

$$ac-b \quad 32 \times \frac{1}{7} - \frac{4}{11} = \frac{32}{7} - \frac{4}{11}$$

$$c-d \quad \frac{1}{7} - \frac{1}{11} = \frac{1}{7} - \frac{1}{11}$$

R

$$\begin{array}{r}
 32 \quad \text{---} \quad 28 \quad \text{---} \quad 4 \\
 \hline
 7 \quad \text{---} \quad 7 \quad \text{---} \quad 77 \quad 4 \\
 \hline
 11 \quad \text{---} \quad 7 \quad \text{---} \quad 4 \quad \times \quad \frac{77}{4} \quad \frac{4}{7} \\
 \hline
 77 \quad \text{---} \quad 77 \\
 \hline
 308 \quad \text{---} \quad 28 = 11 \text{ tak, iak wyżej i tam} \\
 \hline
 \end{array}$$

daley.

Przeſtroga. We wſzyſtkich tych ſzczegulnych i ogulnych Reſolucyach pomnieć należy o owych częſciach kruszców, które odchodzą w ogniu i giną w robocie, żeby ie odciągnąć od ilkoſci przednieyſzego kruszca do roboty danego, a przydać do ilkoſci przymieszanej podleſzego kruszca, podług nauki pod Zadaniem 4. w punkcie III. daney. Tak np. w 5 Przykładzie przymieszek miedzi do srebra, z danych 30 grzywien srebra 12 proby, 14 tylko grzywien z przymieszką 16 miedzi w robocie pokazało ſię. Może ſię Złotnik na ſtratę srebra w ogniu odwoływać, ale możeż ſtrata ta być tak wielka? Wiemy, że

w robocie srebra odchodzi $\frac{1}{2}$ od 100 grzy-

wien, iakże od 30 odeyść mogło 16? Prawda, że to srebro nie było czyſte, bo proby 12, więc każda tego srebra grzywna miała w ſobie czyſtego srebra 12 ſotów, a 4 miedzi,

dzi, więc w 30 grzywnach takiego srebra, było srebra czyſtego ſotów $12 \times 30 = 360$,
czyli: grzywien $\frac{360}{16} = 22 + \frac{8}{16}$, czyli:

$\frac{1}{2}$. Więc ieżeli od 100 grzywien odchodzi $\frac{1}{2}$, ileż odeydzie od $22 + \frac{1}{2}$, czyli: od $\frac{45}{2}$

$\frac{45}{2}$? Oto $\frac{45}{2} = \frac{9}{8}$, to ieſt: prze-
szło 3 ſoty; lecz daymy, niech i drugie trzy ſoty, niech całe $\frac{8}{16}$, to ieſt: poſgrzywny

odeszło, więc w robocie przynaymniey ſpełna 22 grzywien czyſtego srebra, albo danego proby 12 grzywien 29 z okładem zoſtać powinno, a tak ściśle rzeczy biorąc, od 30 grzywien danego do roboty srebra, dla przerzeczoney ſtraty nie należałoby odciągać, procz wzmiankowanych kilku ſotów, a reſzty ſtraty u Złotnika poſzukiwać, i t. d.





ZADANIE V.

Jak się na pomiary obracać i rozwiązać Zagadnienia proste określone, w których równie między ilościami względy czyli proporcje zachodzą?

ROzumiem, że Uczący się Algebry zasięgnęli wiadomości o proporcjach z Arytmetyki. Wiedzą tedy, że proporcja czyli wzajemny i równy iednych ilości do drugich względ, inny jest Arytmetyczny, a inny Geometryczny. Arytmetyczny jest, kiedy uważa się w ilościach równowzględnych przewyżka iednego terminu nad drugi. Geometryczny zaś, kiedy się uważa umieszczenie, czyli wielokrotne zamknięcie iednego terminu w drugim. Wiedzą zatem i to, że w proporcji Arytmetycznej z czterech terminów złożonej, summa pierwszego i ostatniego terminów, wyrównywa summie drugiego i trzeciego. W proporcji zaś Geometrycznej czterech terminów, produkt pierwszego i ostatniego równa się produktowi obydwóch średnich. A ztąd łatwo wniesć mogą, iak się Zagadnienie, w którym się Arytmetycznie lub Geometrycznie równowzględne trafia terminy, na pomiary obraca.

Oto nayprzod: Gdy sumę terminów Arytmetycznie równowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z sumą drugiego i trze-



trzeciego, proporcją Arytmetyczną w pomiar Algebraiczny zamienisz.

Powtore: Gdy produkt terminów Geometrycznie równowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z produktem drugiego i trzeciego, będziesz miał proporcją Geometryczną w Algebraiczny pomiar zamienioną. Takie mając pomiary, czynić z niemi to wszystko będziesz, co się podług danych Przepisów wyżej czyniło dotąd z inszemi, a ułatwisz i rozwiążesz Problema.

PRZYKŁADY.

W których się Geometryczna proporcja na pomiary obraca.

ZAGADNIENIE I.

SOkrates spytany, ktoraby była ranna godzina? Godziny, odpowie, od pońocy upłynione do godzin do południa pozostałych tak się mają, iak 2 do 3. Pytam, ktoraby była godzina zapytana?

REZOLUCYA. I.

Upłynione od pońocy godziny nazywam x , pozostałe więc do południa będą $12 - x$. Będą zatem cztery terminy Geometrycznie równowzględne: $x.12 - x :: 2.3$. to jest: tak



tak się mają godziny niewiadome od północy upłynione x , do godzin do południa pozostałych $12 - x$, iak 2 do 3. A przeto produkt pierwszego i ostatniego z produktem drugiego i trzeciego, zrownany uczynią pomiar następujący :

$$3x = 24 - 2x.$$

Przenosząc : $5x = 24$

$$\text{Dzieląc : } x = \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}.$$

Była więc godzina ranna 4 i minuta 48. Jakoż : $4 + 48.7 + 12 :: 2.3$. to jest : tak się mają godzin 4 i minut 48 do godzin 7 i minut 12 iak 2 do 3. Albowiem zredukowawszy godziny na minuty będą 4 terminy proporcjonalne : $288.432 :: 2.3$. gdyż $288 \times 3 = 864$, $432 \times 2 = 864$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Można to Problema przez terminy ogólne rezolwować. Niech będą godziny od północy upłynione $= x$ pozostałe zaś do południa $= a$, będzie reszta godzin do południa $= a - x$, proporcya zaś godzin upłynionych do pozostałych niech będzie iak n do m , wypadną terminy proporcjonalne : $x. a - x :: n. m$.

A z nich pomiar : $mx = na - nx$.

Przenosząc niewiadomą do niewiadomey, będzie : $nix + nx = na$.

Dzie-



Dzieląc przez $m + n$ będzie : $x = \frac{na}{m + n}$.

Daymy , że $n = 2$, $m = 3$, $a = 12$,
 $\frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5}$ godzinom
 4, minutom 48. Albo daymy, że : $n = 5$,
 $m = 1$, $a = 12$, będzie : $x = \frac{60}{6} = 10$.

Będzie zatem godzina 10 ranna. Czego doświadczyć można tym sposobem, którym Rezolucyi pierwszej.

ZAGADNIENIE II.

Chart za zaiącem goni, i jeden od drugiego na 100 kroków jest daleki, szypkość zaś charta, do szypkości zaiąca jest, iak 3 do 2. Pytam, po wielu krokach chart dogoni zaiąca ?

REZOLUCYA.

Nim chart ubieży 100 kroków, za które biorę a , zaiąc tym czasem iakieś także ubieży kroki, nazywam x , będą zatem kroki, które ma chart ubiec $= a + x$. A zatem cztery wypadną równowzględne terminy :

$a +$



$a+x$. $x : : 3$. 2. których produkta uczynią następujący pomiar: $2a+x=3x$.

Przekładając: $2a=3x-x$.

Odciągając: $2a=x=200$.

Więc zając ubieży kroków 200, toć charta kroki: $a+x=300$.

Po tylu więc krokach dogoni chart zająca. Albowiem 300. 200 : : 3. 2. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

Zegarmistrz robić mając Zegarek z dwoma indexami, jednym godzinny, a drugim minutowym takim, żeby gdy index godzinny na jedną się usunie godzinę index tymczasem minutowy dwunastogodzinny obwód obiegł, a zatym dwanaście razy prędzej się obracał, chcę wiedzieć w których punktach dwa te indexy zeydą się, i prosi Algebrysty, aby je wyznaczył. Pytam, iakie można wynaleść, i wyznaczyć?

REZOLUCYA.

Daymy, że obydwa te indexy ustanowione są na godzinie 12. Gdy więc obrot swój zaczął, nim index godzinny przyjdzie do godziny do południa pierwszej, index minutowy powinien okrążywszy cały obwód, powrócić do godziny znowu 12, i na niey stać. Niechże index minutowy przed złączeniem się z indexem godzinny obieży prze-

ciąg



ciąg obwodu x , więc index godzinny obiegłszy przeciąg iednogodzinny, to jest: przeciąg godziny pierwszej, w rzeczy samey ubieży: $x-1$. Ze zaś minutowy index dwanaście razy prędzej za godzinny obraca się, obrot jego do obrotu drugiego będzie iak 12 do 1. Wypadną więc 4 równowzględne terminy: $x-1 : : 12. 1$.

A ztąd pomiar: $x=12x-12$.

Przekładając: $12=12x-x$.

Odciągając: $12=11x$.

Dzieląc przez 11: $x = \frac{12}{11}$.

Czyli: $x = 1 + \frac{1}{11}$;

x zaś jest obieg indexa minutowego, więc obieg indexa godzinnego $x-1$ będzie: $=$

$\frac{1}{11}$. A zatym index minutowy złączy się z indexem godzinny, kiedy ten po godzinie i pierwszym, drugiego godziny część $\frac{1}{11}$ ubieży,

ito pierwszy punkt jest, w którym indexy obydwa pierwszy raz zeydą się. A ztąd łatwo innych punktów, w których słączyć się będą doysć można. Jeżeli bowiem indexy te będą razem złączone na godzinie 12, znowu



wu się złączyły po godzinie $1 \text{ i } \frac{1}{11}$, toć i po-
wtore złączą się po tymże upłynionym czasie,
to ieść: po godzinie $1 \text{ i } \frac{1}{11}$, a zatym drugi

raz złączą się po godzinie $2 \text{ i } \frac{2}{11}$, trzeci raz

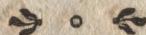
po godzinie $3 \text{ i } \frac{3}{11}$ i tak daley, na koniec sta-

ną obydwu na godzinie $11 \text{ i } \frac{11}{11}$ czyli na go-
dzinie 12. C. B. D. R.

Masz tego wizerunek następujący.

$$\begin{aligned} & \text{I} + \frac{1}{11} \quad \text{II} + \frac{2}{11} \quad \text{III} + \frac{3}{11} \quad \text{IV} + \frac{4}{11} \quad \text{V} + \frac{5}{11} \quad \text{VI} + \frac{6}{11} \\ & \text{VII} + \frac{7}{11} \quad \text{VIII} + \frac{8}{11} \quad \text{IX} + \frac{9}{11} \quad \text{X} + \frac{10}{11} \quad \text{XI} + \frac{11}{11} \\ & = \text{XII}. \end{aligned}$$

Tym samym sposobem odkryć i wyzna-
czyć można punkta czyli miejsca, w których
się Planety iedne z drugimi np. Xiężyc z
Słońcem, albo raczy z ziemią schodzą, lub
łączą, byle ten, który tę rachubę przedsię-
bierze, miał sobie wiadomay każdej w szcze-
gulności Planety obrot, to ieść: liczbę lat,
mie-



mieściący, tygodniow i t. d., w przeciągu kto-
rych, każda z nich cały okręgu swego obieg
odprawuie, ktorey wiadomości zafiagnąć trze-
ba z Fizyki szczegulney i Astronomii.

ZAGADNIENIE IV.

TRzeciemu podobne. Bywają zegarki z troi-
stemi indexami, iednym godzinnym, dru-
gim pierwszominutowym, a trzecim drugo-
minutowym. Wszystkie wprowadzie trzy ra-
zem od iednego punktu np. od godziny 12,
obrot swoy zaczynają, ale wnet iedne dru-
gich wyprzedzą, gdyż pierwszominutowy poy-
dzie sześćdziesiąt razy prędzey niż godzinny,
a drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzey
niż pierwszominutowy. Pytam więc w kto-
rym punkcie obrotu swego indexy minutowe
z sobą się zeydą?

REZOLUCYA.

Ponieważ index drugominutowy w prze-
ciągu iedney pierwszej minuty cały swoy
obrot odprawuie, więc po tej minucie powro-
ci do punktu godziny dwunastej, od ktorey
obrot swoy zaczął, a tymczasem index pier-
wszominutowy pomknie się na iedną minutę
od godziny dwunastej ku pierwszej. Punkt
więc w którym się obydwu znowu razem zey-
dą, niech będzie x , że zaś pierwszominuto-
wy, od drugominutowego na minutę iedną ieść
pom-



pomknięty, będzie pierwszego od godziny dwunastej odległość $=x+1$, drugiego zaś $x-1$, a że drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzej bieży od pierwszominutowego, będzie bieg tego do biegu tamtego, iak 60 do 1, a zaty m wypadną 4 terminy równowzględne: $x. x-1 :: 60 \text{ i.}$

A ztąd pomiar: $x=60x-60.$

Czyli: $60=60x-x=59x.$
 $60 \qquad \qquad \qquad 1$

Czyli: $x= \frac{60}{59} = 1 + \frac{1}{59}.$

Zeydą się tedy dwa te indexy po godzinie dwunastej minucie pierwszy przy końcu jednej pięćdziesiątej dziewiętej części minuty drugiej. Czego nie trudno dowieść, gdyż oby dwa te indexy w rowney od godziny dwunastej odległości zeyść się powinny; a że odległość indexu pierwszominutowego $=1 + \frac{1}{59}$,

—, odległość także drugominutowego sześćdziesiąt razy prędzej idącego $=60x$, czyli

zakładając za x cenę iego wynalezioną, to

jest: $\frac{1}{59}$, a podłożywszy 1 pod 60, jest

$\frac{60}{1} \times \frac{1}{59} = \frac{60}{59} = 1 + \frac{1}{59}$, więc odległość przerzeczona jest równa. C. B. D. R.

Z A-



ZAGADNIENIE V.

NA wzor dwóch poprzedzających Problematów wiele innych podobnych można rezolwować. Tak np. rezolwować się może Zagadnienie Zenona Filozofa wyżej solwowane (Zagad. 22) Daymy albowiem, że Achilles sto razy prędzej bieży od żołwia na milę odległego, będzie nayprzod droga, którą odprawi żoław tymczasem, nim go Achilles sto razy prędzej dogoni $=x$, powtorę: droga Achillesa $=x+1$.

Ze zaś szypkość Achillesa do szypkości żołwia ma się iak 100 do 1, więc 4 terminy Geometrycznie proporcjonalne będą: $x+1. x. :: 100 \text{ i.}$ Odmieniając proporcją na pomiar, będzie: $100x=x+1$.

Czyli: $100x-x=1$.

Czyli: $99x=1$.

1
Czyli: $x= \frac{1}{99}.$

Więc nim Achilles dogoni żołwia, żoław

— drugiey mili ulezie, a zaty m zeydą się

za milę 1 i $\frac{1}{99}$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

DO kopania kanału, lub szlamowania stawu trzy się grabarzew kompanie ofiarują.
 Pier-

Pierwsza obiecuie dzieło to zakończyć w przeciągu 20 Miesięcy, druga w przeciągu Miesięcy 15, a trzecia w przeciągu Miesięcy 12. Pan do tey roboty wszystkich trzech razem Grabarskich owych kompanii chce użyć, spodziewaiąc się, że każda z nich słowu dotrzymuiąc, przyspieszać roboty będzie tak, iak gdyby każda z osobna w przyrzeczonem czasie miała ją skonać. Pyta zatem w iakim czasie przedsięwzięte dzieło od troistych Grabarzew będzie zakończone?

R E Z O L U C Y A

Nazwiemy kopanie to, albo szlamowanie c ; z warunkow Zagadnienia, oczywiście się pokazuje, iż w przeciągu iednego Miesięca, pierwsza kompania Grabarzew zrobi dwudziestą część przerzeczonego dzieła, gdyż całego dzieła dokończyć obiecywała w przeciągu 20 Miesięcy, druga zaś zrobi 15 część, a trzecia część 12, a zatem część wykopanego kanału, albo stawu wyszlamowanego przez

$$\text{Miesiąc } 1 \text{ będzie: } = \frac{c}{20} + \frac{c}{15} + \frac{c}{12}$$

czyli zredukowawszy frakcyę te do iednego Mianownika, i dodawszy ie, będzie: =

$$\frac{12c}{60} = \frac{c}{5} \text{ Piąta tedy część owej ro-}$$

bo.

boty za Miesiąc ieden od trzech Grabarskich kompanii będzie zakończona. To maiąc ufo-

żyć trzeba Regułę proporcyi: $\frac{c}{5}$, czyli 5 część kanału do roboty wyciąga 1 Miesiąc, iakiegoż czasu wyciągać będzie całego kanału wyrobienie $= c$, będzie: $\frac{c}{5} \cdot 1 :: c \cdot x$.

Czyli mnożąc termin drugi przez trzeci, będzie produkt $= 1c$, czyli c , a dzieląc przez pierwszy, będzie: $\frac{5c}{c} = 5$. Będzie tedy:

$x = 5$. Za 5 więc Miesięcy dzieło całe skończone będzie. Albowiem przez 5 Miesięcy

kompania pierwsza zrobi $\frac{1}{4}$, gdyż 5 jest czwartą częścią liczby 20. Kompania zaś druga zrobi $\frac{1}{3}$, gdyż 5 jest trzecią częścią

15. Kompania na koniec trzecia zrobi $\frac{5}{12}$,

gdź ieden Miesiąc będąc $\frac{1}{12}$, Miesięcy 5

muszą być $\frac{5}{12}$, a zatem roboty tcy części ra-



razem wszystkie wzięte $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$
 wyrównań całemu dziełu. O czym łatwo się
 każdy przeświadczy, gdy te frakcye do Mianownika 12 zredukuje. Zredukowane bowiem,
 będą $= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12}$ czy-
 li równe całemu przedsięwziętemu dziełu c.
 C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

UBogi Student do Pana przyszedłszy, o wspomnienie prosi. Ten wyrozumiawszy z niego, iż się Matematyki uczy, mam, rzecz, u siebie Czerwonych Złotych Węgierskich w pięcioro więcej, niż Hollenderskich, przydawszy zaś do Węgierskich, które mam, jeszcze 4, a do Hollenderskich 6, Węgierskich już bym tylko we czworo miał więcej niż Hollenderskich, to jest: summa Czerwonych Złotych Węgierskich do summy Hollenderskich miałaby się iak 4 do 1. Jeżeli zgadniesz, ile jednych, i drugich mam, wezmiesz w nadgrode Czerwony Złoty 1. Pytam iak to zgadnąć?

RE



REZOLUCYA.

Summa Czerwonych Złotych Hollenderskich niech będzie: x . Więc Węgierskich $5x$. A dodawszy do Węgierskich 4, będzie: $5x+3$, do Hollenderskich 6, będzie: $x+6$. Ponieważ zaś tak pierwsze mają się do drugich, iak 4 do 1, będą zatem równowzględne terminy: $5x+4$. $x+6$:: 4. 1

Obrociwszy na pomiar, będzie: $5x+4 = 4x+24$.

Przekładając: $5x-4x=24-4$.

Odcinając: $x=20$.

Hollenderskich tedy miał 20, a zatem Węgierskich $5x$, to jest: 100. Dodawszy zaś do pierwszych 6, do drugich 4, będzie 104. 26 :: 4. 1. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VIII.

Jest między inszemi w Wiedniu Kościół S. Piotra kształtu okrągłego, którego szrodkowa linia czyli dyameter zawiera w sobie stop 70. Pytam iaki tego Kościoła obwód czyli cyrumferencya, i iaka rozciągłość płaszczyzny, na ktorey stoi?

REZOLUCYA.

Tego Zagadnienia zależy od owej sławnej Geometrycznej proporcji, o doskonałym wymierze koła czyli cyrkufu, z ktorej

S

za-

zawołane owe między Matematykami, a do-
tąd jeszcze nieułatwione wyniknęło Zadanie, o
przerobieniu koła na czworokąt doskonały,
czyli cyrkulu na kwadrat. Było kilku w na-
szym wieku uczonych ludzi, którzy się z zupeł-
nym Rezolucyi tych Zagad. wynalezieniem o-
głosili, lecz w ich wynalazkach zawsze jakąś od-
kryto wadę. Pracujący jednak od dawnych
czasów nad doysciem tej tajemnicy Matema-
tycy, zgodzili się na taką obwod kołowego
do dyamentru tegoż koła proporcją, iaka jest
22 do 7. Zaczynam obwód każdego koła trzy-
nasty kładą większy od swego dyamentru, z przy-
datkiem frakcyi $\frac{1}{7}$, gdyż $\frac{22}{7} = 3 +$

I
— Na zniesienie tej frakcyi niektorzy Zie-
miomniernicy większemi daleko liczbami też
proporcją wyrażają, kładąc obwód koła do
dyamentru iak 314 do 100, albo iak 3141 do
1000. Nigdy atoli w tych proporcjach ob-
wodu do swego dyamentru, bez frakcyi iakieys
nieobeydzie się, gdyż $\frac{314}{100} = 3 + \frac{14}{100}$,
tudzież: $\frac{3141}{1000} = 3 + \frac{141}{1000}$. Lubo w
praktyce żadnego nie ma się względu na tę
fra-

frakcją, która głowę zawraca Ziemiomnierni-
kom bezpraktycznym. Praktycznie chcąc obo-
zu np., stawu, łąki, Kościoła, lub inney
budowli, albo placu obwód, i całą rościąg-
łość okrągłą znaleźć, przedstawiać się zwykło
na liczbach z odprawienia Reguły proporcyi,
lub redukcji pomiarów wypadłych.

Tak w danym Zagadnieniu, i szuka-
jąc obwodu, będzie iego rościągłość niewia-
doma $= x$, a zatym podług tego, co się rze-
kło, będzie: pomiar: 7. 22 :: 70. x.

$$\text{Czyli: } 7x = 1540.$$

$$1540$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{1540}{7} = 220.$$

To jest wymiar obwodu Kościoła rzeczo-
nego. Albowiem 7. 22 :: 70. 220. gdyż
iako $7 \times 220 = 1540$, tak $22 \times 70 = 1540$.

$$\text{Położywszy zaś drugą proporcją: } 100. 314 :: 70. x, \text{ będzie: } 100x = 21980 =$$

$$21980$$

$$80$$

$$x = \frac{21980}{100} = 219 + \frac{80}{100}.$$

$$\text{Położywszy na koniec trzecią, będzie: } 1000. 3141 :: 70. x, \text{ czyli: } 1000x = 219870, \text{ czyli:}$$

$$219870$$

$$870$$

$$x = \frac{219870}{1000} = 219 + \frac{870}{1000}, \text{ mało ro-}$$

źniące się wymiary tegoż obwodu od pier-
wszego wymiaru 220, atoli do rzetelnego wy-
miaru bardziej się przybliżające.



2. Szukając zaś wymiaru całej rozciągłości, czyli płaszczyzny, na ktorej ow Kościół stoi, dosyć będzie znaleziony obwód = 220 łopom przez pośpromienia czyli czwartą część

dyamentu, to jest: przez $\frac{70}{4}$, czyli przez

$17\frac{1}{4}$ albo $\frac{1}{2}$, lub przeciwnie, po ob-

wodu znalezionego $\frac{220}{2} = 110$ przez ca-

ły promień czyli pośdyameter $= \frac{70}{2} = 35$

rozmnóżyć, produkt: 3850 da wymiar szukany i t. d. C. B. D. R.

ZAGADNIENIA

O Defalkach Kupieckich i o Wexlach.

Jest zwyczaj u Kupcow, że iedni drugim towary daia częstokroć na kredyt. Trafia się zatym, że interes Kupca wyciąga, aby towar, który miał brać na kredyt, zapłacił natychmiał, albo żeby umowiony termin wypłacenia uprzedził. A że kredyt zwykowny bywa dla dłużnika, czyli dla tego, który na kredyt co bierze, i rzeczby była cale niesłusna i nierozsądna, żeby tenże dłużnik miał się



się wyzuwać z własnego zysku, przeto, gdy on przed terminem wypłaca towar na kredyt wzięty, Kredytor w tym razie dla wyliczoney przed czasem summy, zwykł z niey pewną kwotę wytrącać np. 10, mniej lub więcej od sta, i to wytrącenie od summy rachunkowej nazywa się u Kupcow *Escompte*, czyli Defalkata. Ta defalkata Wierzyciela bynajmniej nie pokrzywdza. Bo ieżeli on w dawaniu towaru na kredyt poszukiwał swego zysku, znajdzie tenże sam zysk w gotowych pieniądzech, które choć z defalką, ale wcześniej odbiera, i zarabiać niemi może. Defalkaty więc w Kupiectwie są to duchy niby handel ożywiające, a zatym mieć potrzeba iakieś prawidła, któreby ie w obrębach sprawiedliwości utrzymowały, podług zadawnionych u różnych handlujących Narodow zwyczajow. Względem tak opisanych defalkat mogą się trafić różne zapytania, które na wzor następujących mogą się rezolwować.

ZAGADNIENIE I.

KUpiec za 3850 talerow bitych towaru daie drugiemu Kupcowi na kredyt do iednego Roku. Lecz gotowych potrzebny będąc pieniędzy, zezwala na defalkatę 10 od 100, byle kupiący natychmiał należytą wypłacił summę. Pytam, iaka tu być powinna założoney summy defalkata?

R E-

R E Z O L U C Y A.

Przed Rezolucyą tego Zagadnienia uważać trzeba, że ta defalkata 10 od sta jest za rok przyszyły, to jest: za ow zysk, którego biorący na kredyt towar miał na nim w przeciągu iednego roku poszukiwać. Wszakże gdyby mu Kredytur gotowych nie biorąc pieniędzy defalkował na początku roku 10 od 100, defalkowałby zbyt wiele, gdyż biorący na kredyt, przez rok więccyby zyskał, niż 10 od 100 zyskując na towarze taniej, niż za 3850 Talerow bitych wziętym, co by było przeciw umowie. Problema więc tego sama Reguła proporcji nie ułatwi, pytając się: jeżeli 100 da 10, wiele da 3850? gdyż wypadająca ztąd defalkata 385 Talerow bitych odciągniona od 3850, zdawałaby się pokazywać, że dłużnik ow nie powinien natychmiast płaćć tylko 3465 Talerow bitych, co zaisć dosyć nie jest. Albowiem gdyby Kredytur znowu defalkował, albo dał na prowizyą te 3465 Talerow bitych po 10 od 100 na rok,

zyskałby 346 Talerow $+ \frac{1}{2}$, co dodawszy

do summy całej 3465 nie miałby tylko 3811

$+ \frac{1}{2}$ przy końcu roku, zamiast co by był

wziął 3850 Talerow bitych, gdyby był nie defalkował. Trzeba więc tak miarkować, żeby

żeby Kredytur przy końcu roku miał w całości swoje 3850 Talerow bitych, a zatym, żeby pieniądze po defalkacie pozostałe, i do zysku 10 od 100 dodane, wyniosły spełna Talerow bitych 3850. Co dwoiakim się sposobem stać może.

1. Szukając nayprzod summy, którą po defalkacie dłużnik wypłacić powinien. Niech będzie summa, która Kredyturowi po defalkacie ma zostać $=x$, ponieważ ta Summa ma zyskać 10 za 100, to jest: część 10 Summy x , więc zysk ten na końcu roku będzie:

$= \frac{x}{10}$, a obydwie te ilkości będą

3850 Talerow bitych. Będzie zatym pomiar:

$x + \frac{x}{10} = 3850$.

Gubiąc frakcyą będzie: $10x + x = 38500$.

Czyli: $11x = 38500$.

Nakoniec: $x = \frac{38500}{11} = 3500$.

Dłużnik tedy czyli Kupiec towar na Kredyt biorący powinien Kredyturowi swemu wyliczyć Talerow bitych 3500. Co że tak jest, ztąd się pokazuje, iż gdyby Kredytur te pieniądze 3500 dał na kredyt do roku, i wziął procentu po 10 od 100, zyskałby 350 Talerow bitych, a zysk ten przydawszy do 3500

3500, odebrałby od dłużnika przy końcu roku 3850. Lecz że mu natychmiast defalkował, więc defalkata ta wyrownąć powinna zyskowi wzmiąskowanemu, to jest: musi być = 350 Talerów bitych.

2. Powtore szukając samey defalkaty, czyli tey summy, która się odciąć powinna od summy umowionej. Namieniło się iuż, że 3850 Talerów bitych, biorąc procentu po 10 od 100, przyniosą zysku za rok dłużnikowi 385. Więc gdy prosi o defalkatę, nie mu więcej nie należy się defalkować na początku roku, tylko taką summę, któraby dodana do zysku 10 od 100 uczyniła mu procent roczny

$$= 385, \text{ a zatem będzie: } x + \frac{x}{10} =$$

385.

$$\text{Czyli: } 10x + x = 3850.$$

$$\text{Czyli: } x = \frac{3850}{11} = 350. \text{ C. B.}$$

D. R.

Prześtroga: Kiedy idzie o procent 10 od 100, dobrze się ow procent wyraża przez

$$\frac{x}{10}, \text{ czyli przez część dziesiątą summy zało-}$$

żoney, bo w samey rzeczy 10 jest dziesiątą częścią 100. Lecz gdyby szło o procent 4 lub 5, albo 6, i t. d. od sta, na ten czas pro-

procent taki nie dobrzeby był wyrażony przez

$$\frac{x}{4}, \frac{x}{5}, \frac{x}{6}, \text{ gdyż czwarta część sta nie}$$

jest 4, ale 25, piąta część nie jest 5, ale 20 i t. d. Dla znalezienia więc, iaka część summy założoney jest rocznym od niey procentem, trzeba podzielić tę summę przez iey procent, a Wieloraz pokaże część niewiadomą, którą my odtąd nazywać będziemy kwotą np. pięciu od sta, będzie kwotą procentu

$$\frac{x}{20}$$

$$=$$

$$20$$

ZAGADNIENIE II.

Podobne pierwszemu, ale zawilsze. Bierze Kupiec na kredyt do roku jednego towar wartuiący Czerwonych Złotych 2680, i chce Kredytorowi zaraz wyliczyć summę, byle mu

defalkował z niey po 13 i $\frac{1}{2}$ procentu rocznego. Warunek przyięty. Chcą się więc dowiedzieć, ile wyniesie defalkata?

REZOLUCYA.

Dla znalezienia kwoty tego procentu najprzed 100, powtore od summy umowionej:

1.

1. Podzielimy 100 przez $13 + \frac{1}{2}$, albo żeby się pozbyć frakcyi dwoykę pierwszej liczby $= 200$ przez dwoykę drugiej $= 27$, Wiele $= 7 + \frac{11}{27}$, będzie kwotą wzmiankowaną, ale wygodnieyszą mieć będziemy tę samą kwotę bez dzielenia, wyrażając ją poprostu przez frakcyą $\frac{200}{27}$.

2. Procent od 2680 Czerwonych Złotych po $13 + \frac{1}{2}$ od sta przy końcu roku będzie:

2680 podzieliwszy przez $\frac{200}{27}$, albo (dla zgubienia frakcyi, 2680 mnożąc przez Mianownika 27) podzieliwszy 72360 przez 200, albo jeszcze dla skrocenia roboty odrzucając iedną cyfrę, podzieliwszy 7236 przez 20, wypadnie $361 + \frac{4}{5}$. Co na iedno wyniesie, czyniąc Regułę proporcyi: jeżeli 100 daie $13 + \frac{1}{2}$, wiele da summa 2680 Czer-

wo-

wonych Złotych? Wyidzie Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$.

Już się rzekło: że tego procentu od summy umowionej defalkować nie należy zaraz dłużnikowi, gdyż on go nie dostanie aż po roku. Zaczynam summa, którą mu defalkować trzeba będzie $= x$, a ta wraz z procentem,

po $13 + \frac{1}{2}$ od sta za rok od niego należącym, ma wyrównać procentowi rocznemu

Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$. Do wynależenia tego procentu z summy x , trzeba zażyć Reguły proporcyi: jeżeli 100 daie $13 + \frac{1}{2}$,

czyli dwoiąc: jeżeli 200 daie 27, wiele

da x ? Znaydzie się $\frac{27x}{200}$ procent od x , i

miar będzie: $x + \frac{27x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$.

Redukując zaś całkowite x do frakcyi przyległej, czyli mnożąc x przez Mianownika

ka

ka 200, i przydając do produktu Licznika $27x$;

$$\text{będzie: } \frac{227x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$$

Gubiąc frakcyę, czyli przez 200 mnożąc

$$361 + \frac{4}{5} \text{ będzie: } 227x = 72200 + 160 = 72360.$$

$$\text{Dzieląc zaś: } x = \frac{72360}{227} = 318 + \frac{7}{227}$$

$$\frac{174}{227}$$

A zatym defalkata rzetelna jest Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$, to jest: Czer-

wonych Złotych 318 i Złotych $13 + \frac{7}{227}$

iednego Czerwonego Złotego, Czerwony Złoty rachując po Złotych 17. O czym każdy się przekona, uważając, że summa Czerwonych

$$\text{Złotych } \frac{72360}{227}, \text{ czyli: Czerwonych Złotych } 318 + \frac{174}{227} \text{ złączona z procentem icy przy-}$$

nic-

niefie rocznego zysku Czerwonych Złotych

$$361 + \frac{4}{5}. \text{ Jeżeli bowiem } 100 \text{ daie } 13 + \frac{1}{2}, \text{ albo jeżeli } 200 \text{ daie } 27, \text{ wleż da}$$

$$\frac{1}{2}, \text{ albo jeżeli } 200 \text{ daie } 27, \text{ wleż da}$$

$$\frac{72360}{227} ? \text{ Da zapewne } \frac{1953720}{45400} = 43 + \frac{2}{45400}$$

$$\frac{227}{1520}, \text{ czyli na mnieysze terminy przez } 40$$

$$\text{redukując: } + \frac{38}{1135}. \text{ Dodając więc } \frac{72360}{227}$$

$$\text{Czerwonych Złotych albo } 318 + \frac{174}{227} \text{ do}$$

$$\text{Czerwonych Złotych } 43 + \frac{38}{1135}, \text{ będzie}$$

$$\text{summa Czerwonych Złotych } = 361 + \frac{174}{227}$$

$$+ \frac{38}{1135} = 361 + \frac{4}{5}; \text{ gdyż obroci-}$$

wszy frakcyę do iednego Mianownika, mnożąc pierwszy obydwia terminy przez 5, i doda-

wszy



908

wszy obydwie, będzie: $\frac{1135}{908}$, a tę zredu-

1135

kowawszy na mniejsze terminy przez 227,

4

będzie: $\frac{4}{5}$. C. B. D. R.

5

Prześtroga: Częstokroć ci, dla których się czyni defalkata, nie są w stanie zapłacić ią przed całym rokiem, czasem kilkoma tylko Miesiącami termin wypłacenia uprzedzają. Ale w tym razie jednakże Problematów bywa Rezolucya lubo nieco przydłuższa. Obaczmy to w następującym Przykładzie.

ZAGADNIENIE III.

ZA 7650 Czerwonych Złotych na kredyt towaru bierze Kupiec, któremu Kredytor

z tej summy chce defalkować po $7\frac{2}{3}$ —

3

od sta na rok, ieśliby mu ią wypłacił zawczasu. Biorący na kredyt, w pięć dopiero Miesięcy po owej umowie zdobywszy się na wypłacenie, pyta, ile ma z tej summy on sam wypłacić, a Kredytor iego defalkować?

R E-



REZOLUCYA

Nayprzód w tym przypadku dłużnik uprzedza wypłacenie 7 tylko Miesiącami, gdyż wypłaca w pięć Miesięcy po umowie. Więc ieżeli wypłacenie uprzedzone rokiem całym, czyli dwunastą Miesiącami daie defalkaty 7

2

+ $\frac{2}{3}$ od sta, wieleż da wypłacenie uprzedzone siedmią Miesiącami? Wszakże ieżeli

3

12 daie $7\frac{2}{3}$ —, albo (mnożąc obydw

2

terminy przez 3) ieżeli 36 daie 23, toć 7

3

da zapewne $\frac{161}{36}$, czyli $4\frac{17}{36}$. Tyle

161

17

więc defalkować należy od sta, uprzedzając

36

termin wypłacenia siedmią Miesiącami. Po-

wtore: Jeżeli 100 daie defalkaty $4\frac{17}{36}$,

17

albo ieżeli 100 daie (redukując 4 do przyle-

36

głej frakcyi) $\frac{161}{36}$, wieleż da Czerwonych

161

Złotych 7650? Da niepochybnie Czerwonych

36

Złotych 342+ $\frac{1}{8}$. Lecz iako się tyle ra-

1

zy mówiło, nie trzeba tego procentu zaraz de-

8

fal-

fal-

falkować dłużnikowi, gdyż go on zaraz nie może mieć, lecz po siedmiu dopiero Miesiącach, więc trzeba tak daley postąpić: Summa x, którą trzeba defalkować dłużnikowi, z procentem teyże Summy za 7 Miesięcy, przypadającym po $\frac{161}{36}$ od sta, powinna być ro-

wna Czerwonych Złotych $342 + \frac{1}{8}$. A że

procent ow jest niewiadomy, więc przez Reg. prop., tak go szukać trzeba: Jeżeli 100 daie

$\frac{161}{36}$ wiele da x? Znajdzie się $\frac{161x}{3600}$; za- tym wypadnie pomiar, który Zagadnienie u-

łatwi: $x + \frac{161x}{3600} = 342 + \frac{1}{8}$.

Uwalniając od frakcyi, czyli mnożąc przez 3600 wszystkie inne terminy, i podobne dodając, będzie: $3761x = 1231650$.

Dzieląc będzie: $x = \frac{1231650}{3761} = 327$

$\frac{1803}{3761}$.

Defalkata więc w tym przykładzie = Czerwonych Złotych 327, Złotych 8, groszy 4

$\frac{1846}{3761}$. Wszakże biorąc procent tey de-

falkaty po $\frac{161}{36}$ od sta, w przeciągu 7 Mie-

sięcy będzie: $= 14 + \frac{8741250}{13539600}$, a ten

procent dodając do summy defalkowanej 327 $\frac{1803}{3761}$,

wypadnie procent caley nie defal-

kowanej summy $= 342 + \frac{1}{8}$. Albowiem

$14 + 327 = 341$, tudzież $\frac{1803}{3761} +$

$\frac{8741250}{13539600}$ redukując do jednego Miano-

wnika, to jest: mnożąc pierwszą frakcyą przez $\frac{6490800}{8741250}$ 3600, wypada: $=$

$\frac{15232050}{1692450} = 1 + \frac{13539600}{1692450}$, albo re-

dukując na najmnieysze terminy przez Liczni-

ka = $\frac{1}{8}$. Dodawszy tedy 1 do 341, będzie: $342 + \frac{1}{8}$, to jest: procent od całej summy nie defalkowanej za 7 Miesięcy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

Takież, iakie było poprzedzające, lecz wspak obrocone. Bierze Kupiec na kredyt za 2680 Czerwonych Złotych towaru na rok ieden, a wypłacając go zaraz z defalkatą Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, chce wiedzieć, iaką defalkatą przypada na rok od sta?

REZOLUCYA.

Defalkata ta niewiadoma niech będzie $= x$. Więc jeżeli 100 dać x , wiele da $\frac{2680x}{100}$ 2680? Da $\frac{72360}{227}$, a ta druga defalkata

musi być znaczniejsza od owej $\frac{72360}{227}$ pod

czas

czas umowy przyrzeczoney, ponieważ $\frac{72360}{227}$ dodając do procentu rocznego nie więcej uczynić powinna, iak: $\frac{2680x}{100}$, to jest: wyrownać powinna defalkacie summy 2680. Zeby tedy znaleźć roczny procent od $\frac{72360}{227}$, trzeba przez Reg. prop. zapytać: jeżeli 100 dać x przez rok, wiele da przez tenże czas $\frac{72360}{227}$?

Wyidzie procent = $\frac{72360x}{22700}$, a tak ułożę się następujący pomiar: $\frac{72360}{227} +$

$$\frac{72360x}{22700} = \frac{2680x}{100}$$

Czyli defalkata z procentem rocznym, wyrowna defalkacie całej summy 2680.

T 2

Prze-



Przeniosłszy w tym pomierze niewiadomą ilkość do niewiadomey, będzie: $\frac{72360}{227}$

$$\frac{2680x}{100} = \frac{72360x}{22700}$$

Dla zgubienia zaś frakcyi mnożąc przez 100, będzie: $\frac{7236000}{227} = 2680x$

$$\frac{7236000x}{22700}$$

Albo odrzucając z drugiey frakcyi tak Licznika iako i Mianownika cyfer dwie, będzie: $\frac{7236000}{227} = \frac{72360x}{227}$

A gubiąc i te frakcyę przez rozmnożenie całkowitego terminu przez powszechnego Mianownika 227, będzie: $7236000 = 608360x - 72360x$

$$\text{Albo: } 7236000 = 536000x$$

$$\text{A zatym: } x = \frac{7236000}{536000} = \text{odciawszy}$$

$$\text{cyfry } \frac{7236}{536}$$

A



A w rzeczy samey dzieląc: $x = 13 + \frac{1}{2}$, i to iest: procent roczny zapytany.

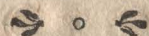
Czego można doświadczyć sposobem w wyższych Rezolucyach użytym. &c.

Prześtroga. Skoro dowcip ludzki wynalazł różne początkowe rezolwowania sposoby, natychmiast przemyslać zaczęto o ogólnym, a tym, ile być może, nayprostszy prawidło, ktoreby zgodne było do solwowania wszelkich, w podobnych przypadkach y z podobnemi warunkami, Zadaniow. Zkąd ten wypłynął zysk dla społeczeństwa, że mu się stała użytecznemi, nawet nie wysokomyślni. Prosty Mechanizm wygodził wszystkim ogólnie ludziom. Ci co wyżej myślą, układają prawidła, a ktorzy nie tak myślą, albo do myślenia takiego czasu nie mają, ułożonych trzymają się. Mamy takie prawidła od Uczonych ułożone na dochodzenie wszelkich defalkat zdarzających się w umowach Kupieckich.

REZOLUCYA II.

Ogólna Problematom wszelkich o defalkatach.

Cena towaru niech będzie $=m$, defalkata po ile się podoba od 100 na rok $=e$. Zeby defalkatę od summy m na rok znaleźć, szukać iey trzeba przez Reg. prop. Jeżeli 100



100 daie e, wiele da m? Znaydzie się defal-
em

kata od m przez rok = $\frac{em}{100}$, a defalkata

niewiadoma będzie = x. Procent od x bę-
dzie także wiadomy, szukając go przez tęż
Regułę: jeżeli 100 daie e, wiele da x?

Znaydzie się bowiem $\frac{ex}{100}$. To wynalazi-

szy, patrzymy, iak się ogulne ułoży prawi-
dło, które odkrywać będzie niewiadomą il-
kość x we wszelkich przypadkach. Oczywi-
sta jest, że defalkata niewiadomey summy x,
wraz wzięta z procentem od niey za rok należą-

cym $\frac{ex}{100}$, powinna wyrownać defalkacie

summy m także za rok, która jest = $\frac{em}{100}$

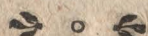
a zatym, będzie: $x + \frac{ex}{100} = \frac{em}{100}$.

Zgubiwszy zaś frakcyą, będzie: $100x + ex = em$.

A odłączwszy w każdym terminie współ-
czynnik od przyległej ilkości, będzie: $100 + ex = em$.

Z tego na koniec taka się ułoży propor-
cja: $100 + e. e :: m. x.$

Co



Co wyraża, iż we wszelkich przypad-
kach, iakie tylko być mogą, układając Re-
gułę prop., w ktoreyby pierwszym terminem
było 100 z defalkatą e, taką od sta na rok,
iaka się podoba, drugim zaś terminem była
taż sama defalkata e, a trzecim cena towaru
m, za czwarty termin wypaść musi cena de-
falkaty x. Weźmy np. Zagad. 1. będzie m
= 3850, e = 10, a zatym: $100 + e. e ::$
m. x, będzie $100 + 10$, czyli: 110. 10

: : 3850. x, czyli $\frac{38500}{110} = 350$,

to jest defalkata zapytana, iaka i pierwey,
sposobem nierownie pracowitszym była znale-
ziona.

Podobnie biorąc Zagad. 2., będzie: m
= 2680, e = 13 + $\frac{1}{2}$. Więc podług

ogulnego prawidła układając Reg. prop.,
będzie: $100 + 13 \frac{1}{2}$, czyli: $113 \frac{1}{2}$.

: : 2680. x. Albo podwoiwszy dwa
pierwsze terminy, będzie: 227. 27 : :
2680. x.

A



$$\text{A zatym: } x = \frac{2680 \times 27}{227} = \frac{72360}{227}$$

$$= 318 + \frac{174}{227}, \text{ tak iako się wyżej zna-}$$

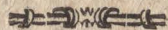
lazło, szukając sposobu solwowania tego Zagadnienia.

$$\text{Tak i w trzecim Zagadnieniu } m = 7650, \\ e = \frac{161}{36}, \text{ więc: } 100 + \frac{161}{36} = \frac{161}{36} \\ :: 7650. x.$$

Albo gubiąc frakcyą, czyli przez 36 pierwszy termin 100 mnożąc, a do produktu Licznika 161 przyległej frakcyi dodając, będzie: 3761. 161 :: 7650. x.

$$\text{A zatym: } x = \frac{7650 \times 161}{3761} = \frac{1231650}{3761}$$

$$= 327 + \frac{1803}{3761}, \text{ iak się na tamtym mieu-} \\ \text{scu rezolwowało.}$$



R E-



REZOLUCYA.

Ogólna Problematow wspan obroconych o defalkatach, to jest: takich, w których defalkata jest wiadoma, a procent roczny od 100 niemiadomy.

Cena towaru niech także będzie $= m$, defalkata od niej $= e$, defalkata zaś od 100 roczna $= x$. Pierwsza defalkata od m , znajdzie się, czyniąc Reg. prop.: 100. $x :: m. \frac{mx}{100}$. Defalkata więc od $m = \frac{mx}{100}$,

czyniąc zaś: 100. $x :: e. \frac{ex}{100}$, bę-

dzie: $\frac{ex}{100}$ procent od e . Lecz że defalkata od e z swym procentem po x od 100 na rok, powinna być równa defalkacie od m roczney, a ta druga defalkata $= \frac{mx}{100}$, wy-

$$\text{padnie pomiar: } e + \frac{ex}{100} = \frac{mx}{100},$$

czyli

czyli gubiąc frakcye: $100e + ex = mx$, przenosząc zaś, będzie: $100e = mx - ex$. Na koniec odłączając współczynniki od przyległych ilkości, będzie: $100xe = m - ex$.

Ztąd ta się wyciągnie proporcya: $m - e$.
 $e : : 100. x$.

Tak więc, gdy się czyni defalkata e od ceny towaru m , dla wypłacenia przed rokiem założoney summy, łatwo dość można procentu od 100, czyniąc tę proporcya: tak się ma cena towaru m , zmniejszona defalkatą e , do teyże samey defalkaty e , iak się ma 100 do czwartego terminu x , albowiem ztąd wypadnie kwota procentu rocznego od 100, np. gdyby szło rezolwowanie Zagadnienia, gdzie cena towaru $m = 2680$, a defalkata od niey

72360
 $e = \frac{72360}{227}$, kwota zaś procentu rocznego od

$100 = x$. Uczyni się więc ta proporcya:
 $72360 \quad 72360$
 $2680 - \frac{72360}{227} : : 100. x$.

Czyli mnożąc pierwszy termin przez 227, będzie: $608360 - 72360. 72360 : : 100. x$.

Albo: $536000. 72360 : : 100. x$.

Zkąd pomiar: $x = \frac{7236000}{536000} = \frac{7236}{536}$

$= 13 + \frac{268}{536} = 13 + \frac{1}{2}$, iako pod tymże Zagad. widzieliśmy.

ZAGADNIENIA.

O Wexlach.

TRudność przewożenia pieniędzy z miejsca na miejsce, zwłaszcza odległe, niebezpieczeństwo same przewozu, różność monet krajowych, kędy zdarza się woiażować, albo mieć iakieś współkowanie, skutecznemi były powodami do ustanowienia we wszystkich prawie rządnych Narodach kart zamiannych *lettres de Change*, czyli Wexlow. Karta zamianna jest pismo, za którego oddaniem, oddawca odbiera pieniądze, w tymże piśmie wyrażone od korespondenta, do którego to pismo dane. Trafia się pospolicie, że ten, który daie kartę zamianną, nie winien osobie, która ją odbiera; potrzeba więc, aby osoba odbierająca rzeczoną kartę, wypłaciła na miejscu dającemu taką sumę, na jaką bierze kartę. Ponieważ zaś taka pieniądze za kartę i karty za pieniądze zamiana jest ni by rodzajem iakimś handlu; ci ktorzy się tym bawią, nazywają się bankierami, i mają z tego, że tak rzekę, kunsztu swego zysk, biorąc procent od 100 różny podług różnych kra-

kraiowych zwyczajów, albo podług umowy przez samychże Bankierów czynionej, z temi, którym Wexle oddaia. Procz summy tedy Wexlowej, czyli w karcie zamianney wyrażonej, dać się Bankierom pewny procent w nadgrode Wexlu teyże summie odpowiadający. W czym zachodzi dwoiaki przypadek, który następujące wyłoży i objaśni Zagadnienie.

ZAGADNIENIE

Kawaler woiażować mający, z Warszawy do Paryża gotowych nie wiezie pieniędzy, ale 1500 Czerwonych Złotych składa u Bankiera Warszawskiego, i bierze od niego Wexel, czyli kartę zamianną na tę samą sumę do Bankiera Paryskiego, z tym warunkiem, żeby w Warszawie procentu nie zapłaciwszy od pieniędzy, które ma w Paryżu odebrać, zapłacił tamiecznemu Bankierowi po 3 od 100. Pyta więc, iak zmniejszoną od tego Bankiera ma odebrać sumę?

REZOLUCYA.

Gdyby ow Kawaler chciał w Paryżu odebrać w całości 1500 Czerwonych Złotych powinienby u Bankiera Warszawskiego złożyć 1545 Czerwonych Złotych, to jest: Summę 1500 Czerwonych Złotych, i 45 procentu Wexlowego, gdyż jeżeli 100 dać 3 pewna jest,

jest, że 1500 dać 3 razy 15, czyli 45, a zatem Zagadnienie to przez zwyczajną Regułę prop. rezolwowałoby się. Lecz że Wexel na Czerwonych Złotych 1500 do Paryża dany składać się ma y z sumy wexlowanej, y z procentu od niej po 3 od 100, iasna rzecz, że oddawca karty zamianney nie odbierze w Paryżu spełna Czerwonych Złotych 1500. Odetnie albowiem od niej tamieczny Bankier procent Wexlowy, a ten procent niewyniesie tam już Czerwonych Złotych 45. Ponieważ procent po 3 od 100 nie powinien się tam płacić, tylko od tej summy, którą w samym Paryżu odbierze wzmiankowany Kawaler. A że, iako się rzekło, nie odbierze tam w całości summy 1500, ale zmniejszoną procentem, toć procent ow zmniejszyć się także nieco musi. Summa więc, którą w Paryżu odbierze $=x$, z procentem od niej po 3 od 100, będzie $=1500$. Zeby zaś znaleźć ten procent od summy x , szukać go trzeba przez Regułę prop. ponieważ 100 dać 3, wieleż

da x ? będzie: $\frac{3x}{100}$, a ztąd wyidzie po-

miar: $x + \frac{3x}{100} = 1500$.

Zgubiwszy frakcyą, będzie: $100x + 3x = 150000$.

Czyli: $103x = 150000$.

Czy-



$$\text{Czyli: } x = \frac{150000}{103}$$

Czyli: $x = 1456 + \frac{32}{103}$, to jest: x
 $= 1456$ Czerwonych Złotych $+ \frac{32}{103}$ Złotych $\frac{5}{29}$
 (rachując na Czerwony Złoty Złotych Pol-
 skich 17) $+ \frac{29}{103}$, to jest i groszy 8 ,

$$+ \frac{46}{103}, \text{ to jest i szel. } 1 + \frac{35}{103}$$

Oddawca tedy karty zamianney, czyli
 Wexlu nie odbierze w Paryżu tylko Czerwonych
 Złotych 1456 , Złotych 5 , groszy 8 ,
 szel. $1 + \frac{35}{103}$, chociaż złożył on lub

kto inny za niego u Bankiera Warszawskiego
 spełna Czerwonych Złotych 1500 . A zatym
 zysk Bankiera Paryskiego jest mniejszy niż
 45 Czerwonych Złotych, gdyż odciągnąwszy
 summę z Wexlu Paryskiego odebraną Czer-

wonych Złotych $1456 + \frac{32}{103}$ od złożo-
 nej w Warszawie 1500 , zostanie tylko Czer-
 wonych Złotych $43 + \frac{71}{103}$ zysk Paryskie-

go



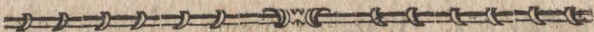
go Bankiera. Wszakże summa z Wexlu ode-
 brana $1456 + \frac{32}{103} + 43 + \frac{71}{103}$,
 i powiększona procentem od niey wytrąconym
 $= 1499 + \frac{103}{103} = 1500$. C. B. D. R.

Gdzie z samey operacyi łatwo każdy po-
 znać może, że ta Rezolucya nie różni się od
 sposobow rezolwowania Problematów o defal-
 katach, a zatym i tu możnaby wygodnie użyć
 ogulney Rezolucyi wyżej danej w ten spo-
 sob: $103. 3 : : 1500. \frac{1500 \times 3}{103} =$

$$\frac{4500}{103} = 43 + \frac{71}{103} \text{ \&c.}$$



ROZ-



RODZIAŁ IV.

O rozwiązaniu Problemów nieokreślonych, czyli niedeterminowanych.

ZADANIE I.

Jak się Zagadnienie proste, nieokreślone (indeterminatum) na pomiary obraca, i rozwiązuje?

Już się namieniło na początku Rozdziału trzeciego, kiedy nieokreślone bywa Zagadnienie. Bywa w ten czas, gdy więcej w swoich warunkach ma rzeczy niewiadomych, niż wiadomych, a zatym na tyle obrocić się nie może pomiarów, ile w sobie zamyka ilości niewiadomych, i dla tego te pomiary, na które takie Zagadnienie się obraca, muszą w sobie po dwa lub kilka razy też samą niewiadomą ilość mieścić, przeto niemogą się tak zredukować, żeby przy iedney tylko niewiadomey ilości ostatni został pomiar. Z dwoma tedy albo kilkoma zawsze zostać, i trzeba koniecznie z nich iedney, a czasem i dwom, podług swego upodobania naznaczyć cenę, żeby cena wszystkich niewiadomych mogła się odkryć. Z tym wszystkim powszechnych Przepisów danych w drugim i trzecim Rozdzia-



dziale, i w tych solwowaniu Problematów trzymać się potrzeba.

Potrzeba zatym i tu nayprzód za ilości zakładać litery, pierwsze za wiadome, a ostatnie za niewiadome. Powtore: Podług warunków Zagadnienia, tyle ułożyć pomiarów, ile tylko można. Potrzebie: Pomiary podług Reguł danych poty redukować, poty terminy przekładać, i albo dodawać, albo odciągać, albo mnożyć, albo dzielić, poki w iedney pomiaru części niezostanie iedna tylko niewiadoma ilość, a w drugiej poki wiadome nie będą z niewiadomemi, ale różnemi od owej niewiadomey, która sama w pierwszej pomiaru części została. Poczwarte: Mając już taki pomiar, toż dopiero niewiadomey ilości owej, która między wiadomemi na mieyscu ceny jest umieszczoną, trzeba podług swego rozumienia naznaczyć cenę, przez tę cenę innych łatwo się odkryć. Rzecz tę objaśnią

PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE I.

Pewny 100 Złotych odłożył na wino trojakiiego gatunku. Pierwszego butelka jest po Złotych 7. Drugiego po Złotych 5. Trzeciego po Złotych 3. Chce zaś z tego trojakiiego gatunku wina, wziąć butelek 18 tyl-

u

ko.

ko. Pytam wiele butelek wina brać powinien pierwszego gatunku, wiele drugiego, wiele nareszcie trzeciego, żeby za 18 butelek wina zapłacił Złotych 100?

REZOLUCYA.

Nayprzód: $18 = a$, $100 = b$, liczba niewiadoma butelek pierwszego gatunku $= x$, drugiego $= y$, trzeciego $= z$. Powtore: podług warunkow cena pierwszego będzie $= 7x$, drugiego $= 5y$, trzeciego $= 3z$. Ze zaś wszystkie te trzy ceny wyrównać powinny 100 Złotych, więc pierwszy tak układa się pomiar: $7x + 5y + 3z = b$. Potym, że wina wszystkiego nie więcej kupić trzeba, tylko butelek 18, będzie drugi pomiar ten: $x + y + z = a$.

J już ci więcej z tego Zagadnienia, procz tych dwóch, wyciągnąć nie można pomiarow, a przecię w nim trzy mieszczą się ilości niewiadome; oczywista tedy, że Zagadnienie to nie jest określone.

Potrzenie: Zamień drugi pomiar w ten $x = a - y - z$.

A cenę tę załóż w pierwszym pomierze za x , rozmnożywszy ją wprzód przez 7, będzie: $7a - 7y - 7z + 5y + 3z = b$.

Czyli: $7a - 2y - 4z = b$.

$$7a - b$$

Nareszcie: $y = \frac{7a - b}{2} - 2z$.

2

Z tego

Z tego ostatniego pomiaru już nie wyrugiesz niewiadomey z , dla tego, że w tym Zagadnieniu trzy są ilości niewiadome, a trzeciego pomiaru nie masz. Trzeba więc, żebyś niewiadomey z naznaczył cenę podług swego upodobania. W czym jednak trzeba ostrożności, żeby tak wielkiey nie naznaczać ceny ilości z , ażeby z dalszey redukcji, drugiey ilości niewiadomey x wypaść musiała cena odciążna, albo cyfrze równa. Niechże będzie $z = 3$. Cenę tę założywszy za z , ostatni ow pomiar w ten się zamieni: $y = 7a - b$

$$\frac{7a - b}{2} - 6$$

2

A zatym cena niewiadomey ilości y już odkryta. Założywszy albowiem za litery li-

$$126 - 100$$

czby, będzie: $y = \frac{126 - 100}{2} - 6 = 7$.

2

Żebyś zaś o cenie także niewiadomey x dowiedział się, w pomierze $x = a - y - z$, za y załóż cenę już znaną, to jest 7, za z załóż cenę podług swego upodobania naznaczoną, to jest 3, będzie: $x = 18 - 7 - 3 = 8$.

J tak masz już wszystkich trzech niewiadomych ilości wiadomą cenę, to jest: $x = 8$, $y = 7$, $z = 3$, a wszystkie dodane $= 18$. Doświadczenie. Albowiem $8 \times 7 + 7 \times 5 + 3 \times 3 = 56 + 35 + 9 = 100$. Gdybyś

U₂

zaś

zaś w przedostatnim pomierze $7a - 2y - 4z$
 $= b$, szukał ceny niewiadomey z , wypadłoby:

$$z = \frac{7a - b - 2y}{4}, \text{ to jest: założywszy liczby}$$

za litery, a za y domyslną cenę 3, byłoby
 $126 - 100 - 6$

$$z = \frac{20}{4} = 5. \text{ Co naiedno wy-}$$

niesie. Bo tę cenę założywszy w pomierze:
 $x = a - y - z$ za z , będzie: $x = 18 - 3 - 5$
 $= 10$. A zatym będzie: $3 + 5 + 10 = 18$.
 C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

DAie Pan iasnużny 100 Złotych, na taki
 20 ubogim podział, żeby z tej summy
 każdy męszczyzna wziął Złotych 7. Każda
 kobieta wzięła Złotych 5, a każde dziecko
 wzięło Złoty 1. Zgadnij liczbę męszczyzn,
 kobiet i dzieci?

REZOLUCYA.

Nazwy liczbę męszczyzn x , kobiet y ,
 dzieci z , 100 niech będzie $= a$, $20 = b$;
 wypadnie pomiar pierwszy: $x + y + z$
 $= b$.

Pomiar drugi: $7x + 5y + z = a$.

Ce-

Cena z pierwszego pomiaru: $z = b -$
 $x - y$.

Z drugiego: $z = a - 7x - 5y$.

Więc składając obydwie ceny: $b - x$
 $- y = a - 7x - 5y$.

Przenosząc b , potym $-y$, nareszcie $-$
 $7x$, będzie: $6x = a - b - 4y$.

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{a - b - 4y}{6}.$$

Naznaczając podług upodobania cenę $4y$,
 taką iednak, żeby potym ceny x bez frakcyi
 doysć można, np. 8, będzie: $x = \frac{80 - 32}{6}$
 $= 8$.

Tę cenę x , zakładając za x w pomierze
 pierwszym, będzie: $z = 20 - 8 - 8 = 4$.

Więc jeżeli $y = 8$, toć $x = 8$, $z = 4$,
 a zatym $8 + 8 + 4 = 20$. Wszakże $8 \times 7 =$
 56 , $8 \times 5 = 40$, $4 \times 1 = 4$. Co wynosi Zło-
 tych 100. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

NA Wołoszczyźnie troiakię są przedayne
 konie, ogiery po Czerwonych Złotych
 47, cugowe po Czerwonych Złotych 32, i
 formańskie po Czerwonych Złotych 19. Wy-
 syła tam Pan Koniuszego swego na skupienie
 12 koni za 390 Czerwonych Złotych. Ko-
 niuszzy za ogierow 2, cugowych 6, formań-
 skich



skich 4 chcąc zapłacić Czerwonych Złotych 362, widzi że mu zbywa nadto Czerwonych Złotych 28. Pyta więc Rachmistrza, wiele koni z każdego gatunku ma kupić, żeby ich 12 było, a z danych pieniędzy nie nie zostało?

REZOLUCYA.

Niech będą ogiery x , cugowe konie y , formanckie z ; będzie pierwszy pomiar: $x + y + z = 12$.

Drugi zaś podług warunków: $47x + 32y + 19z = 390$.

Cena x w pierwszym pomiarze jest: $x = 12 - y - z$.

Którą założywszy za x w drugim pomiarze, rozmnożoną wprzód przez 47, będzie: $564 - 47y - 47z - 32y + 19z = 390$.

Czyli: $564 - 15y - 28z = 390$.

Czyli przekształcając: $564 - 390 - 15y = 28z$.

Odcinając: $174 - 15y = 28z$.

Dzieląc: $\frac{174 - 15y}{28} = z$.

A tu dopiero cenę niewiadomej ilości y naznaczywszy np. 6, będzie: $z = \frac{174 - 90}{28}$.



84

Czyli: $z = \frac{84}{28}$.

28

Czyli na koniec: $z = 3$.

Już iczeli $y = 6$, $z = 3$, toć: $x = 12 - y - z$.

Czyli: $x = 12 - 6 - 3 = 3$.

Lecz x założone za ogiery, więc ogierów 3, y za cugowe konie, więc tych 6, z za formanckie, więc tych 3, a wszystkich razem 12.

Wszakże: $3 \times 47 = 141$.

$6 \times 32 = 192$.

$3 \times 19 = 57$.

A to wszystko wynosi: Czer. Zł. 390.

C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

DWadzieścia Osob przez Wisłę przeprowu-
iąc się, tak od przewozu płacą. Każdy
mężczyzna od osoby swojej dać 3 grosze,
każda białogłowa 2 grosze i szelągów 2, ka-
żde dziecko grosz 1 i szeląg 1. Przewoźnicy
odebrawszy te pieniądze, narachowali 20 gray-
carów. Pytam, wiele się przewoziło mę-
szczyn, wiele białogłów, a wiele dzie-
ci?

➔ ○ ➔

R E Z O L U C Y A.

Niech będzie liczba męszczyzn x , białogłów y , dzieci z . Pierwszy pomiar będzie: $x+y+z=20$.

Drugi pomiar, ponieważ każdy męszczyzna płaci 3 grosze, białogłowa 2, i szelągów 2, dziecko grosz 1 i szeląg 1, zredukowawszy grosze na szelągi, będzie: $9x+8y+4z=120$.

To jest: równe to wszystko będzie graycarów 20, czyli zredukowawszy, szelągom 120. Cena z jest w pierwszym pomierze: $z=20-y-x$.

Którą gdy załóżysz w drugim za $4x$, będzie: $9x+8y+80-4y-4x=120$.

Czyli: $5x+4y+80=120$.

Czyli: $5x=120-80-4y$.

To jest: $5x=40-4y$.

Na koniec: $x = \frac{40-4y}{5}$.

Naznaczywszy już cenę y np. 5, będzie:

$$x = \frac{40-20}{5} = 4.$$

Kiedy zaś $y=5$, $x=4$, toć $z=20-y-z$. Czyli: $x=20-5-4=11$. Przewoziło się więc męszczyzn 4, białogłów 5, dzieci 11. Albowiem 4×9 , 5×8 , 11×4 , uczyni to wszystko $36+40+44$,
czy-

czyli szelągów 120, to iest graycarów 20. C. B. D. R.

➔ ○ ➔

ZAGADNIENIE V.

KUcharz kupuje iay 20 za groszy 20, iaie gęsie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych po dwa za grosz. Pytam, wiele pierwszych iay, a wiele drugich, i trzecich za groszy 20 kupi?

R E Z O L U C Y A

Gęsie iaia $=x$, kacze $=y$, kurze $=z$.

Pomiar pierwszy: $x+y+z=20$.

Pomiar drugi: $3x+2y+\frac{1}{2}z=20$.

Cena w pierwszym pomierze: $x=20-y-z$.

Którą w drugim od frakcyi uwolnionym: to jest w pomierze założywszy: $6x+4y+z=40$.

Będzie: $120-6y-6z+4y+z=40$.

Przeniośszy zaś: $120-40-2y=5z$.

Na koniec, będzie: $z = \frac{120-40-2y}{5}$.

$$= \frac{80-2y}{5}.$$

Tu



Tu już y naznaczając cenę domyslną np.

$$\begin{array}{r} 80 - 10 \quad 70 \\ 5 \quad 5 \\ \hline \end{array} = 14.$$

A że $z=14$, więc $x=20-y-z=20-5-14=1$.

Było więc iay gęślich przez x oznaczonych $=1$, kaczych przez y wyrażonych $=5$, kurzych przez z wyrażonych $=14$. Co czyni 20. Doświadczenie. Ponieważ gęśie iaie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych para po groszu 1.

Więc: $3 \times 1 = 3$ gr.

$$2 \times 5 = 10$$

1

$$\frac{1}{2} \times 14 = 7$$

2

A Summa cała

$$20 = 20$$

C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

TRafia się do kupienia nie drogi Zegarek. Trzech Braci, życząc go sobie na powszechne użycie nabyć, tak się o wspólną zań płać umawiają: pierwszy mówi drugiemu i trzeciemu, dam ja wszystkie moje pieniądze, wy dajcie połowę waszych, a kupimy Zegarek. Owszem, rzeczę drugi, ja dam moje
 wszy-



wszystkie, a wy trzecią tylko część swoich, dosyć będzie na zapłacenie Zegarka. Trzeci na koniec powie, będzie nasz Zegarek, byleście do moich, które mam przy sobie pieniędzy, część czwartą waszych przydałi. Pytam ile z nich każdy miał, i za Zegarek dawał pieniędzy, a ile ow Zegarek wartował?

REZOLUCYA.

Założ za pieniądze pierwszego x, drugiego y, trzeciego z, za Zegarek założ t. Wypadną z trzech warunkow Zagadnienia trzy

$$\text{pomiary, Pierwszy: } x + \frac{y+z}{2} = t.$$

$$\text{Drugi: } y + \frac{x+z}{3} = t.$$

$$\text{Trzeci: } z + \frac{x+y}{4} = t.$$

Gubiąc frakcyą w pomierze pierwszym, będzie: $2x + y + z = 2t$.

Gubiąc frakcyą w drugim, będzie: $3y + x + z = 3t$.

Gubiąc na koniec frakcyą w pomierze trzecim, będzie: $4z + x + y = 4t$.

Już żebyś zgubił iedną którą z niewiadomych ilkości, np. z, odciągnij pierwszy pomiar



miar wolny od frakcyi od drugiego także wolnego, będzie: $2y - x = t$.

A w tym pomierze znalazłszy cenę x , to jest: $2y - t = x$, czyli: $x = 2y - t$, załóż ją za x , w drugim pomierze, to jest w tym: $3y + x + z = 3t$.

Będzie: $3y + 2y - t + z = 3t$.

Czyli: $5y + z = 4t$.

Albo: $z = 4t - 5y$.

Masz tedy dwóch już niewiadomych cenę: $x = y - t$.

J cenę: $z = 4t - 5y$.

Obydwe więc te ceny załóż w trzecim pomierze za te same niewiadome ilkości, będzie: $16t - 20y + 2y - t + y = 4t$.

Czyli redukując przez Reguły powszechne, będzie: $11t = 17y$.

Podziel na koniec przez 17, będzie:

$$\frac{11t}{17} = y.$$

17

Zakładaj teraz za niewiadomą ilkość t cenę domyslną np. Czerwonych Złotych 17,

$$\frac{11t}{17} = \frac{187}{17} = 11.$$

A zatym $y = 11$. Toż w pomierze $x = 2y - t$ zakładając za $2y - t$ cenę dopiero znalezioną 11, y domyslną 17, będzie: $x = 22 - 17 = 5$.

Potym w pomierze: $z = 4t - 5y$.

Za-



Zakładając wyszukane ceny, będzie: $z = 68 - 55 = 13$.

x więc, czyli pierwszy z owych Braci ma Czerwonych Złotych 5; y , czyli z nich drugi ma 11; z , czyli trzeci ma 13.

Doświadczenie. Pierwszy dając wszystkie swoje pieniądze, z połową drugiego i trzeciego, to jest $5 + 12$, pokazuje, iż cena Zegarka jest Czerwonych Złotych 17. Drugi dając swoje wszystkie z trzecią częścią pierwszego i trzeciego, to jest: $11 + 6$, pokazuje też samę Zegarka cenę, to jest: Czerwonych Złotych 17. Trzeci dając swoje wszystkie z czwartą częścią dwóch pierwszych, to jest $13 + 4$ pokazuje także rzeczoną sumę, czyli Czerwonych Złotych 17. Więc nieokreślone Zagadnienie przez takie określenie, czyli domyslnę założenie ceny, jest uświadczone. C. B. D. R.

Prześtroga. Zakładając domyslną cenę w tym lub podobnym Zagadnieniu, uważać trzeba, żeby się nie wpędzić w frakcyę niezbyte. W tym Przykładzie możnaby 17 we dwójnasob, we trojnasob (duplum, triplum &c.) założyć. Na wzor tego Problemata inne ułożone podobnie solwują się np. Zagadnienia o naieciu stancyi, stołu, karety, szkury, o kupieniu Dworku, Konia, i t. d.

Z A-



ZADANIE II.

Jak się rezolwują Zagadnienia nieokreślone o przymieszkach kruszców, i doświadczeniu robot Złotniczych?

NAmieniło się w poprzedzającym Rozdziale pod Zadaniem 4, że Zagadnienia o przymieszkach trzech lub więcej kruszców, a zatem i o doświadczeniu robot Złotniczych, w które kilku razem kruszców przymieszka weszła, są nieokreślone, a to z tej przyczyny, iż więcej zawierając w sobie niewiadomych ilości, niż wiadomych, nie mogą się na tyle pomiarów obrocić, ile niewiadomych mają w sobie ilości, przeto i w tych Zagadnieniach rezolucyach domyślą naznaczać trzeba cenę jednej ktorej z niewiadomych, aby się innych dwóch, albo dwom, aby się innych dwóch cena rzetelna doszła. Jako się pokaże w następujących Zagadnieniach, z których pierwsze będą o przymieszkach kilku kruszców do roboty danych, drugie o doświadczeniu tychże przymieszek w samej robocie, gdzie wypuszczać z pamięci nie trzeba tego wszystkiego, co się w wyższym Rozdziale o kruszczach do wiadomości podało.

ZA



ZAGADNIENIA

O przymieszkach kilku kruszców do roboty danych.

ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce złota, srebra i miedzi. Ma kto troiaki kruszec, złoto, którego, łot, po Złotych Polskich 72, srebro, które-

go łot po Złotych $4 + \frac{1}{2}$ i miedź, kto-

rey łot po poł - srebrnego grosza, czyli po $\frac{1}{8}$

Złotego, a chce mieć zrobioną z tych trzech kruszców rzecz ważącą 15 łotów, łot zaś w robocie niewartuiący tylko 50 Złotych. Pytam, ile zmieszać ma tych kruszców Złotnik, aby przerzeczonym warunkom uczynił zadosyć?

REZOLUCYA I.

Niewiadome łoty złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pierwszy pomiar: $x + y + z = 15$, czyli: $z = 15 - x - y$.

Drugi: $72x + \frac{9y}{2} + \frac{z}{8} = 15 \times 50 = 750$.

Gu-



$$\text{Gubiąc frakcye: } 144x + 9y + \frac{2z}{8} = 1500.$$

$$\text{Czyli: } 1152x + 72y + 2z = 12000.$$

$$\text{Zakładając cenę z: } 1152x + 72y + 30 - 2x - 2y = 12000.$$

$$\text{Czyli redukując: } x = \frac{11970 - 70y}{1150}.$$

$$\text{Naznaczając zaś nadomyślną cenę niewiadomey y, np. 1 łot, będzie: } x = \frac{11970 - 70 \times 1}{1150}$$

$$= \frac{11900}{1150} = \frac{1190}{115} = 10 + \frac{40}{115} \text{ czyli: } \frac{8}{23}.$$

A jeżeli $x = 10 + \frac{8}{23}$, y zaś =

$$1, \text{ więc } z = 15 - x - y = 15 - 10 + \frac{8}{23} - 1 = 4 - \frac{8}{23} = 3 + \frac{23-8}{23} = 3 + \frac{15}{23}.$$

15. Więc złota łotów przeszło 10, srebra 23 łot 1, a miedzi łotów 3 przeszło, zmieszać srebra, żeby się stało zadosyć warunkom. Do-



$$\text{Doświadczenie. Albowiem nayprzód: } 10 + \frac{8}{23} \times \frac{576}{23} = 720 + \frac{576}{23} = 745 + \frac{1}{23};$$

$$\text{powtore: } 1 \times \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2}; \text{ po-}$$

$$\text{trzecie: } 3 + \frac{15}{23} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{15}{184}, \text{ czy-}$$

$$\text{li redukując do 1 Mian. przez 23: } \frac{69 + 15}{184} = \frac{84}{184}, \text{ czyli redukując przez 4: } \frac{21}{46}.$$

$$\text{A że } 745 + 4 + \frac{1}{23} + \frac{1}{2} = \frac{21}{46}, \text{ czyli: } \frac{25}{46} + \frac{21}{46} = \frac{46}{46}, \text{ czyli: } 1 = 750,$$

więc stało się dosyć warunkom. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Dać kto do roboty złoto czyste, którego grzywna Kolonika nie bira po Czerwonych Złotych 63, srebro

W



bro pieniężne, ktorego grzywna po Czerwonych Złotych $3 + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{7}{2}$ i miedź,

ktorey grzywna po Złotych 2, czyli po $\frac{1}{9}$

Czerwonego Złotego, i chce, aby w tey robocie nie było tylko grzywien 6, a grzywna każda nie wartowała tylko Czerwonych Złotych $42 + \frac{23}{72}$, czyli: i po poł-szofta pr-

wie Złotego. Pytam, ile w takiej robocie zmieszać danych kruszców trzeba, żeby przymieszka warunkom odpowiadała?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pomiar pierwszy: $x + y + z = 6$, czyli: $x = 6 - y - z$.

$$\text{Drugi: } 63x + \frac{7y}{2} + \frac{z}{9} = 6 \times 42$$

$$+ \frac{23}{72} = 252 + \frac{138}{72} = 253 + \frac{11}{12}$$

Gu-



Gubiąc frakcye, będzie: $126x + 7y +$

$$\frac{2z}{9} = 506 + \frac{22}{12}$$

$$\text{Czyli: } 1134x + 63y + 2z = 4554 + 198$$

12

$$\text{Czyli: } 13608x + 756y + 24z = 54648 + 198 = 54846$$

Zakładając zaś cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $81648 - 13608y - 13608z + 756y + 24z = 54846$.

$$\text{Czyli redukując: } 26802 - 12852y = 13584z$$

$$\text{Czyli: } z = \frac{26802 - 12852y}{13584}$$

Naznaczając zaś nadomyśł cenę niewiadomey y , np. $\frac{1}{2}$, będzie:

$$z = \frac{26802 - 12852 \times \frac{1}{2}}{13584} = \frac{26802 - 6426}{13584} = \frac{20376}{13584} = 1 + \frac{6792}{13584}$$

$$\begin{array}{r} 26802 - 12852 \times \frac{1}{2} \\ \hline 20376 \\ \hline 13584 \end{array} = 1 + \frac{6792}{13584}$$

W 2



$$= 1 + \frac{1}{2}. \text{ A jeżeli } y = \frac{1}{2}, z = 1$$

$$+ \frac{1}{2}, \text{ toć } x = 6 - y - z = 6 - \frac{1}{2} -$$

$$1 + \frac{1}{2} = 5 - \frac{2}{2} = 4. \text{ Doświadczenie}$$

$$\text{Wszakże } 4 \times 63 = 252; \text{ potem: } \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} =$$

$$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}; \text{ na koniec, } 1 + \frac{1}{2}, \text{ czy}$$

$$\text{li: } \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}. \text{ A że } 252 +$$

$$1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}, \text{ czyli: } \frac{18 + 4}{24} = 253$$

$$+ \frac{22}{24}, \text{ czyli: } \frac{11}{12}. \text{ Więc i t. d.}$$

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do dwoiakiego srebra. Z dwoiakiego srebra, to jest: 14 próby, którego grzywna pospolita kosztuje Złotych 63, (gdyż jeżeli 16 łotów srebra czystego, czyli grzywna pospolita próby 16, ko-



kosztuje Złotych 72, toć łotów 14, czyli grzywna srebra próby 14 kosztuje Złotych 63) i próby 12, którego takąż grzywna kosztuje Złotych 54, chce kto mieć rzecz zrobioną taką, któraby ważyła grzywien 9, a grzywna każda wartowała tylko Złotych 45, a zatym była próby 10. Pytam, ile z owego dwoiakiego srebra, a ile z miedzi, które grzywna po Złotych 2, ma Złotnik wziąć części i zmieszać, żeby w robocie było 9 grzywien 10 próby?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny srebra 14 próby $= x$, 10 $= y$, miedzi $= z$. Pomiar pierwszy: $x + y + z = 9$, czyli: $x = 9 - y - z$.

Drugi: $63x + 54y + 2z = 9 \times 45 = 405$.

Zakładając cenę x : $567 - 63y - 63z + 54y + 2z = 405$.

Redukując: $162 - 61z = 9y$, czyli: $y = \frac{162 - 61z}{9}$.

9

Naznaczając zaś cenę nadomyślną niewiadomej z , np. 2, będzie: $y = \frac{162 - 61 \times 2}{9}$

9

=



$$\frac{162-122}{9} = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}. \quad A$$

iczełi $y = 4\frac{4}{9}$, $z = 2$, toć $x = 9 - y$

$$z = 9 - 4\frac{4}{9} = 2 = 9 - 6\frac{4}{9}$$

$$= 3 - \frac{4}{9} = 2\frac{9-4}{9} = 2\frac{5}{9}$$

Wszakże I. $2\frac{5}{9} \times 63 = 126\frac{5}{9}$

315 $\frac{4}{9} \times 54 = 216$

216 $\frac{216}{9} = 240$. III. $2 \times 2 = 4$. A że

161 + 240 + 4 = 405, więc niezawodnie, zmieszawszy razem grzywni srebra 14 próby

$2\frac{5}{9}$, a 12 próby $4\frac{4}{9}$, nadto miedzi

2, będzie w robocie grzywni 9. Ze zaś grzywny te są próby 10, łatwo uznasz, gdy uważysz, że grzywna jedna próby 10 kosztuje Złotych 45; A że tu takich grzywni zna-



znalazło się 9, więc dzieląc 405 przez 9, Wieloraz być powinien 45; co gdy tak jest, niepochybnie srebro to jest 10 próby. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

O Przymieszce czystego srebra do podleyszego dwoiakiemu gatunku, dla polepszenia iego próby. Z dwoiakiemu srebra, pierwszego próby 10, a drugiego 8, z których tamtego grzywna po Złotych 45, tego zaś po Złotych 36, chce kto mieć naczynie zrobione, 5 grzywni ważące, a grzywny te wyższej próby, niżeli iego jest srebro, np. próby 12, wartujące po Złotych 54. Pytam, ile Złotnik czystego srebra, którego grzywna pospolita po Złotych 72, ma przymieszać do podleyszego dwoiakiemu próby, aby wystawił żądane naczynie?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny czystego srebra $= x$, srebra 10 próby $= y$, 8 próby $= z$. Pierwszy pomiar będzie: $x + y + z = 5$, czyli: $x = 5 - y - z$.

Drugi: $72x + 45y + 36z = 5 \times 54 = 270$.

Zakładając zaś cenę x , będzie: $360 - 72y - 72z + 45y + 36z = 270$.

Re-



Redukując, będzie: $90 - 27y = 36z$, czy-
li: $z = \frac{90 - 27y}{36}$.

Naznaczając cenę niewiadomey y , np. 2,
 $90 - 27 \times 2 = 90 - 54 = 36$
będzie: $z = \frac{36}{36} = 1$. A kiedy: $z = 1$, $y = 2$, toć: $x = 5 - y - z = 5 - 2 - 1 = 2$.

Wszakże I. $2 \times 72 = 144$. II. $2 \times 45 = 90$. III. $1 \times 36 = 36$.

A że $144 + 90 + 36 = 270$, więc 2 grzywien czystego srebra przymieszać trzeba do 2 proby 10, i 1 proby 8; będzie w robocie 5 grzywien, a grzywna każda proby 12.

Albowiem 270 podzieliwszy przez 5, wypada 54 cena grzywiny srebra proby 12. C. B. D. R.

Prześtroga. Podobnym sposobem dochodzić można czworakich, i wielorakich kruszców przymieszek, kiedy ie tak mieszać trzeba, aby części odpowiadały umowionej ilkości i cenie roboty, lecz rzadko się trafia, takich przymieszek potrzeba, w którychby niektóre części mieszać się mające były niewiadome, kiedy zaś niektóre wiadome są, łatwo innych niewiadomych dość przez pospolitą Arytmetykę.

Z A-



ZAGADNIENIA.

O doświadczeniu robot troiakiego kruszczu niewiadomą przymieszkę mających.

CHociaż w przymieszkach troiakich kruszców dwa podlejsze za ieden pospolicie biorą się, np. w przymieszcze srebra i miedzi do złota, srebro i miedź za same srebro niższej próby brać się zwykło, a zatym Zagadnienia o takich przymieszkach rezolwować się mogą sposobem w poprzedzającym Rozdziale opisanym, atoli kiedy miarkuiemy, iakie dwa rodzaje podlejszych do przedniejszego i droższego kruszcza są przymieszane, możemy i przez nieokreślone pomiary doysć tey przymieszki, iako się w następującym Przykładzie okaże, który może służyć za model rezolwowania innych tego gatunku Zagadnień. Dał kto np. do zrobienia naczynia 10 grzywien złota niebardzo czystego, którego ciężkość porównana do ciężkości wody jest, iak 18 do 1. Zrobione naczynie i w wodzie zawężone, straciło wagi swoiey czyli iedney grzywiny $\frac{2}{3}$, a stracić nie miało tylko $\frac{5}{9}$ (gdyż

jeżeli 1 traci $\frac{1}{18}$, toć 10 traci $\frac{10}{18}$, czy-
li:



li: $\frac{5}{9}$) zkąd oczywiście pokazało się, iż w złocie była iakaś przymieszka. Wiadomo zaś, że do złota pospolicie miesza się srebro z miedzią, więc pytam, ile w tej robocie złota, a ile srebra i miedzi?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy: $x+y+z=10$, czyli: $x=10-y-z$.

$$\text{Drugi: } \frac{x}{18} + \frac{y}{10} + \frac{z}{8} = \frac{3}{18y}$$

Gubiąc zaś frakcye, będzie: $x + \frac{18y}{10}$

$$+ \frac{18z}{8} = \frac{36}{3} = 12.$$

$$\text{Czyli: } 10x + 18y + \frac{180z}{8} = 120.$$

$$\text{Czyli: } 80x + 144y + 180z = 960.$$

$$\text{Zakładając zaś cenę } x \text{ za } 80x, \text{ będzie: } 800 - 80y - 80z + 144y + 180z = 960.$$

$$\text{Czyli: } 64y = 160 - 100z, \text{ czyli: } y = \frac{160 - 100z}{64}.$$

64

Na-



Naznaczając już cenę niewiadomey z , np.

$$1, \text{ będzie: } y = \frac{160 - 100 \times 1}{64} = \frac{60}{64} = \frac{15}{16}.$$

$$\text{A kiedy } y = \frac{15}{16}, z = 1, \text{ toć } x = 10$$

$$- y - z = 10 - 1 + \frac{15}{16} = 9 + \frac{15}{16} = 8$$

$$\frac{16 - 15}{16} = \frac{1}{16}. \text{ Więc w robocie tej}$$

jest złota grzywien 8, i łot 1, srebra łotów 15, a miedzi grzywna 1. Doświadczenie.

$$\text{I. I. } \frac{1}{18} : : 8 + \frac{1}{16}, \text{ czyli: } \frac{129}{16}$$

$$\frac{129}{288} = \frac{43}{96}. \text{ II. I. } \frac{1}{10} : : \frac{15}{16} = \frac{15}{160}$$

$$= \frac{3}{32}. \text{ III. I. } \frac{1}{8} : : 1 = \frac{1}{8}. \text{ A że}$$

$$\text{nayprzód: } \frac{3}{32} + \frac{1}{8} = \frac{3 + 4}{32} = \frac{7}{32},$$

po-



$$\text{potym : } \frac{7}{32} + \frac{43}{96} = \frac{672+1376}{3072} =$$

2048

— , czyli: przez 1024 podzieliwszy =
3072

2

— stracie wagi roboty, więc dobrze się re-
3
zolvowało. C. B. D. R.

KONIEC CZĘŚCI PIERWSZEY.



RE-

REGISTR.

Wykład słow i znakow - - na karcie
I

ROZDZIAŁ I.

O Początkach Rachunkow Literalnych,
to iest :

I. O Skracaniu, czyli Redukcyi	- -	11
II. O Dodawaniu	- - -	14
III. O Odciganiu	- -	21
IV. O Mnożeniu	- - -	24
V. O Dzieleniu ilkości tak pojedynczych, iako i wielokrotnych	- - -	35

ROZDZIAŁ II.

O Rezolvowaniu Problematów w ogul-
ności, i o 4 Przepisach ogulnych
na też rezolvowanie - 50 it. d.

ROZDZIAŁ III.

O Rezolvowaniu Problematów w szcze-
gulności - - - 74

I. O Rezolvowaniu Problematów prostych określonych przez ieden pomiar, czyli ekwacyą	- - -	77
--	-------	----

II.

na karcie
II. III. O Rozdzielaniu tychże Problema-
tów przez kilka pomiarów 121 it. d.

IV. O Wiadomościach potrzebnych do re-
zolvowania Zagadnień o przy-
mieszkach kruszców - - 156

O sposobach onychże rezolvowania :

1. Chemicznym - - - 193

2. Hydraulicznym dawnym od Archimede-
sa wynalezionym - 201 it. d.

3. Hydraulicznym późniejszym - 218

V. O Rozdzielaniu Zagadnień pro-
stych określonych, w których równe
między ilościami względy czyli
proporcje zachodzą - - 260

O Defalkach Kupieckich i Wexlach 276 it. d.

ROZDZIAŁ IV.

O Rozdzielaniu Problematów nieokre-
ślonych czyli niedeterminowa-
nych :

I. w Ogulności - - - 304

II. w Szczegulności o przymieszkach kru-
szców, i doświadczeniu robot Zło-
tniczych - - - 318



OMYŁKI W DRUKU ZASZŁE.

Karta.	Wiersz.	Omyłka.	Czytały.
4	22	krory	ktory
8	23	cofficiens	coëfficiens
15	23	7a-1	7a- $\times$
21	9	wskystkie	wszystkie
24	2	ilkości literalne i poie- dyncze	ilkości literalne pojedyn- cze i wielokrotne
30	4	$-4x^2$	$-4x^2y$
38	8	odciągając współczynni- kow	odciągając wykładników
-	16	podzielny	dzielniczym
44	2	Wieloraz a b b c	a b -c
47	14	$4x^2 - 2xy$	$4x^2 - 4xy$
63	14	przez toż i	przez toż i
65	3	mnożysz inne terminy	dzielisz inne terminy
69	13	$-d = a$	$-d = 4a$
71	4	są współczynniki	są z współczynniki
72	21	za litery założone liczby	za liczby założone litery
75	11	pamiar	pomiar
-	28	warukow	warunkow
78	18	Zagadnienie osme niżej	Zagadnienie osme niżej na karcie 273
91	2	$= 77$	$= 67$
-	13	za dzień 6	za dzień b
-	14	6x	bx
93	9	$x = \frac{9}{10}$	$x = \frac{9}{10} = 9$
94	3	bęba	będa
103	9	$x = \frac{115200a}{240000x}$	$x = \frac{115200a}{24000x}$
121	2	więcey niż w dziesięciuro	więcey wdziesięciuro.
123	9	bierze się się	bierze się
125	10	$x \rightarrow a$	$x \rightarrow y = a$
-	11	$x = a - y$	$x = a + y$
134	3	w pierwszym i drugim pomierze	w pierwszym i trzecim pomierze
-	4	$x = a - y = c - z$	$a - y = c - z$
137	6	$415 = 60$	$4x15 = 60$

Karta.	Wiersz.	Omyłka	Czytaj.
	8	$\frac{2x+1x+15}{30}$	$\frac{1x+1x+15}{30}$
143	22	$21-16=15$	$21-16=15$
147	4	$3a=5y$	$4a=5y$
		$\frac{3a}{5} \quad \frac{270}{5}$	$\frac{4a}{5} \quad \frac{360}{5}$
-	516	$y = \frac{270}{5}$ czyli $= 54$	$y = \frac{360}{5}$ czyli $= 72$
148	16	tylke	tyle
149	7	$2x-z$ albo $x = \frac{z}{2}$	$2x=z$ albo $z = \frac{x}{2}$
152	8	przenosząc c	przenosząc c
155	10	Zł. 36	Zł. 56
156	23	w drugim	w drugim
157	29	hallerzow 512	hallerzow 1024
158	13	nieważającym	niedoważającym
161	27	5 z 12 granami	5 z 16 granami
166	6	interessie	interessu
167	21	w sposób	w sposobie
		$\frac{2040}{1060}$	$\frac{2040}{1062}$
172	1	$y = \frac{1}{1060}$	$y = \frac{1}{1062}$
173	11	— Czerwonych Złotych	— Czerwonego Złotego
		$\frac{18}{2296}$	$\frac{18}{1296}$
175	1	19422	19422
-	13	ile	ila?
		$\frac{24}{77}$	$\frac{24}{77}$
178	3	$21 = \frac{77}{77}$	$12 = \frac{77}{77}$
189	10	78, ktorey grzywna	78, i miedź ktorey grzywna
192	1	ileż na $\frac{9}{20}$	ileż na $\frac{9}{10}$
193	10	Probieski	Probierski
197	12	będzie: 1400832	1394638
		$\frac{34154400}{241} = 1400832$	$\frac{34154400}{241} = 1394638$
-	13	$\frac{34154400}{241}$	$\frac{34154400}{241}$
201	1	czekać	szukać
202	11	bryła srebra	bryły srebra
207	10	$\frac{3}{2}$ funtom	$\frac{3}{2}$ funtom

Karta.	Wiersz.	Omyłka.	Czytaj.
		249	249
209	10	da $\frac{60}{260}$	da $\frac{30}{2600}$
211	718	2	2
-	9	cenę x: 240 — 120y+180y	cenę x, będzie: 2400 — 120y+180y = 2600
		260	2
212	3	$16\frac{1}{10}$	$16\frac{1}{3}$
-	5	9	9
		10	20
-	7	6	6
213	3	o iedney iakiey części	od iedney iakiey części
		205+192	205 — 192
216	1	20	20
217	2	Więc x $\frac{1}{16-3\frac{1}{3}} = 13$	x $\frac{1}{20-3\frac{1}{3}} = 17$
		3	3
		$\frac{1}{3} = 12\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} = 16\frac{1}{3}$
		3	3
236	7	Aże $\frac{11}{33} = \frac{4}{24}$	Aże $\frac{11}{33} = \frac{4}{24}$
240	19	danego srebra proby 13,	czystego srebra proby 16,
		a resztę miedzi	a resztę miedzi
246	9	Nie różni się się	Nie różni się
		4	4
247	2	$\frac{1}{101}$	$\frac{1}{10}$
259	617	to jest: przeszło 3 łoty,	to jest: przeszło ieden
		lecz daymy niech i drugie trzy łoty	łot, lecz daymy niech
			i drugi łot, niech trzy
			łoty, owszem niech całe
			8
260	2	rownie	rowne
263	19	kroki nazywam x	kroki, ktore nazywam x

Karta.	Wiersz.	Omyłka.	Czytaj.
264	24	do godziny do południa	do godziny od południa
269	10	sto razy prędzey	sto razy prędszy.
270	6	słowu dotrzymuiąc	słowa dotrzymuiąc
273	4	będzie : $5 \times 7 \div 3$	będzie : $5 \times 7 \div 4$
-	22	cyrkumferencya	cyrkumferencya
-	26	Geometryczney propor-	Geometryczney Propozy-
		cyi	cyi
281	21	naprzód 100	naprzód od 100
293	18	ułożone	ułożone
298	15	szło rezolwowanie	szło o rezolwowanie.
310	17	$1 \div 32y$	$1 \div 32y$
312	14	za $4x$	za $4z$
-	23	$x \div 20$	$z \div 20$
316	11	$x \div y - t$	$x \div 2y - t$
-	15	$4t$	$4t$
-	27	$z \div 4t$	$z \div 4t$

Orthographie

Na początku Książki w Dewizie Francuzkiey de l'*Arithmetiques* popraw de l'*Arithmetique*, a w Przedmowie słowa: rozumiejącemi i Ziemiąszkom, czytaj rozumiejącemi i Ziomkom.

Inne omyłki przeciwko Ortografii łatwo Czytelnik poprawi.



XVIII, 137

